This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

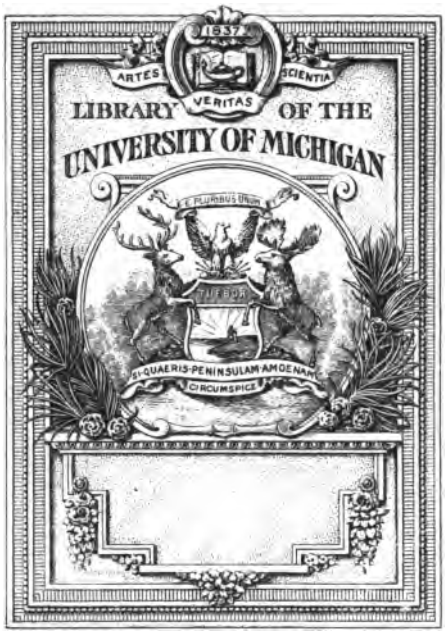
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

QC
1
.A613

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CLVI.

GENERAL LIBRARY
University

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

SECHSTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

SECHSTER BAND.

NEBST VIER FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1875.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERTSECHSUNDFUNFZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTZWEIUNDDREISSIGSTER.

NEBST VIER FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1875.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

Inhalt

des Bandes CLVI der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

Seite

I. Ueber die Bewegung der Elektricität in Körpern von molecularer Constitution; von Wilhelm Weber 1

II. Weitere Beiträge zur Theorie der Schallbildung; von C. Stern 61

III. Fernere Thatsachen zur Begründung einer endgültigen Theorie der Elektromaschine zweiter Art; von J. C. Poggendorff 78

IV. Ueber die durch Kreisgitter erzeugten Diffractionsphänomene; von J. L. Soret 99

V. Ueber die Diffraction, namentlich über Brennpunkts-Eigenschaften der Gitter; von A. Cornu 114

VI. Optische Notizen; von Wolcott Gibbs 120

1. Ueber eine neue optische Constante S. 120. 2. Ueber eine neue Methode, die Brechungs-Indices ohne den Gebrauch getheilter Instrumente zu messen S. 139.

Seite

VII. Ueber Anziehung und Abstofsung durch Licht- und Wärmestrahlen; von F. Neesen 144

VIII. Ueber den Gebrauch des Elektrometers zur Bestimmung der Strom-Intensität, der Polarisation und des Widerstandes; von F. Fuchs 156

IX. Ueber einen Polarisations-Apparat mit rotirendem Zerleger; von E. Mach 169

X. Zur Theorie der Influenzmaschine; von W. Veltmann . . 172

XI. Studium kalter Streifen dunkler Spectren; von Desains und Aymonet 174

(*Geschlossen am* 30. *September* 1875.)

Zweites Stück.

I. Ueber Reibung und Wärmeleitung verdünnter Gase; von A. Kundt und E. Warburg 177
II. Wärmeleitung S. 177.

II. Weitere Beiträge zur Theorie der Schallbildung; von S. Stern (Schlufs) 211

III. Ueber die Phasenänderung des parallel zur Einfallsebene polarisirten Lichts durch Reflexion; von P. Glan 235

IV. Experimenteller Beweis, dafs der galvanische Leitungswiderstand von der Bewegung des Leiters abhängig ist; von E. Edlund 251

V. Experimentelle Untersuchung über Elektromaschinen mit Ebonitscheiben; von L. Bleekrode 278

VI. Zum binocularen Sehen; von H. Emsmann 307

VII. Ueber ein neues Mikrometer zur Positionsbestimmung von Linien der Spectralanalyse; von W. M. Watts 313

Seite

VIII. Photographische Spectralbeobachtungen im rothen und indischen Meere; von H. W. Vogel 319

IX. Spectroskopische Untersuchung des Lichts der blauen Grotte auf Capri; von Demselben 325

X. Erwiderung, betreffend die Abhandlung des Hrn. Fritsch: „Läfst sich die Anwendung der lebendigen Kraft in der mechanischen Wärmetheorie rechtfertigen"? von W. H. Fabian 326

XI. Ueber den Einfluſs der Beleuchtung auf die Leitungsfähigkeit des krystallinischen Selens; von W. Siemens 334

XII. Ein optisches Phänomen; von Devic 336

Drittes Stück.

I. Studien über den elektroskopischen Stimmgabel-Apparat; von A. Ettingshausen 337

II. Beitrag zur Kenntniſs der schwachen elektrischen Funken von P. Riefs 378

III. Ueber die Dielektricitätsconstanten der Flüssigkeiten; von P. Silow 388

IV. Neue Beobachtungen an den gleitenden elektrischen Funken; von A. Peters 397

V. Ueber die Erzeugung von Bildern der Funken groſser Inductoren und deren Unterschied von den Funkenbildern der Holtz'schen Maschine; von Demselben 403

VI. Ueber einige mechanische Wirkungen des elektrischen Funkens; von E. Mach und J. Wosyka 407

VII. Von Differential-Manometern mit zwei Flüssigkeiten; von A. Achard 417

Seite

VIII. Ueber die Abhängigkeit der Circularpolarisation des Quarzes von der Temperatur; von V. von Lang 422

IX. Ueber die Magnetisirbarkeit cylindrischer Eisenröhren in verschiedenen Richtungen; von R. Herwig 430

X. Ueber die Volta'sche Polarisation des Aluminiums; von W. Beetz 456

XI. Ueber metallisches Cer, Lanthan und Didym; von Hillebrand und Norton 466

XII. Neue Stofsmaschine; von J. Sedlaczek 476

XIII. Elektrische Versuche und Beobachtungen; von C. A. Grüel 482

XIV. Das Radiometer von W. Crookes 488

XV. Nachbildung spiralförmiger Nebelflecke; von G. Planté . . 492

XVI. Ueber einige neue elektrische Lichterscheinungen; von W. Holtz 493

XVII. Ueber Elektromaschinen mit Ebonitscheiben 496

(*Geschlossen am* 25. *November* 1875.)

Viertes Stück.

I. Ueber die Wärmeleitung der Gase; von A. Winkelmann (Erster Theil) 497

II. Ueber eine neue Sauerstoff-Verbindung des Schwefels und ein derselben analoges Selen-Substitutionsproduct; von R. Weber 531

III. Studien aus dem mineralogischen Museum der Universität Kiel; von H. A. Sadebeck 554

IV. Mittheilung über eine von dem verstorbenen Prof. J. J. Müller begonnenen Untersuchung über den Einfluſs von Isolatoren auf elektrodynamische Fernwirkung; von A. Kleiner . . 564

Seite

V. Elementare Behandlung einiger optischen Probleme; von E. Lommel 578

VI. Erwiderung auf zwei gegen die unitarische Theorie der Elektricität gemachte Einwürfe; von E. Edlund 590

VII. Ueber Thermo-Elektricität, Wärme- und Elektricitätsleitung; von F. Kohlrausch 601

VIII. Notiz über das Verhalten der Elektricität in Elektrolyten; von E. Budde 618

IX. Einige weitere Versuche zur Verbesserung der einfachen Influenzmaschine; von W. Holtz 627

X. Bemerkungen über die Aenderung der Lichtgeschwindigkeit im Quarz durch Druck; von E. Mach und J. Merten . . 639

XI. Eine Bunsen'sche Lampe ohne Rückschlag; von H. Morton 654

XII. Einige Versuche über konische Refraction; von Nodot . . 656

XIII. Menschlicher Körper leuchtend durch Phosphorwasserstoffgas; von G. Maclean 657

XIV. Ueber ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik; von R. Clausius 657

(*Geschlossen am* 23. *August* 1875.)

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I. — Edlund, Fig. 1, S. 254 u. 263; Fig. 2, S. 273. — Bleekrode, Fig. 3, S. 288; Fig. 4 u. 5, S. 295; Fig. 6 u. 7, S. 306. — Emsmann, Fig. 8 u. 9, S. 308.

Taf. II. — Peters, Fig. 1, S. 399; Fig. 2, S. 406. — Mach, Fig. 3, S. 408; Fig. 4, 5 u. 6, S. 416. — Silow, Fig. 7 u. 8, S. 391. — Achard, Fig. 9, S. 418.

Taf. III. — Ettingshausen, Fig. 1, S. 340; Fig. 2, S. 353; Fig. 3, S. 359; Fig. 4, S. 361; Fig. 5, S. 377.

Taf. IV. — Sadebeck, Fig. 1, S. 355; Fig. 2, S. 357; Fig. 3, S. 359; Fig. 4, S. 561; Fig. 5, S. 563. — Müller, Fig. 6 u. 7, S. 569. — Lommel, Fig. 8, S. 579; Fig. 9, S. 580; Fig. 10, S. 583; Fig. 11 S. 586; Fig. 12, S. 586.

Berichtigung.

Im Aufsatz von E. von Qvanten Bd. 154 mufs es heifsen Seite 273 Zeile 20 von oben:

Je gröfser die Luftmenge und kleiner die Oeffnung desto tiefer, je kleiner die Luftmenge und gröfser die Oeffnung desto höher ist der Ton.

Seite 531, Zeile 1 von oben:

Beim Singen, welches im Allgemeinen einen weit gröfseren Ton-Umfang in Anspruch nimmt als die Sprache.

1875. ANNALEN № 9.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLVI.

I. *Ueber die Bewegungen der Elektricität in Körpern von molecularer Constitution;* von *Wilhelm Weber.*

In meiner ersten Abhandlung über elektrodynamische Maafsbestimmungen vom Jahre 1846 habe ich ein allgemeines, Elektrostatik und Elektrodynamik zugleich umfassendes, Gesetz der *elektrischen Kraft* aufgestellt, und habe später einige speciellere Erörterungen folgen lassen, nämlich *erstens* über das allgemeine *Potentialgesetz* der elektrischen Kräfte, in diesen Annalen vom Jahre 1848, Bd. 73, S. 229; *zweitens* über das *Princip der Energie* und seinen Zusammenhang mit jenem allgemeinen Gesetze der elektrischen Kraft, in der letzten Abhandlung über elektrodynamische Maafsbestimmungen vom Jahre 1871; und drittens endlich über die *Arbeitsfähigkeit* je zweier elektrischer Theilchen, als Aequivalent lebendiger Kräfte, im Jubelbande dieser Annalen vom Jahre 1874, S. 199, an welche hier nun noch einige weitere Erörterungen angeschlossen werden sollen, die an letzter Stelle keinen Platz fanden. Insbesondere soll hier, nach einigen vorausgeschickten Bemerkungen und Zusätzen zu den beiden letzten Abhandlungen und über die gegen das in der ersten Abhandlung aufgestellte allgemeine Gesetz der elektrischen Kraft erhobenen Bedenken, *von den Bewegungen der Elektricität in Körpern von molecularer Constitution* gehandelt werden, zu deren Betrachtung die Resultate so vieler andern Forschungen führen und nöthigen, dafs sie selbst zum Gegenstand eingehender besonderer Forschung zu

machen, kaum mehr vermieden werden kann, trotz der engen Schranken, welche dieser Forschung von mathematischer Seite gegenwärtig noch gesetzt zu seyn scheinen.

I.

Bemerkungen zu den in der Abhandlung über elektrodynamische Maafsbestimmungen vom Jahre 1871, Art. 4 aufgestellten elektrischen Grundgesetzen.

In der angeführten Abhandlung vom Jahre 1871 ist im 2. und 3. Artikel das *Gesetz der elektrischen Kraft,* welches in der Abhandlung vom Jahre 1846 aufgestellt worden war, betrachtet und in Beziehung auf seine Zusammensetzung mit dem weit einfacheren, in diesen Annalen Bd. 73, S. 229 aufgestellten *Gesetze des elektrischen Potentials* verglichen worden. Da aber auch diesem letzteren Gesetze diejenige Einfachheit noch fehlt, welche von einem *Grundgesetze* verlangt wird; so ist im 4. Artikel derselben Abhandlung dieses Potentialgesetz genauer zu analysiren und in solche Bestandtheile, welche die Einfachheit von Grundgesetzen besäfsen, aufzulösen versucht worden, nämlich in das Gesetz der Abhängigkeit des Potentials zweier Theilchen von ihrer Entfernung *bei gleicher relativer Bewegung*, und in das Gesetz der Abhängigkeit des Potentials von der relativen Bewegung *bei einer bestimmten Entfernung*, wobei aber zur Bestimmung dieser Entfernung noch ein drittes Gesetz wesentlich erforderlich war, nämlich das *Gesetz der Elektrostatik,* welches aber die von einem Grundgesetze verlangte Einfachheit selbst schon besitzt.

Die hiernach im 4. Artikel aufgestellten *elektrischen Grundgesetze, mit Einschlufs des elektrostatischen*, sind folgende *drei:*

Erstes Gesetz. Zwei elektrische Massentheilchen ε und ε' in der Entfernung r üben bei relativer Ruhe eine dem Producte ihrer Massen $\varepsilon\varepsilon'$ direct, dem Quadrate ihrer Entfernung rr umgekehrt proportionale Kraft in der Richtung r auf einander aus $= \mu\mu . \frac{\varepsilon\varepsilon'}{rr}$. — Setzt man $\mu\varepsilon$

$= \pm e$, $\mu\varepsilon' = \pm e'$, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem das Massentheilchen der positiven oder negativen Elektricität angehört; so giebt der Ausdruck der Kraft $\frac{ee'}{rr}$, je nachdem er positiv oder negativ ist, an, ob die Kraft eine Abstoſsungskraft oder Anziehungskraft ist.

Zweites Gesetz. Wenn zwei elektrische Theilchen e und e' zu verschiedenen Zeiten in den Entfernungen r' und r'' in relativer Ruhe oder gleich groſser relativer Bewegung sich befinden (also gleiche relative lebendige Kraft besitzen); so verhalten sich die Arbeiten V' und V'', welche durch wechselseitige Einwirkung geleistet werden, wenn beide Theilchen aus den gegebenen Entfernungen r' und r'' in unendliche Entfernung gebracht werden, umgekehrt wie die angegebenen Entfernungen, d. h.

$$V' : V'' = r'' : r'.$$

Drittes Gesetz. Die Arbeit U, die unter Einwirkung der Kräfte, welche die Theilchen e und e' auf einander ausüben, geleistet werden würde, wenn die Theilchen aus einer *bestimmten mit ee' proportionalen Entfernung* $\varrho = \frac{ee'}{a}$ [1]), in der sie eine bestimmte lebendige Kraft x besitzen, in unendliche Entfernung versetzt würden, bildet zusammen mit dieser lebendigen Kraft x eine *constante Summe,* nämlich a, d. h.

$$U + x = a.$$

Zu diesen Gesetzen ist nun *erstens* zu bemerken, daſs die im dritten eingeführte Gröſse U, welche mit der lebendigen Kraft x die constante Summe a bildet, ebenso wie die beiden andern Gröſsen x und a, *stets positiv* ist, sowohl wenn die beiden elektrischen Theilchen e und e' *gleichartig*, als auch wenn sie *ungleichartig* sind.

1) Statt ee' kann $\mu\varepsilon . \mu\varepsilon'$ (nämlich der *absosute Werth* von ee') gesetzt werden, wodurch erreicht wird, daſs ϱ stets einen *positiven* Werth hat; nur muſs alsdann auch die Arbeit U nach ihrem *absoluten Werthe* genommen werden, damit das aufgestellte Gesetz gilt.

Dieser *positive* Werth resultirt aus der nach dem zweiten Gesetze sich ergebenden Gleichung $U = \frac{r}{\varrho} V$ (worin $V = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$ das *Potential* der beiden Theilchen e und e', und $\varrho = \frac{ee'}{a}$ eine *aus der Natur der Elektricität und der Theilchen e und e' bestimmbare Entfernung ist*), weil je nachdem e und e' entweder gleichartig oder ungleichartig sind, die Gröfsen V und ϱ beide zugleich entweder positiv oder negativ sind, der Quotient $\frac{V}{\varrho}$ also *stets positiv* bleibt. Es ist dabei zu bemerken, dafs, wenn es Bedenken finden sollte, einen *negativen Werth von* ϱ, als Entfernung zweier Punkte von einander, in der Rechnung zuzulassen, wie schon in der Note zum dritten Gesetz bemerkt worden, statt $\varrho = \frac{ee'}{a}$, was für ungleichartige elektrische Theilchen negativ ist, $\varrho = \frac{\mu e \cdot \mu e'}{a}$ gesetzt werden kann, was *stets positiv* ist, wo dann aber zugleich U statt der *Arbeit* $\frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$, welche für ungleichartige Theilchen *negativ* ist, dem *absoluten Werthe* dieser Arbeit, $\pm\frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right) = \mu^2\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$, gleich gesetzt werden mufs.

Zweitens ist zu bemerken, dafs wenn, wie es hier geschehen, das Grundgesetz der Elektrostatik den elektrodynamischen hinzugefügt wird, das eine elektrodynamische Gesetz, nämlich das Gesetz der Abhängigkeit des Potentials zweier Theilchen von ihrer Entfernung *bei gleicher relativer Bewegung*, ganz wegfallen kann, weil es nämlich in den beiden andern Gesetzen wesentlich schon enthalten ist und aus ihnen abgeleitet werden kann.

Denn aus dem *ersten* Gesetze, dem Grundgesetze der Elektrostatik, ergiebt sich das *Potential* V für $x = o$ von den 3 variabeln Gröfsen e, e', r abhängig, und zwar 3 Faktoren E, E' und R proportional, deren jeder nur *eine* dieser

Gröfsen enthält, wonach V, für $x = o$, durch folgende Gleichung bestimmt wird:

$$V = A \,.\, EE' \, R.$$

Aus dem *dritten* Gesetze dagegen folgt, dafs das *Potential* V für $r = \varrho$ von den variabeln Gröfsen e, e', x abhängt, und 3 Factoren E, E', X proportional ist, deren jeder nur *eine* dieser Gröfsen enthält, wonach V, für $r = \varrho$, durch folgende Gleichung bestimmt wird:

$$V = B \,.\, EE' \, X.$$

Hierin ist nun $E = e$, $E' = e'$ $R = \frac{1}{r}$, $X = \left(1 - \frac{x}{a}\right)$, und aufserdem ergiebt sich der Werth der Constanten A gleich dem Werthe von X für $x = o$, und der Werth der Constanten B gleich dem Werthe von R für $r = \varrho$.

Hieraus läfst sich schliefsen, dafs E, E', R, X, oder e, e', $\frac{1}{r}$, $\left(1 - \frac{x}{a}\right)$ stets Factoren von V sind, und dafs aufserdem nur die Möglichkeit noch eines Factors, nämlich des Factors $(1 + f(r, x))$, gegeben ist, worin $f(r, x)$ eine solche Function von r und x sein müfste, welche sowohl für $r = \varrho$ als auch für $x = o$ verschwände.

Hiernach ist also $V = EE' \, RX = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{x}{a}\right)$ jedenfalls die *einfachste*, nach dem ersten und dritten Gesetze zulässige Bestimmung von V, welche sich aus diesen beiden Gesetzen ergiebt, unabhängig vom zweiten Gesetze, welches selbst vielmehr aus der nunmehr gewonnenen Bestimmung von $V = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{x}{a}\right)$ abgeleitet werden kann. Denn aus dieser Bestimmung ergiebt sich für zwei Werthe von V, nämlich V' und V'', welche für gleichen Werth von x, aber für verschiedene Werthe von r, nämlich r' und r'', gelten, folgende Proportion:

$$V' : V'' = \frac{ee'}{r'}\left(1 - \frac{x}{a}\right) : \frac{ee'}{r''}\left(1 - \frac{x}{a}\right) = r'' : r',$$

eine mit dem zweiten Gesetze *ganz identische* Bestimmung.

Eine Complication des Gesetzes aber, wie durch Hinzufügung noch eines Factors $(1 + f(r, x))$ entstehen würde,

ist ohne nachgewiesene Nothwendigkeit in keiner Weise als zulässig zu erachten.

Es ergiebt sich hieraus das ***Resultat***, dafs statt der oben angeführten drei Grundgesetze schon deren zwei genügen, nämlich:

1) das Grundgesetz der Elektrostatik, und
2) das Princip der Energie;

denn man sieht leicht ein, dafs das Grundgesetz, welches oben als ***drittes*** zuletzt gestellt war, das ***Princip der Energie*** selbst ist, dessen Wesen darin besteht, dafs die ***relative lebendige Kraft*** x zweier Theilchen e und e' zwar bald gröfser bald kleiner ist, dafs aber aufser dieser lebendigen Kraft in den beiden Theilchen auch noch ein ***Aequivalent von lebendiger Kraft*** vorhanden ist, welches bei jeder Vergröfserung der lebendigen Kraft eine Verminderung erleidet, und umgekehrt, so dafs die ***Summe jener lebendigen Kraft und des gleichzeitig vorhandenen Aequivalents einen constanten Werth*** habe, welcher mit a bezeichnet wird. Zugleich erkennt man, dafs die im Ausspruche des obigen Grundgesetzes mit U bezeichnete Gröfse ***das aufser der lebendigen Kraft x im Theilchenpaare vorhandene Aequivalent von lebendiger Kraft ist.***

Zu einem ähnlichen Resultate, wie das hier gefundene, ist C. Neumann in seinen „Principien der Elektrodynamik“, Tübingen 1868 gelangt, wonach nämlich ganz dasselbe, was hier durch das ***Princip der Energie*** in Verbindung mit dem Grundgesetze der Elektrostatik erreicht wird, durch das von ihm aufgestellte ***Fortpflanzungsgesetz der Potentiale*** in Verbindung mit dem Grundgesetze der Elektrostatik erreicht worden war. Es wird dadurch ein Zusammenhang zwischen jenem Principe der Energie und diesem Fortpflanzungsgesetze der Potentiale hergestellt, welcher zu einer Erklärung des einen aus dem andern führen zu müssen scheint. Siehe über dieses Fortpflanzungsgesetz der Potentiale auch noch die Mathematischen Annalen Bd. I, S. 317 und die Abhandlungen d. K. S. Ges. d. Wiss. XVIII, S. 103 ff.

II.

Bemerkungen zum Aufsatz im Jubelbande dieser Annalen S. 199.

Nach Unterscheidung der Eigenschaften einzelner Theilchen und der Eigenschaften von Theilchenpaaren ist in dem angeführten Aufsatze der Satz ausgesprochen worden, dafs einem System von *drei* oder mehreren Theilchen keine Eigenschaften zukommen, welche in den Eigenschaften der einzelnen Theilchen und Paare nicht schon enthalten wären, und es ist demgemäfs als Merkmal eines wahren *Grundgesetzes* angegeben worden, dafs in demselben nichts weiter in Betracht gezogen werde, als die *Beschaffenheit* und die *gegenseitigen Verhältnisse* der ein Paar bildenden Theilchen, und die unter diesen Verhältnissen *aus ihrer Wechselwirkung bei jeder Entfernungsänderung entspringende Arbeit.* Für ein so darzustellendes *Grundgesetz* kommen hienach als veränderliche Gröfsen nur die *Zeit t*, die *relative Entfernung r* der beiden Theilchen, ihre *relative Geschwindigkeit* $\frac{dr}{dt}$ und Functionen dieser Gröfsen in Betracht.

Dies vorausgesetzt ergiebt sich als eine an das *Princip der Energie* als Grundgesetz zu stellende Forderung, dafs es von einem Theilchenpaare gelten mufs unter allen Verhältnissen, unter welchen sich dasselbe befinden möge, sey es allein im Weltenraume oder seyen aufser ihm beliebige andere Theilchen noch vorhanden, und dafs im letztern Falle im Ausspruche des Princips weder Beschaffenheit noch Verhältnisse anderer Theilchen in Betracht gezogen werden dürfen.

Es kann sich hienach im *Principe der Energie* als einem Grundgesetze nur um die dem Theilchenpaare selbst und ihm ausschliefslich zugehörigen *Energien* handeln. Eine solche Energie ist die relative lebendige Kraft des Theilchenpaares, welche seine *Bewegungsenergie* heifst. Da sich nun aber diese Bewegungsenergie eines Theilchenpaares ändert, so setzt das Princip der Energie nothwendig noch die Existenz einer *andern Energie* im Theilchenpaare vor-

aus, damit eine *unveränderliche Energiesumme* ermöglicht werde. Und diese *andere Energie* mufs sich gleichfalls ändern, und zwar in der Art, dafs eine Verminderung derselben stets mit einer Vergröfserung der Bewegungsenergie verbunden ist, und umgekehrt. Das Wesen der *zweiten Energie* besteht also darin, dafs in Folge jeder Verkleinerung oder Vergröfserung derselben *neue lebendige Kraft erzeugt oder vorhandene lebendige Kraft vernichtet werde.*

Lebendige Kraft wird nun aber durch Arbeit erzeugt oder vernichtet, zum Beispiel durch die aus der Wechselwirkung der beiden Theilchen selbst bei jeder Entfernungsänderung entspringende Arbeit. Die thatsächliche Existenz solcher Arbeit setzt aber ein in der Wechselwirkung der Theilchen begründetes *Arbeitsvermögen* voraus, ein Vermögen lebendige Kraft zu erzeugen oder zu vernichten, und dieses nach der Gröfse der lebendigen Kraft, welche erzeugt oder vernichtet werden kann, zu bemessende *Arbeitsvermögen* ist die *zweite Energie des Theilchenpaares*, welche gröfser oder kleiner ist, je nachdem die *erste Energie*, nämlich die lebendige Kraft des Theilchenpaares, kleiner oder gröfser ist, so dafs die *Summe beider Energien*, nämlich der *lebendigen Kraft* und des *Arbeitsvermögens* des Theilchenpaares, unverändert bleibt.

Hieraus entnehmen wir nun für die Definition des *Arbeitsvermögens als Energie*, folgende nähere Bestimmungen. *Erstens*, das Arbeitsvermögen zweier Theilchen e und e' ist eine ihnen, bei *gegebener Bewegungsenergie* (das heifst bei gegebener relativen lebendigen Kraft der Theilchen), *stets zukommende Eigenschaft.*

Zweitens, diese Eigenschaft wird ihrer Gröfse nach durch die Arbeit bestimmt, welche in Folge der Wechselwirkung beider Theilchen *bei einer gewissen näher zu bestimmenden Entfernungsänderung* geleistet werden würde. Diese noch *näher zu bestimmende Entfernungsänderung* ist aber keine solche, welche *wirklich* stattfände oder stattfinden könnte (welche nämlich mit der vorhandenen Entfernung r beginnen müfste), sondern ist eine blos *virtuelle*

Entfernungsänderung, welche mit einer von der vorhandenen Entfernung r ganz unabhängig bestimmten Entfernung ϱ, in welche die Theilchen versetzt gedacht werden müssen, beginnt. Denn die bei irgend einer, mit der vorhandenen Entfernung r beginnenden, Entfernungsänderung geleistete Arbeit würde zur Bestimmung der Gröfse des Arbeitsvermögens nicht dienen können, weil sie von r abhängig wäre, und daher auch *bei unveränderter relativer lebendiger Kraft der Theilchen*, mit r zugleich, verschiedene Werthe annehmen würde, während auf eine fingirte Versetzung der Theilchen in eine immer gleiche, von der vorhandenen Entfernung r unabhängig bestimmbare, Entfernung ϱ, eine Entfernungsänderung folgend gedacht werden kann, zwischen fixen Gränzen ϱ und ϱ', bei welcher in Folge der Wechselwirkung beider Theilchen *eine immer gleiche Arbeit geleistet werden würde, die ihrem absoluten Werthe nach (denn positive oder negative Arbeit ist für das Arbeitsvermögen von gleicher Bedeutung) als Maafs einer dem Theilchenpaare zukommenden Eigenschaft dienen kann. Es versteht sich dabei von selbst, dafs bei dieser fingirten Versetzung der Theilchen aus der Entfernung r in die Entfernung ϱ die relative lebendige Kraft der Theilchen unverändert geblieben gedacht werden mufs.*

Bezeichnet nun R die aus der Wechselwirkung resultirende Abstofsungskraft der beiden Theilchen e und e', und $\varrho'-\varrho$ die gedachte, auf die fingirte Versetzung folgende Entfernungsänderung der Theilchen; so wird das *Arbeitsvermögen* U dieser Theilchen durch die Formel:

$$U = \pm \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\varrho'} R\, d\sigma$$

dargestellt, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem die beiden Theilchen gleichartig oder ungleichartig sind.

In dieser Formel ist R eine Function von σ, aber nicht immer dieselbe, was nur der Fall seyn würde, wenn

$\frac{d\sigma}{dt} = o$ wäre, wo nach elektrostatischem Gesetze $R = \frac{ee'}{\sigma\sigma}$ immer dieselbe Function von σ sein würde. Wenn $\frac{d\sigma}{dt}$ nicht Null ist, ist R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$, und $\frac{d\sigma}{dt}$ ist nicht immer dieselbe Function von σ, wie daraus einleuchtet, dafs *erstens* die *anfänglichen Werthe* von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$ beliebig gegeben seyn können, wonach also für gleiche Werthe von σ sehr verschiedene Werthe von $\frac{d\sigma}{dt}$ gegeben seyn können; und dafs *zweitens* bei gleicher Entfernungsänderung die relative Geschwindigkeit $\frac{d\sigma}{dt}$ sehr verschiedene Aenderungen nach Verschiedenheit der *äufseren Kräfte,* welche auf die Theilchen wirken, erleiden kann.

Ist nun R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$, so wird auch das *unbestimmte Integral* $\int R\,d\sigma$ eine solche Function seyn; aber das *bestimmte Integral* $\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\varrho'} R\,d\sigma$ wird blos vom Anfangs- und Endwerthe von σ, nämlich von ϱ und ϱ', und den diesen Werthen zugehörigen Differentialquotienten abhängen.

Soll nun das *bestimmte Integral* $\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\varrho'} R\,d\sigma$ das *Arbeitsvermögen zweier Theilchen, welche die relative Geschwindigkeit r' besitzen,* ausdrücken; so ist schon bemerkt worden, dafs die in der Entfernung r vorhandene relative Geschwindigkeit r' bei der fingirten Versetzung der Theilchen in die Entfernung ϱ, unverändert erhalten gedacht werden müsse, so dafs $\frac{d\sigma}{dt} = r'$ für $\sigma = \varrho$ gegeben ist, wodurch *die Abhängigkeit des Arbeitsvermögens U von r'* bestimmt wird.

Eine gleiche Abhängigkeit des Arbeitsvermögens U würde

nun aber auch von dem Werthe von $\frac{d\sigma}{dt}$, welcher dem Endwerthe $\sigma = \varrho'$ zugehört, statt finden, den Fall ausgenommen wo $\varrho' = \infty$ ist, in welchem Falle eine solche Abhängigkeit nicht statt zu finden braucht. Es folgt hieraus, dafs $\varrho' = \infty$ gesetzt werden mufs, weil die Formel U als Definition des *Arbeitsvermögens zweier die relative Geschwindigkeit r' besitzenden Theilchen* von keiner andern relativen Geschwindigkeit abhängig seyn kann als von r', nämlich derjenigen, welche die Theilchen in dem Augenblicke, in welchem ihr Arbeitsvermögen betrachtet wird, wirklich besitzen.

Das *Arbeitsvermögen* U der Theilchen e und e' wird hienach, wenn $\varrho' = \infty$ gesetzt wird, durch die Formel ausgedrückt:

$$U = \pm \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\, d\sigma,$$

worin R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$ ist, und $\frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ ist, welche für $\sigma = \varrho$ den Werth r' besitzt, d. i. die relative Geschwindigkeit der Theilchen, deren Arbeitsvermögen bestimmt werden soll.

Was endlich die Gröfse ϱ betrifft, so wird diese dadurch bestimmt, dafs sich nur *eine endliche Entfernung zweier elektrischer Theilchen* angeben läfst, welche, ganz unabhängig von der vorhandenen Entfernung r, blos aus der Natur der Elektricität im Allgemeinen und der beiden Theilchen im Besondern bestimmbar ist, nämlich aus der dem Theilchenpaare zukommenden unveränderlichen Energiesumme a, und aus den nach dem Grundgesetze der Elektrostatik von jedem der beiden Massentheilchen ε und ε' auf ein ihm gleiches Theilchen in der Entfernungseinheit ausgeübten Abstofsungskräften $\mu^2 \varepsilon^2$ und $\mu^2 \varepsilon'^2$, nach der Formel $\varrho = \mu^2 . \frac{\varepsilon \varepsilon'}{a}$. Setzt man $\mu\varepsilon = \pm e$, $\mu\varepsilon' = \pm e'$, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem das Massentheilchen der positiven oder negativen Elek-

tricität angehört; so kann ϱ, was stets positiv ist, $= \pm \frac{ee}{a'}$ gesetzt werden, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem die beiden Theilchen gleichartig oder ungleichartig sind.

Anmerkung. Soll in der Formel U selbst ausgedrückt werden, daſs R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$ sey, und daſs $\frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ sey, welche für $\sigma = \varrho$ den Werth r' besitze, d. i. die *gegebene* relative Geschwindigkeit der Theilchen, deren *Arbeitsvermögen* bestimmt werden soll; so würde *erstens* $R\left(\sigma, \frac{d\sigma}{dt}\right)$ für R gesetzt werden können, *zweitens* würde für $\frac{d\sigma}{dt}$, um es als Function von σ zu bezeichnen, $f(\sigma)$ zu setzen seyn, und *drittens* endlich, um diese Function $f(\sigma)$, welche nämlich hier für $\sigma = \varrho$ *den gegebenen Werth* r' annehmen soll, von andern Functionen $f(\sigma)$ zu unterscheiden, welche *den gegebenen Werth* r' für andere Werthe von σ annehmen, kann dem Functionszeichen *f derjenige Werth von* σ, *für welchen die Function den gegebenen Werth annimmt*, besonders hinzugefügt werden, hier also $f_\varrho(\sigma)$ für $f(\sigma)$ geschrieben werden. Man erhält hienach das *Arbeitsvermögen* ausgedrückt durch:

$$U = \pm \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\,[\sigma,\ f_\varrho(\sigma)]\ d\sigma,$$

und die *gegebene relative Geschwindigkeit:*

$$r' = f_\varrho(\varrho).$$

Von den beiden Theilchen, welche zum Zweck der Bestimmung ihres Arbeitsvermögens U aus der Entfernung $\sigma = r$, in welcher sie sich wirklich befinden, mit Beibehaltung der relativen Geschwindigkeit r', welche sie wirklich besitzen, in die Entfernung $\sigma = \varrho$ versetzt gedacht wurden, würde nun aber in Folge ihrer Wechselwirkung auch *bei wirklicher Versetzung aus der vorhandenen Ent-*

fernung $\sigma = r$ bis $\sigma = \infty$ *eine Arbeit geleistet werden, welche das Potential der Theilchen genannt wird* und mit V bezeichnet zu werden pflegt. Nach der für U angegebenen Bezeichnungsweise erhält man *den Ausdruck dieses Potentials*:

$$V = \int_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} R\,[\sigma,\ f_r(\sigma)]\,d\sigma,$$

und die *gegebene relative Geschwindigkeit*:

$$r' = f_r(r).$$

Nach der gegebenen Definition vom *Arbeitsvermögen* zweier Theilchen e und e', als *Arbeitsenergie*, wodurch zusammen mit der *relativen lebendigen Kraft als Bewegungsenergie* die Energien der beiden Theilchen e und e' vollständig bestimmt sind, und nach dem ausgesprochenen *Principe der Energie*, als dem *Gesetze der unveränderlichen Summe beider Energien*, kann nun die Aufgabe gestellt werden:

aus dem *Principe der Energie* in Verbindung mit dem *Grundgesetze der Elektrostatik* die Kraft R zu ermitteln, mit welcher zwei beliebig bewegte elektrische Theilchen e und e' wechselseitig auf einander wirken.

Denn da aus dem *Grundgesetze der Elektrostatik* die Kraft bestimmt wird, mit welcher zwei elektrische Theilchen e und e', *wenn ihre relative lebendige Kraft Null ist*, auf einander wirken, und da ferner aus dem *Princip der Energie* bestimmt wird, *was in der Wechselwirkung zweier elektrischer Theilchen* e *und* e' *geändert wird*, wenn ihre relative lebendige Kraft nicht Null, sondern $= x$ ist (dafs nämlich die *Zunahme der Bewegungsenergie* der beiden Theilchen um die Gröfse x mit einer *Abnahme der Arbeitsenergie* um dieselbe Gröfse x verbunden ist); so scheint daraus hervorzugehen, dafs aus dem *Principe der Energie in Verbindung mit dem Grundgesetze der Elektrostatik* das allgemeine, Elektrostatik und Elektrodynamik zugleich um-

fassende Gesetz der Kraft, mit welcher zwei elektrische Theilchen e und e' wechselseitig auf einander wirken, müsse abgeleitet werden können.

Das *Princip der Energie* giebt hiezu folgende Formeln, nämlich *erstens, die Formel der Bewegungsenergie* (oder relativen lebendigen Kraft) der beiden Theilchen, welche die Massen ε und ε' besitzen:

$$\xi = \tfrac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} \cdot \frac{d\sigma^2}{dt^2},$$

woraus folgt, wenn für die vorhandene Entfernung $\sigma = r$ die relative Geschwindigkeit mit r', die relative lebendige Kraft mit x bezeichnet wird,

$$(1) \qquad x = \tfrac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} \cdot r'r';$$

zweitens die Formel der Arbeitsenergie, nämlich

$$(2) \qquad U = \pm\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\,[\sigma,\ f_\varrho(\sigma)]\,d\sigma,$$

wo $f_\varrho(\sigma) = \frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ bezeichnet, welche für $\sigma = \varrho$ den gegebenen Werth r' besitzt;
und *drittens,* das *Gesetz der constanten Energiesumme,* welches in folgender Formel ausgesprochen wird:

$$(3) \qquad x + U = a.$$

Zu diesen *drei* durch das *Princip der Energie* gegebenen Formeln kommt *viertens*, die Formel für das *Grundgesetz der Elektrostatik* noch hinzu, nämlich das Gesetz der Abstofsungskraft R, mit welcher zwei Theilchen e und e' bei relativer Ruhe aus der Entfernung σ auf einander wirken:

$$(4) \qquad R = \frac{ee'}{\sigma\sigma}.$$

Für $\xi = o$, wo auch $x = o$ ist, geht der Ausdruck der elektrodynamischen Kraft $R\,[\sigma,\ f_\varrho(\sigma)]$ in den Ausdruck der elektrostatischen Kraft $R = \frac{ee'}{\sigma\sigma}$ über, und man findet aus Gleichung (2) und Gleichung (3), für $x = o$,

$$U = \pm\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\,d\sigma = \pm\frac{ee'}{\varrho} = a.$$

Bezeichnet man ferner in Gleichung (1) den Werth von r' für $x = a = \pm\frac{ee'}{\varrho}$ mit c, wonach $\pm\frac{ee'}{\varrho} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}.cc$ erhalten wird, und substituirt den hieraus sich ergebenden Werth von $\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} = \pm\frac{ee'}{\varrho cc}$ in Gleichung (1); so findet man

$$x = \pm\frac{ee'}{\varrho}.\frac{r'r'}{cc}.$$

Setzt man nun diesen Werth von x und den vorher gefundenen Werth von $a = \pm\frac{ee'}{\varrho}$ in Gleichung (3); so erhält man mit Zuziehung von Gleichung (2):

$$U = \pm\frac{ee'}{\varrho}\left(1-\frac{r'r'}{cc}\right) = \pm\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\,[\sigma,\ f_\varrho(\sigma)]\,d\sigma.$$

Es ist nun identisch:

$$-d.\frac{ee'}{\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}\right) = \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}+\frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right)d\sigma,$$

woraus das unbestimmte Integral folgt:

$$-\frac{ee'}{\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}\right) = \int\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}+\frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right)d\sigma.$$

Wird nun hierin $\frac{d\sigma}{dt} = f_\varrho(\sigma)$ gesetzt, was eine Function von σ bezeichnet, welche für $\sigma = \varrho$ den gegebenen Werth r' besitzt; so ergiebt sich:

$$-\frac{ee'}{\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2\right) = \int\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2+\frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma,$$

und wenn man dieses Integral zwischen den Gränzen $\sigma = \varrho$ und $\sigma = \infty$ nimmt, erhält man:

$$\frac{ee'}{\varrho}\left(1-\frac{1}{cc}[f_\varrho(\varrho)]^2\right) = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty}\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2+\frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma,$$

folglich, da $f_\varrho(\varrho) = r'$ und $\frac{ee'}{\varrho}\left(1-\frac{r'r'}{cc}\right) = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\,[\sigma, f_\varrho(\sigma)]\,d\sigma$ ist,

$$\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\,[\sigma, f_\varrho(\sigma)]\,d\sigma = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty}\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2+\frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma.$$

Die einfachste Annahme, um dieser Formel zu genügen, besteht darin, dafs

$$R\,[\sigma,\ f_\varrho(\sigma)] = \frac{e\,e'}{\sigma\,\sigma}\left(1 - \frac{1}{c\,c}\,[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\,\sigma}{c\,c}\,\frac{d\,.\,f_\varrho(\sigma)}{dt}\right)$$

gesetzt wird.

Im Ausdruck für das *Arbeitsvermögen U* ist $f_\varrho(\sigma)$ für $\frac{d\sigma}{dt}$ gesetzt worden, um dadurch eine Function von σ zu bezeichnen, welche für $\sigma = \varrho$ den gegebenen Werth r' besitzt.

Im Ausdrucke des *Potentials V* würde nun ebenso $f_r(\sigma)$ für $\frac{d\sigma}{dt}$ zu setzen seyn, um dadurch eine Function von σ zu bezeichnen, welche für $\sigma = r$ den gegebenen Werth r' besäfse, und man würde daraus auf ähnliche Weise erhalten:

$$R\,[\sigma,\ f_r(\sigma)] = \frac{e\,e'}{\sigma\,\sigma}\left(1 - \frac{1}{c\,c}\,[f_r(\sigma)]^2 + \frac{2\,\sigma}{c\,c}\,.\,\frac{d\,.\,f_r(\sigma)}{dt}\right).$$

In diesem letzteren Falle, wo $\sigma = r$ und $\frac{d\sigma}{dt} = r'$ die wirklich vorhandene Entfernung und die wirklich vorhandene Geschwindigkeit sind, pflegt man jedoch das Functionszeichen $f_r(\sigma)$ gar nicht zu gebrauchen, sondern $\frac{d\sigma}{dt}$ unverändert in der Formel stehen zu lassen. Auch kann man dann die besondere Bezeichnung der Abstofsungskraft beider Theilchen als Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$ durch Beifügung dieser Variabeln unter dem Functionszeichen R, nämlich $R\left(\sigma, \frac{d\sigma}{dt}\right)$ weglassen und dafür blos R setzen. Geschieht dies nun, so erhält man das allgemeine Gesetz der Kraft R, mit welcher zwei beliebig bewegte elektrische Theilchen e und e' wechselseitig auf einander wirken, durch folgende Formel dargestellt:

$$R = \frac{e\,e'}{\sigma\,\sigma}\left(1 - \frac{1}{c\,c}\,\frac{d\,\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\,\sigma}{c\,c}\,\frac{d\,d\,\sigma}{dt^2}\right).$$

Schliefslich soll nun von dem hier aufgestellten *Principe der Energie* noch Anwendung auf das von C. Neumann in den „Principien der Elektrodynamik“, Tübingen 1868, S. 37, und in den Berichten d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. 1871, Art. 20, S. 399 aufgestellte Gesetz gemacht werden, dessen Uebereinstimmung mit obigem Principe besonders nachzuweisen nicht ohne Interesse seyn dürfte.

Dieses Gesetz lautet nach dem von Neumann an letzterer Stelle gegebenen Ausspruche:

„Bewegt sich ein System von beliebig vielen Theilchen $M + \mu$ unter Einwirkung gegebener äufserer Kräfte, so wird für jedes Zeitelement dt die Formel statt finden:

$$d(T + U^0 + U - V) = dS,$$

d. h. für jeden Zeitraum wird der Zuwachs des Systems an *Energie* gleich grofs seyn mit der vom Systeme während dieses Zeitraums consumirten Arbeit. Dabei ist unter der *Energie* des Systems der nur von seinem augenblicklichen Zustande (d. i. von den Coordinaten und Geschwindigkeiten) abhängende Ausdruck $T + U^0 + U - V$ zu verstehen, wo T die lebendige Kraft, U^0 das ordinäre Potential des Systems, U das elektrostatische und V das elektrodynamische bezeichnet“.

Das *Arbeitsvermögen* oder die *Arbeitsenergie* U zweier elektrischer Theilchen e und e' (welche sich in irgend einer, aber bestimmten, Entfernung r von einander befinden und irgend eine, aber bestimmte, relative lebendige Kraft x besitzen), ist

$$U = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma$$

gefunden worden, worin $f_\varrho(\sigma) = \frac{d\sigma}{dt}$ eine solche Function von σ bezeichnet, deren Werth für $\sigma = \varrho$ durch die vorhandene lebendige Kraft x gegeben ist, nämlich durch die Gleichung:

$$\pm\frac{ee'}{\varrho\,c\,c}[f_\varrho(\varrho)]^2 = x \text{ oder } f_\varrho(\varrho) = c\sqrt{\pm\frac{\varrho x}{ee'}}.$$

Obiger Werth von U läfst sich nun als Summe zweier Theile darstellen, nämlich:

$$U = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r}\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{c\,c}[f_\varrho(\sigma)]^2+\frac{2\sigma}{c\,c}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma$$
$$+\int_{\sigma=r}^{\sigma=\infty}\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{c\,c}[f_\varrho(\sigma)]^2+\frac{2\sigma}{c\,c}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma.$$

Da nun hierin über die Function $f_\varrho(\sigma)$ im Allgemeinen weiter nichts bestimmt ist als blos ihr Werth für $\sigma = \varrho$, der sich aus der Gleichung $\pm\frac{ee'}{\varrho\,c\,c}[f_\varrho(\varrho)]^2 = x$ ergiebt, nämlich $f_\varrho(\varrho) = c\sqrt{\pm\frac{\varrho x}{ee'}}$, so können im Allgemeinen sehr verschiedene Functionen von σ für $f_\varrho(\sigma)$ gesetzt werden.

Wirklich genau bestimmbar würde die Function $f_\varrho(\sigma)$ nur dann seyn, wenn es sich um eine *wirkliche Versetzung* der Theilchen e und e' handelte, wo alle Verhältnisse, von denen die Function $f_\varrho(\sigma)$ abhängt, wirklich gegeben wären. Von einer *wirklichen Versetzung* von ϱ bis ∞ kann aber bei Theilchen nicht die Rede seyn, welche sich gar nicht in der Entfernung ϱ, sondern in der Entfernung r, befinden. Zum Zweck der Definition von U genügte es aber, sich die Versetzung der Theilchen von ϱ nach ∞ nur zu denken, nachdem man sich dieselben *vorher* von r nach ϱ versetzt gedacht hatte, und zwar in solcher Weise, dafs die relative lebendige Kraft der Theilchen in der Entfernung ϱ dieselbe wieder wäre, wie sie in der Entfernung r gewesen war, nämlich $x = \pm\frac{ee'}{\varrho\,c\,c}[f_\varrho(\varrho)]^2$, wodurch der Werth der Function $f_\varrho(\sigma)$ für $\sigma = \varrho$ bestimmt ist.

Wollte man sich nun ferner denken, dafs die weitere Versetzung der Theilchen, nämlich zunächst von ϱ bis r zurück, nur unter wechselseitiger Einwirkung der Theilchen selbst, *ohne Einwirkung äufserer Kräfte*, erfolgte; so würde,

da $f_\varrho(\sigma)$ für $\sigma = \varrho$ gegeben ist, nämlich $f_\varrho(\varrho) = c\sqrt{\pm\frac{\varrho x}{ee'}}$, der Werth von $f_\varrho(\sigma)$ für einen von ϱ verschiedenen Werth von σ, z. B. für $\sigma = r$, gefunden werden $= c\sqrt{\pm\frac{\varrho y}{ee'}}$, worin y durch folgende Gleichung zu bestimmen ist:

$$y - x = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma,$$

das heifst, die Aenderung der relativen lebendigen Kraft während der Entfernungsänderung von ϱ bis r ist der von den Kräften der Wechselwirkung auf dem zurückgelegten Wege geleisteten Arbeit gleich.

Wenn aber aufser den aus der Wechselwirkung resultirenden Kräften noch andere *äufsere Kräfte P* auf die Theilchen während ihrer Entfernungsänderung wirkten und sie ebenfalls von einander zu entfernen (oder zu nähern) suchten; so würde y durch folgende Gleichung bestimmt werden:

$$y - x = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{d.f_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma + S,$$

wenn $S = \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} P\,d\sigma$ die von den *äufseren Kräften* geleistete Arbeit bezeichnet.

Unter allen hiernach denkbaren Fällen befindet sich nun auch derjenige Fall, wo für den Werth $\sigma = r$, welcher der wirklichen Entfernung der die relative lebendige Kraft x besitzenden Theilchen, wofür U gesucht wird, gleich ist,

$$\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma + S = o,$$

also $y = x$ ist. Dies bedeutet, dafs die lebendige Kraft der beiden Theilchen am Ende der Entfernungsänderung der am Anfange nur dann gleich seyn kann, wenn die

während der Entfernungsänderung von den *Kräften der Wechselwirkung* geleistete Arbeit durch die von den *äufseren Kräften* geleistete Arbeit aufgehoben wird.

Ist nun aber die mit y bezeichnete relative lebendige Kraft der beiden Theilchen für die Entfernung $\sigma = r$, *am Ende* der im Integrale $\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma$ angegebenen Entfernungsänderung, dieselbe wie *am Anfang*, nämlich $= x$, so leuchtet ein, dafs derselbe Werth der lebendigen Kraft x auch für die Entfernung $\sigma = r$, *am Anfang* der im Integrale $\int_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma$ angegebenen weiteren Entfernungsänderung von r bis ∞ gilt. Hieraus leuchtet aber ein, dafs der Unterschied der Functionen $f_\varrho(\sigma)$ und $f_r(\sigma)$ verschwindet und

$$\int_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma$$

dieselbe Arbeit bezeichnet wie

$$\int_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_r(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_r(\sigma)}{dt}\right) d\sigma,$$

nämlich diejenige Arbeit, welche in Folge der Wechselwirkung der Theilchen, welche die angegebene lebendige Kraft x besitzen, bei einer Entfernungsänderung von r bis ∞ geleistet werden würde. Es ist also

$$\int_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma$$
$$= \int_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_r(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_r(\sigma)}{dt}\right) d\sigma = V.$$

Hiernach kann nun also der erste Theil von U, nämlich:

$$\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2 + \frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right) d\sigma = -S,$$

und der zweite Theil von U, nämlich

$$\int_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}[f_\varrho(\sigma)]^2+\frac{2\sigma}{cc}\frac{df_\varrho(\sigma)}{dt}\right)d\sigma = V$$

gesetzt werden, woraus sich ergiebt:

$$U = V - S,$$

und substituirt man diesen Werth in der Gleichung

$$U + x = a,$$

so erhält man folgende Gleichung:

$$V + x - S = a.$$

Für dieselben Theilchen, wenn sie in der Entfernung r_1 sich befinden, und die relative Kraft x_1 besitzen, ergiebt sich auf dieselbe Weise folgende Gleichung:

$$V_1 + x_1 - S_1 = a,$$

woraus für kleine Werthe von $r - r_1$ und $x - x_1$ die Differentialgleichung erhalten wird:

$$dV + dx - dS = o,$$

was dieselbe Gleichung ist, welche von Neumann a. a. O. aufgestellt worden ist. Nur hat Neumann die lebendige Kraft mit T, und das Potential, als aus einem elektrostatischen und einem elektrodynamischen Theile zusammengesetzt, mit $U - V$ bezeichnet, und hat endlich für den Fall, wo an den elektrischen Theilchen ponderable Massen hafteten, noch das aus der Wechselwirkung dieser ponderablen Massen resultirende Potential U^0 hinzugefügt, wonach er dasselbe Gesetz in folgender Gleichung ausgesprochen hat:

$$d(T + U^0 + U - V) = dS.$$

III.

Ueber die gegen das Grundgesetz der elektrischen Wirkung erhobenen Bedenken.

Wird das Grundgesetz der elektrischen Wirkung, wonach aus der Wechselwirkung zweier elektrischer Theilchen e und e' (in elektrostatischen Einheiten ausgedrückt) die Abstoßungskraft $R = \frac{ee'}{rr}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}+\frac{2r}{cc}\frac{d\,dr}{dt^2}\right)$ resultirt, in dem hier entwickelten Zusammenhange mit dem Principe der Energie betrachtet; so leuchtet ein, daſs bei

allen Anwendungen, die von jenem Gesetze gemacht werden sollen, um aus den *anfänglichen Verhältnissen* der Theilchen ihr späteres Verhalten zu bestimmen, diese *anfänglichen Verhältnisse* nicht ganz willkührlich angenommen werden dürfen. Sie dürfen nicht so angenommen werden, daſs in ihnen selbst schon Widersprüche mit dem zu Grunde gelegten Principe enthalten wären, was zum Beispiel der Fall seyn würde, wenn zwei elektrischen Theilchen eine solche *anfängliche relative lebendige Kraft* zugeschrieben würde, die für sich allein schon gröſser wäre, als die ganze nach jenem Principe unveränderliche Energiesumme der Theilchen.

Durch Annahme solcher in Widerspruch mit dem aufgestellten Principe stehender *anfänglicher Verhältnisse* kann man allerdings zu Folgerungen gelangen, deren Zulässigkeit mit Recht beanstandet werden darf, wodurch das Gesetz widerlegt erscheinen könnte, was jedoch wirklich nicht der Fall ist. Hierauf lassen sich einige von Helmholtz gegen das obige Gesetz erhobene Bedenken zurückführen. Zum Beispiel ist Helmholtz zu der Folgerung aus dem obigen Gesetze gelangt, daſs zwei Theilchen, mit anfänglicher zwar endlicher relativen Geschwindigkeit, die aber gröſser als c wäre (woraus sich die relative lebendige Kraft der Theilchen gröſser als die ganze dem Principe nach unveränderliche Energiesumme ergiebt), während einer endlichen Entfernungsänderung eine unendliche lebendige Kraft erreichen und also unendlich groſse Arbeit leisten würden. Auch die Möglichkeit eines *perpetuum mobile* würde daraus gefolgert werden können.

Diese Folgerungen fallen nun allerdings von selbst weg, wenn nach dem aufgestellten Principe mit *jeder Energie* der Begriff einer *wesentlich positiven Gröſse* verbunden wird, und alle zusammen genommen eine *endliche und unveränderliche Summe* bilden; aber sogar dann, wenn man einer Energie negative und ins Unendliche wachsende Werthe beizulegen für zulässig hielte, würden jene Folgerungen doch nicht nothwendig zur Verwerfung des

obigen Gesetzes führen, weil nämlich alsdann der Grund, diese Folgerungen für unzulässig zu erklären, nicht mehr vorhanden wäre. Denn es leuchtet ein, dafs, wenn *eine Energie* negativ wäre und *negativ unendlich* würde, eine *andere Energie* zugleich vorhanden seyn müfste, welche positiv wäre und positiv unendlich würde. Wäre nun diese ins Unendliche wachsende Energie die *Bewegungsenergie*; so wäre eine unerschöpfliche Quelle *lebendiger Kraft* gegeben, womit alle jene von Helmholtz für unzulässig erklärten Wirkungen würden hervorgebracht werden können.

An die soeben betrachteten Einwürfe gegen das Grundgesetz der elektrischen Wirkung, welche darauf beruhen, dafs das aufgestellte Princip der Energie nicht anerkannt wird, und dafs in Widerspruch damit stehende anfängliche Verhältnisse der elektrischen Theilchen angenommen werden, schliefsen sich nun ferner noch andere Einwürfe an, welche darauf beruhen, dafs Helmholtz bewiesen zu haben glaubt, dafs die von ihm als *kritisch* bezeichnete Entfernung ϱ nicht immer eine *moleculare* Entfernung sey. Er hat dies aber nur bewiesen, indem er der Entfernung ϱ eine ganz andere Bedeutung beigelegt hat, als ihr zum Zweck der Definition der *Arbeitsenergie U* zweier elektrischer Theilchen e und e' gegeben worden war. Hiernach war nämlich $\varrho = \frac{ee'}{a}$ blos vom Wesen der Elektricität und der beiden Theilchen e und e' abhängig, nämlich von den drei Gröfsen a, ee und $e'e'$, welche die constante Energiesumme des Theilchenpaares und die elektrostatischen Abstofsungskräfte bezeichnen, welche von den beiden Theilchen, von jedem auf ein ihm gleiches Theilchen, in der Einheit der Entfernung ausgeübt werden.

Helmholtz sagt dagegen a. a. O. S. 43: „Der Werth der Entfernung ϱ ist $\varrho = \frac{2ee'}{cc\mu}$." Es ist also hierin von Helmholtz μ für $\frac{2a}{cc}$ gesetzt worden. Helmholtz fährt sodann fort: „Ist das elektrische Theilchen nur mit

seiner eigenen Masse behaftet, so wird $\frac{e}{\mu}$ irgend einen bestimmten Werth β haben. Enthält μ auch noch ponderable Masse, so wird $\frac{e}{\mu} < \beta$ seyn.“ Hieraus leuchtet ein, dafs nach Helmholtz ϱ eine auch von der am elektrischen Theilchen e haftenden ponderablen Masse abhängige Gröfse ist, also eine ganz andere Bedeutung hat als in dem von mir aufgestellten Gesetze. Helmholtz fährt weiter fort: „Aber wenn auch $b = \frac{2e}{cc\mu}$ eine äufserst kleine Gröfse ist, so ist ϱ doch nicht allein von b abhängig, sondern es ist $\varrho = be'$, und e' kann noch jede beliebige Gröfse haben, folglich auch ϱ. Dabei ist wohl zu beachten, dafs, wenn wir uns e' als eine kugelförmige Masse von bestimmter Dichtigkeit denken wollten, sey es als elektrisches Fluidum, sey es als einen mit Elektricität einer Art durchdrungenen oder bedeckten Isolator, bei wachsendem e' der Durchmesser dieser Kugel wie $\sqrt[3]{e'}$ oder wie $\sqrt[2]{e'}$ wachsen würde, je nachdem e' im Innern oder an der Oberfläche angesammelt ist, ϱ aber wie e' selbst, und dafs wir also durch entsprechende Vergröfserung von e' der Gröfse ϱ jede beliebige endliche Gröfse und ihrem Endpunkte jeden beliebigen Abstand von der Oberfläche der elektrischen Masse e' geben können.“

Die hier von Helmholtz gegebene Beschreibung des elektrischen Theilchens e' zeigt offenbar, wie verschieden dasselbe nach Helmholtz's Vorstellungsweise von jedem in der Natur wirklich vorhandenen seiner Gröfse und Masse nach gegebenen *Atome* ist. Man sieht leicht ein, dafs wenn man statt der in der Natur wirklich vorhandenen Körperatome mit unmefsbar kleinen Massen, *Atome mit Weltkörpermassen* sich denken will, was Jedermann freisteht, selbstverständlich die Molecular- oder Atom-Distanzen in dieser gedachten Welt nicht so unmefsbar klein seyn werden wie in der wirklichen Welt. Dafs solche Riesenatome übrigens in Gemäfsheit der Fiction von festen Verbindungen ponderabler Atome unter einander und mit elektrischen herstellbar seyn würden, leuchtet von selbst ein;

es dürfte dies aber gegen das Grundgesetz der elektrischen Wirkung, was mit solchen Fictionen in gar keinem Zusammenhange steht, nicht wohl geltend gemacht werden.

Wenn hiernach die von Helmholtz gehegten Bedenken, sowohl in Beziehung auf die Möglichkeit eines perpetuum mobile, als auch in Beziehung auf meſsbare Gröſse der kritischen Entfernung ϱ, hauptsächlich von Verschiedenheiten in Grundansichten und Grundvorstellungen herzurühren scheinen, so dürfte es sich dagegen mit folgendem Einwande anders verhalten. Ein von Helmholtz erhobener Einwand besteht nämlich wesentlich darin, daſs wie Helmholtz bewiesen zu haben glaubt, aus dem von mir aufgestellten Grundgesetze folge, „daſs in gewissen Fällen bei vorwärts treibender Kraft der (getriebene) Punkt μ rückwärts beschleunigt werde und umgekehrt.“

Dieser Beweis beruht nun aber wesentlich darauf, daſs Helmholtz sowohl in Borchardt's Journ., Bd. 75, S. 47, als auch im Monatsberichte der Akad. d. Wiss. zu Berlin 1872, April 18, S. 253 von einer *lebendigen Kraft* $= \frac{1}{2}\left(\mu - \frac{1}{cc}\frac{ee'}{r}\cos\theta^2\right)q^2$ spricht, wo q diejenige Geschwindigkeit ist, mit welcher sich die Masse μ bewegt, wo aber die Gröſse $-\frac{1}{cc}\frac{ee'}{r}\cos\theta^2$ gar keine *wirklich vorhandene Masse* ist, viel weniger eine mit der Geschwindigkeit q sich bewegende Masse. Was nun Hr. Helmholtz damit hat andeuten wollen, daſs er von der Gröſse $\left(\mu - \frac{1}{cc}\frac{ee'}{r}\cos\theta^2\right)$ sagt, nicht daſs sie die Masse, welche sich mit der Geschwindigkeit q bewege, *sey*, sondern daſs sie diese Masse *vertrete* (Borchardt's Journal Bd. 75, S. 48), oder daſs sie *gleichsam* diese Masse sey (Monatsbericht 1872, April 18, S. 253), habe ich nicht errathen können, und begreife daher auch nicht, wie Helmholtz mit Hülfe dieser Vergleichung dazu gelangt ist, „als Folge des Weber'schen Gesetzes“ zu finden, „daſs in gewiſsen Fällen bei vorwärtstreibender Kraft der Punkt μ rückwärts beschleunigt werde, und umgekehrt“.

Ebenso wenig begreife ich, wie jene Gröſse, die eine Masse nur *vertrete* oder *gleichsam* eine Masse sey, auf eine andere wirklich vorhandene Masse *stossen* könne, und wie die Bewegungen derselben *nach dem Zusammenstosse* aus den Gesetzen bestimmt werden können, welche gelten würden, wenn es sich um *wirklich vorhandene mit der Geschwindigkeit q bewegte Massen* handelte.

In Borchardt's Journal sowohl als auch im Monatsberichte der Berliner Akademie hat Hr. Helmholtz die von ihm aus meinem Grundgesetze entwickelte Gleichung der lebendigen Kraft angeführt, die sich für den Fall blos *eines* beweglichen Massenpunkts μ mit dem elektrischen Quantum e in einem Raume, welcher von einer gleichmäſsig mit Elektricität belegten Kugeloberfläche vom Halbmesser R begrenzt ist, auf folgende Gleichung reducirt, wo ε das Quantum Elektricität auf der Flächeneinheit der Kugeloberfläche bezeichnet, nämlich:

$$\tfrac{1}{2}\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} . R\varepsilon e\right) q^2 - V + C = o.$$

V bezeichnet das Potential der *nicht elektrischen* Kräfte, und $\frac{dV}{ds}$ bezeichnet die *treibende Kraft*, wie Helmholtz angiebt. Es ergiebt sich aus dieser Gleichung durch Differentiation:

$$\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} . R\varepsilon e\right) q \frac{dq}{ds} - \frac{dV}{ds} = o;$$

also wenn $\frac{dV}{ds}$ positiv ist, d. i. nach Helmholtz's Angabe *bei vorwärtstreibender Kraft*, wenn zugleich $\left(\mu - \frac{4\pi}{c} . R\varepsilon e\right)$ *negativ* ist, nimmt q ab, das heiſst μ wird *rückwärts beschleunigt*.

Hierbei hat nun aber Helmholtz nur *einen Theil der treibenden Kraft* berücksichtigt, nämlich denjenigen, welcher sich aus dem Potential der *nicht elektrischen* Kräfte ergiebt. Den *anderen Theil der treibenden Kraft*, welcher aus dem *elektrischen Potential* $\left(\frac{4\pi}{6cc} R\varepsilon e . q^2\right)$ sich ergiebt, welches Potential von Helmholtz mit der lebendigen Kraft $\frac{1}{2}\mu q^2$

zusammen gezogen worden ist, blos weil es mit ihr den Factor q^2 gemein hat, hat Helmholtz gar nicht berücksichtigt, indem er sagt: *„bei vorwärtstreibender Kraft nimmt q ab, oder μ wird rückwärts beschleunigt, wenn* $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ *negativ ist“*. Es sollte statt dessen heifsen: Bei vorwärtstreibender *nicht elektrischer* Kraft wird μ rückwärts beschleunigt, wenn $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ negativ ist. Soll aber statt blos eines *Theils* der treibenden Kraft die *ganze treibende Kraft* in Rechnung gebracht werden, so erhält man aus der obigen Gleichung durch Differentiation:

$$\mu q \frac{dq}{ds} - \left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds} + \frac{dV}{ds}\right) = o,$$

wo $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds} + \frac{dV}{ds}\right)$ die *ganze treibende Kraft* ist, und hieraus folgt:

$$dq = \frac{ds}{\mu q}\left(\frac{4\pi}{3cc} \,.\, R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds} + \frac{dV}{ds}\right),$$

das heifst, mit Rücksicht darauf, dafs $\frac{ds}{\mu q}$ stets positiv ist, *bei vorwärtstreibender ganzer Kraft* (elektrische und nicht elektrische zusammen genommen) *wird μ stets vorwärts beschleunigt* und umgekehrt, wobei es ganz gleichgültig ist, ob $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ einen positiven oder negativen Werth hat.

Nachdem auf diese Weise das scheinbar Ungereimte in den von Helmholtz aus meinem Grundgesetze gezogenen Folgerungen beseitigt ist, bleibt immer noch ein überraschendes Resultat übrig, nämlich dafs nach diesem Gesetze eine das Theilchen μ in seiner Bewegung *retardirende nicht elektrische* Kraft, welche durch einen negativen Werth von $\frac{dV}{ds}$ dargestellt wird, mittelbar eine elektrische Kraft $= \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds}$ zur Folge habe, welche das Theilchen μ in seiner Bewegung *beschleunige*, und zwar mehr beschleunige als es von ersterer Kraft retardirt wird.

Der *unmittelbare Grund* dieser elektrischen Kraft

$\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds}\right)$ liegt nun aber nicht in der Kraft $\frac{dV}{ds}$, sondern, dem Grundgesetze gemäfs, in der vorhandenen *relativen Beschleunigung*, welche hier durch $q \frac{dq}{ds}$ dargestellt ist, woraus jene Kraft in angegebener Weise durch Multiplication mit $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e$ erhalten wird. Die Beschleunigung $q \frac{dq}{ds}$ selbst aber resultirt, nach allgemeinem Bewegungsgesetze, nicht aus *einer*, sondern aus *allen vorhandenen Kräften*, also nicht blos aus der *nicht elektrischen* Kraft $\frac{dV}{ds}$, sondern auch aus der *elektrischen* Kraft $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds}\right)$ selbst, nämlich durch Division der Summe beider Kräfte durch μ, wonach

$$q \frac{dq}{ds} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{dV}{ds} + \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds}\right).$$

Hiernach können nun allerdings die Werthe der *Beschleunigung* $q \frac{dq}{ds}$ und der *elektrischen Kraft* $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds}\right)$ mittelbar auch als blos abhängig von der gegebenen *nicht elektrischen Kraft* $\frac{dV}{ds}$ dargestellt werden, nämlich:

$$q \frac{dq}{ds} = \frac{1}{\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e} \cdot \frac{dV}{ds},$$

$$\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q \frac{dq}{ds} = \frac{\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e}{\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e} \cdot \frac{dV}{ds}.$$

Wenn also der gegebene Werth von $\frac{dV}{ds}$ *negativ* ist, so würde sich bei sehr kleinem negativen Werthe von $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ aus einer *gegebenen*, die mit der Geschwindigkeit q bewegte Masse μ *rückwärts treibenden*, *nicht elektrischen* Kraft eine viel grössere, dieselbe Masse *vorwärts treibende elektrische* Kraft ergeben.

Und da einleuchtet, dafs der Nenner $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ nur für einen positiven Werth von εe Null oder negativ

werden kann, d. h. nur dann, wenn die Elektricität, mit welcher die Kugeloberfläche belegt ist, von gleicher Art ist wie die Elektricität, welche an der beweglichen ponderablen Masse haftet, so ergiebt sich für $\mu > \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e$ die elektrische Kraft $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \,.\, q\frac{dq}{ds}\right)$ von *gleicher Richtung* wie die nicht elektrische Kraft $\frac{dV}{ds}$, und ihre *Gröfse*, welche für $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e = \frac{1}{2}\mu$ der anderen Kraft gleich ist, wächst mit zunehmendem Werthe von $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e$, bis sie für $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e = \mu$ *unendlich* wird und dann das *Vorzeichen wechselt.*

Ein solcher Sprung in der *Grösse und Richtung* der elektrischen Kraft, nämlich von $+\infty$ zu $-\infty$ könnte nun, wenn er aus dem Gesetze wirklich folgte, als eine Verletzung der Stetigkeit, allerdings mit Recht Anstofs erregen; ein solcher Sprung tritt wirklich aber nach dem Gesetze gar nicht ein, weil nämlich die Masse μ mit ihrer Ladung e in Folge der ihr ertheilten immer wachsenden Beschleunigung im Innern des Kugelraumes gar nicht so lange verweilen kann, bis $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e = \mu$ geworden ist, sondern schon früher bis an die vom festen Isolator gebildete Kugeloberfläche getrieben worden seyn müfste, durch deren Widerstand wieder Ruhe hergestellt worden wäre.

Diese Folgerungen, wie man hieraus sieht, enthalten durchaus nichts Ungereimtes, und können unter so ganz aufserordentlichen Verhältnissen, an deren wirkliche Darstellung doch gar nicht zu denken ist, nicht einmal für unerwartet gelten. Denn rechnet man für wirklich darstellbare elektrische Ladungen auf jedes Milligramm des ponderablen Trägers etwa 10 elektrostatische Einheiten Ladung, also $\frac{e}{\mu} = 10$, und rechnet man ferner dieselbe Ladung auf jedes Quadratmillimeter der Oberfläche, also $\varepsilon = 10$; so ergiebt sich aus $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e > \mu$ die Forderung,

einen kugelförmigen Isolator darzustellen, dessen Halbmesser $R > \frac{3cc}{400.\pi} > 46.10^{19}$ Millimeter wäre, d. h. gröfser als der Abstand der Erde von der Sonne 3 Millionen Mal genommen. —

Auf andere fast noch merkwürdigere, doch nicht ungereimte, Folgerungen aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung ist übrigens schon in der ersten Abhandlung über elektrodynamische Maafsbestimmungen im Jahre 1846 die Aufmerksamkeit gerichtet worden, insbesondere darauf, dafs die *Wechselwirkung zweier Körper* dadurch mittelbar von der *Gegenwart dritter Körper* abhängig gemacht werde, woraus Kräfte resultiren, welche Berzelius mit dem Namen *katalytischer* bezeichnet hat.

Finden nun aber auch diese Folgerungen keine Analogien in den aus anderen Gesetzen gezogenen Folgerungen, so kann doch sehr wohl die Frage aufgeworfen werden, ob dieser Mangel an Analogie ein Nachtheil oder ein Vorzug sey, da zur Erklärung vieler Erscheinungsgebiete, insbesondere solcher, welche mit der molecularen Constitution der Körper in näherer Beziehung stehen, alle Folgerungen aus dem Gravitationsgesetze und aus allen anderen nach Analogie mit demselben aufgestellten Gesetzen offenbar nicht führen können; Gesetze anderer Art also dazu nothwendig erscheinen.

IV.

Identität der in allen Körpern enthaltenen beweglichen Theile, deren Bewegung *Wärme*, *Magnetismus* oder *Galvanismus* ist.

Man theilt alle ponderablen Körper in feste, flüssige und luftförmige, und unterscheidet Statik und Dynamik dieser Körper, je nachdem man sie im Ruhe- oder im Bewegungszustande betrachtet. Indem man aber in der Statik dieser Körper von ihrem Ruhezustande spricht, bezeichnet man damit keineswegs einen Zustand der Ruhe *aller* in den Grenzen dieser Körper eingeschlossenen Theile, sondern nur der in diesen Grenzen eingeschlossenen *pon-*

derablen Theile. Ohne diese Beschränkung würde niemals vom Ruhezustande eines Körpers gesprochen werden können, weil in jedem Körper aufser seinen ponderablen Theilen noch andere Theile enthalten sind, die nie zur Ruhe kommen.

Denn *erstens* hat die genauere Erforschung aller an ponderablen Körpern beobachteten *elektrischen* Erscheinungen dahin geführt, dafs im Innern aller dieser Körper (auch sogenannter fester und in Ruhe befindlicher) bewegliche Theile vorhanden sind, nämlich elektrische, und dafs die Bewegungen dieser Theile im Innern jener Körper der Grund aller galvanischen und elektrodynamischen Erscheinungen und Wirkungen jener Körper seyen.

Zweitens hat die genauere Erforschung aller an ponderablen Körpern beobachteten *magnetischen* Erscheinungen, sowohl der paramagnetischen, als auch der diamagnetischen, ebenfalls dahin geführt, dafs im Innern aller dieser Körper bewegliche Theile vorhanden seyen, welche man lange Zeit unter dem Namen der *magnetischen Fluida* von jenen ersteren, nämlich von den elektrischen, zu unterscheiden versucht hat. Von diesen magnetischen Fluidis wurde behauptet, dafs sie im Innern der Körper nach Verschiedenheit der Verhältnisse verschieden *vertheilt* sein könnten, dafs sie aber unter beharrlichen Verhältnissen zu Ruhe und Gleichgewicht gelangten. In der *Vertheilung* dieser magnetischen Fluida liege der Grund der magnetischen Erscheinungen, ohne dafs es dazu fortdauernder Bewegungen derselben bedürfe. Doch hat die weiter geführte Untersuchung ergeben, dafs in solchen ruhenden magnetischen Fluidis, wie sie auch vertheilt sein mögen, nicht der Grund von *allen* magnetischen Erscheinungen (paramagnetischen und diamagnetischen) liegen könne; dafs aber *alle* diese Erscheinungen aus dem Vorhandensein *fortwährend bewegter Theile im Innern der ponderablen Körper* erklärt werden können, und zwar der nämlichen Theile, deren Bewegungen der Grund aller galvanischen und elektrodynamischen Erscheinungen und Wirkungen sind, nämlich der *elektrischen.*

Drittens kommt endlich noch hinzu, dafs auch die Erforschung der jedem ponderablen Körper zukommenden *Temperatur* dahin geführt hat, dafs im Innern aller dieser Körper bewegliche Theile vorhanden sind, und dafs der Grund aller an diesen Körpern beobachteten Temperaturerscheinungen, d. i. die *Wärme*, in Bewegungen dieser Theile bestehe.

Sind nun die in allen ponderablen Körpern enthaltenen beweglichen Theile, deren Bewegungen der Grund aller galvanischen Wirkungen sind, keine anderen Theile als diejenigen, deren Bewegungen der Grund aller magnetischen Wirkungen (paramagnetischen und diamagnetischen) sind; so ist die Vermuthung sehr nahe gelegt, dafs auch die in allen ponderablen Körpern enthaltenen Theile, deren Bewegung *Wärme* ist, identisch seyen mit den im Innern der ponderablen Körper enthaltenen Theilen, deren Bewegung *Magnetismus* ist, folglich auch identisch mit den im Innern der ponderablen Körper enthaltenen Theilen, deren Bewegung *Galvanismus* ist. Wenn man nämlich auch im Innern der Körper das Vorhandensein von Theilen, die sich bewegen, während die ponderablen Theile in Ruhe verharren, im Allgemeinen zugeben mufs; so wird man doch viel mehr Bedenken tragen, das Vorhandenseyn *mehrerer Arten solcher Theile*, und zwar in jedem kleinsten Körpertheile, anzunehmen, die von einander gehörig zu sondern und jede einzeln genauer zu erforschen wenig Aussicht vorhanden sein würde. — Diese vermuthete Identität wird nun auch durch Thatsachen bestätigt, die in folgendem näher betrachtet werden sollen.

V.

Identität der von der elektromotorischen Kraft im Strome erzeugten lebendigen Kraft mit der vom Strome im Leiter erzeugten Wärme.

Die Wärmeerzeugung durch den galvanischen Strom im Stromleiter ist Gegenstand vieler Untersuchungen gewesen, durch welche das Gesetz begründet worden ist, dafs das *mechanische Aequivalent der erzeugten Wärme* im

Zeitelemente dt gleich ist dem Produkte von dt in das Quadrat der Stromintensität i und den Widerstand w des Leiters, durch welchen der Strom geht, beide nach absoluten magnetischen Maafsen gemessen. Doch ist dabei zu bemerken, dafs die meisten hierüber ausgeführten Messungen wirklich gar nicht auf absolute Maafse zurückgeführt worden sind, und dafs diese Zurückführung, wo sie versucht worden, doch noch nicht die wünschenswerthe Genauigkeit und Sicherheit erlangt hat, weil es bisher an Widerstandsskalen mit genau verbürgter Reduction auf absolutes Maafs gefehlt hat. Denn die einzigen zu solchen Zwecken bisher brauchbaren Widerstandsskalen sind die erst in neuester Zeit von Siemens ausgeführten, und die einzige genau verbürgte Reduction dieser Skalen auf absolutes Widerstandsmaafs ist erst von Kohlrausch (Ergänzungsband VI, 1873, S. 1) gegeben worden.

Hiernach wäre streng genommen nur das Gesetz der *Proportionalität* der Wärmeerzeugung mit dem Product $iiwdt$ als bewiesen zu betrachten, und es würde, um *Gleichheit* dafür setzen zu können, noch feinerer absoluter Maafsbestimmungen bedürfen als bisher haben ausgeführt werden können. Wir wollen indessen diese *Gleichheit*, obwohl sie noch nicht mit hinreichender Genauigkeit, aber doch näherungsweise bewiesen worden ist, hier einstweilen annehmen, was auch von andern Physikern geschehen ist.

Nach den beim Ausspruch dieses Gesetzes zu Grunde gelegten *magnetischen Maafsen* ist nun aber bekanntlich der Leitungswiderstand $w = \frac{e}{i}$, wo e die elektromotorische Kraft und i die Intensität des von dieser Kraft im Leiter hervorgebrachten Stroms bezeichnet. Das mechanische Aequivalent der vom Strome im Zeitelemente dt erzeugten Wärme kann daher, statt durch $iiwdt$ auch durch $eidt$ dargestellt werden.

Ferner ergiebt sich, dafs *nach magnetischen Maafsen*

erstens die Stromintensität $i = 2Eu \cdot \frac{\sqrt{2}}{c}$ ist [1]), wo mit $2Eu$ die Summe des Products der in der Längeneinheit des Leiters enthaltenen positiven Elektricität in elektrostatischen Einheiten $+E$ in ihre Geschwindigkeit $+u$, und des Products der in der Längeneinheit des Leiters enthaltenen negativen Elektricität in elektrostatischen Einheiten $-E$ in ihre Geschwindigkeit $-u$ bezeichnet wird.

Zweitens ergiebt sich, dafs *nach magnetischen Maafsen* die elektromotorische Kraft $e = \frac{f}{E} \cdot \frac{c}{\sqrt{2}}$ ist [2]), wo f die halbe Differenz der in mechanischem Maafse ausgedrückten Kräfte, welche auf die positive und auf die negative Elektricität im Leiter nach Richtung des Leiters wirken, und E die Zahl der elektrostatischen Einheiten, welche in der

1) Siehe die vierte Abhandlung über Elektrodynamische Maafsbestimmungen, 1857, S. 264, wo das Verhältnifs des magnetischen Maafses der Stromintensität zum mechanischen $= c\sqrt{2} : 4$ angegeben ist. — Die Stromintensität nach mechanischem Maafse wird, indem blos die positive Elektricität berücksichtigt wird, wie dies auch bei der Bestimmung der Stromrichtung üblich ist, durch Eu ausgedrückt, wo E die in der Längeneinheit des Leiters enthaltene positive Elektricität in elektrostatischen Einheiten, und u die Geschwindigkeit bezeichnet, mit der sich dieselbe bewegt. Siehe die erste Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen 1846. Art. 21, S. 114 f. — Hiernach ergiebt sich die Stromintensität nach magnetischem Maafse $i = Eu \cdot \frac{2\sqrt{2}}{c}$.

2) Unter der auf einen Leiter ausgeübten elektromotorischen Kraft versteht man die Differenz der in mechanischem Maafse ausgedrückten Kräfte, welche auf die positive und auf die negative Elektricität im Leiter wirken würden, wenn jede Längeneinheit des Leiters die Einheit der positiven und negativen Elektricität enthielte. Und zwar wenn jede Längeneinheit die *elektrostatische Einheit* positiver und negativer Elektricität enthielte, so würde die auf den Leiter wirkende elektromotorische Kraft in *mechanischem Maafse* ausgedrückt seyn; wenn sie dagegen die *magnetische Einheit* positiver und negativer Elektricität enthielte, welche $\frac{c}{2\sqrt{2}}$ Mal gröfser ist als die elektrostatische, so würde die auf den Leiter wirkende elektromotorische Kraft in *magnetischem Maafse* ausgedrückt seyn. — Bezeichnet man nun

Längeneinheit des Leiters an positiver oder negativer Elektricität enthalten sind, bezeichnet.

Hieraus folgt das mechanische Aequivalent der vom Strome im Leiter erzeugten Wärme:
$iiwdt = eidt = 2fudt = (+f).(+udt) + (-f).(-udt)$,
gleich der Summe der Producte der auf jedes strömende Theilchen wirkenden Kraft in den von diesem Theilchen in der Richtung der auf dasselbe wirkenden Kraft zurückgelegten Weg, d. i. gleich der Stromarbeit.

Wirkt nun keine andere Kraft auf die im Leiter strömende Elektricität als die elektromotorische Kraft, so leuchtet ein, dafs die lebendige Kraft der strömenden Elektricität zunehmen mufs, und dafs die Gröfse dieser Zunahme durch die Gröfse der *Stromarbeit* gegeben ist. Aus dieser Zunahme der lebendigen Kraft der strömenden Elektricität folgt dann ferner eine Zunahme der Geschwindigkeit mit welcher die strömende Elektricität sich bewegt. Wenn daher die strömende Elektricität im Leiter in gar keine andere Bewegung geriethe als in Strombewegung, so würde daraus ein stetiges Wachsthum der Stromintensität folgen, was aber in Widerspruch stehen würde mit dem hier vorausgesetzten *beharrlichen Strome*, zu dessen Hervorbringung nach dem Ohm'schen Gesetze eine beharrliche elektromotorische Kraft erfordert wird.

Es bleibt daher in dem hier vorausgesetzten Falle nur übrig, dafs die Elektricität im Leiter sich *nicht immer in blofser Strombewegung* befinde, sondern dafs diese Strombewegung zeitweise in eine *andere* Bewegung übergehe und umgekehrt.

mit $2f$ die Differenz der in mechanischem Maafse ausgedrückten Kräfte, welche auf die im Leiter enthaltene positive und negative Elektricität wirklich wirken, und mit E die Zahl der elektrostatischen Einheiten, welche in jeder Längeneinheit an positiver oder negativer Elektricität enthalten ist; so ergiebt sich die auf den Leiter ausgeübte elektromotorische Kraft in *mechanischem Maafse* ausgedrückt $= \frac{2f}{E}$, in *magnetischem Maafse* $e = \frac{f}{E} \cdot \frac{c}{\sqrt{2}}$.

Ist nun diese *andere* Bewegung die im Leiter stets vorhandene Bewegung der Elektricität um die ponderablen Molecüle herum, die der Grund von allen magnetischen (paramagnetischen und diamagnetischen) Erscheinungen ist, und an der eine so grofse Menge Elektricität Theil nimmt, dafs die Menge der strömenden Elektricität dagegen verschwindet; so ergiebt sich von selbst, dafs die strömende Elektricität immer mit geringerer Geschwindigkeit von den vorhergehenden Molecularströmen ausgegangen sein mufs, als sie zu den folgenden Molecularströmen hingelangt, in Folge der Beschleunigung, die sie auf ihrem Wege durch die elektromotorische Kraft erlitten hat; dass aber die von der strömenden Elektricität dadurch gewonnene Zunahme an lebendiger Kraft an der nächsten Station sogleich an die Molecularströme wieder abgegeben wird, so dafs bei beharrlichem Strome blos die *Molecularströme* an lebendiger Kraft zunehmen. Diese Zunahme an lebendiger Kraft ist nichts anderes als die vom Strome im Leiter erzeugte Wärme selbst, wie sich daraus ergiebt, dafs sie dem mechanischen Aequivalent der erzeugten Wärme gleich ist, was, wie schon bemerkt, wenigstens näherungsweise bewiesen worden ist. — Es wird hierdurch die am Schlusse des vorigen Artikels ausgesprochene Vermuthung bestätigt, dafs die in allen ponderablen Körpern enthaltenen beweglichen Theile, deren Bewegung *Wärme* ist, *identisch* sind mit den in allen ponderablen Körpern enthaltenen Theilen, deren Bewegung *Magnetismus* ist. Es giebt keine andern von den ponderablen unabhängig beweglichen Theile im Innern der Körper als diese, nämlich die *elektrischen* Theile.

VI.

Bewegung der Elektricität in Conductoren.

Befindet sich die Elektricität in allen Körpern fortwährend in Bewegung, besonders um die ponderablen Molecüle herum, und sind diese Bewegungen der Grund aller *galvanischen*, *magnetischen* und *Wärmeerscheinungen*; so

gilt dies auch von der Elektricität in *Conductoren*, zumal in *metallischen Conductoren*, die sich vor allen andern Körpern durch ihr *galvanisches* Verhalten, ferner in Beziehung auf *Wärmeleitung* und einige endlich, wie Eisen und Wismuth, auch durch ihren *Magnetismus* oder *Diamagnetismus* auszeichnen, wovon der Grund offenbar in besonderen Verhältnissen zu suchen ist, in welchen die Elektricität in diesen Körpern sich befindet.

Elektrische Strombewegungen finden vorzugsweise in *metallischen Leitern* statt, und zwar *rein elektrische* (nämlich solche, wo nur die Elektricität strömt, ohne Theilnahme der ponderablen Theile), *nur* in metallischen Leitern; denn in *nicht metallischen* sogenannten feuchten oder *zersetzbaren Leitern* findet keine Strömung ohne *elektrolytische* Wirkung statt, d. h. nicht ohne Theilnahme ponderabler Theile an der Strömung, und zwar anderer ponderabler Theile an der Strömung der positiven Elektricität, anderer an der Strömung der negativen.

Zunächst nun bedarf die *Beharrlichkeit* elektrischer Ströme in metallischen Leitern einer näheren Erläuterung. Es ist nämlich aus den Ohm'schen Gesetzen bekannt, dafs in geschlossenen Leitern ein *beharrlicher Strom* nur unter beharrlicher Fortwirkung einer bestimmten *elektromotorischen Kraft* existiren kann, und nach dem vorigen Artikel müfste eine solche elektromotorische Kraft die in ihrer Richtung strömende Elektricität *beschleunigen*, wodurch also die Stromintensität verändert würde.

Besteht aber der Strom im Leiter, wie im vorigen Artikel angegeben, aus lauter *Stromelementen*, in welchen die Strombewegung ununterbrochen nur von einem Leitermolecüle zum andern geht, und vermischt sich ein elektrisches Theilchen, wenn es durch diese Strombewegung zum andern Leitermolecüle gelangt ist, mit der hier vorhandenen Elektricität, die sich um dieses Molecüle herum bewegt, indem es selbst von Strombewegung zu Rotationsbewegung *übergeht*, während statt seiner irgend ein anderes Theilchen der hier vorhandenen Elektricität, indem es um-

gekehrt von Rotationsbewegung zu Strombewegung *übergeht*, ein zweites Stromelement bildet u. s. w.; so leuchtet ein, dafs zwar Beschleunigung der Elektricität in jedem Stromelemente durch die elektromotorische Kraft stattfinden mufs, dafs aber darum keine Intensitätszunahme des ganzen Stromes stattzufinden braucht, wenn nämlich in allen Stromelementen die elektrischen Theilchen ihre Strombewegung mit einer immer gleichen, *aber geringeren* Geschwindigkeit beginnen und dieselbe auch mit einer immer gleichen *aber gröfseren* Geschwindigkeit beschliefsen.

Es geht daraus hervor, dafs in metallischen Leitern der *Uebergang* elektrischer Theilchen von Rotationsbewegung zu Strombewegung und umgekehrt eine besondere Rolle spielen müsse; denn durch diesen Uebergang soll die elektrische Leitung selbst vermittelt werden.

Dazu kommt nun aber, dafs *Elektrische Leitung* und *Wärmeleitung* in metallischen Conductoren in nächster Beziehung stehen, und es leuchtet ein, dafs, wenn Wärme wirklich identisch mit der lebendigen Kraft der im Innern der ponderablen Körper sich fortwährend bewegenden Elektricität ist, *Wärmeleitung in metallischen Conductoren* ebenso wie elektrische Stromleitung durch den *Uebergang* von Rotationsbewegung in Strombewegung und umgekehrt vermittelt werden mufs.

Liegt nun der Grund des elektrischen und Wärme-Leitungsvermögens metallischer Leiter darin, dafs die in Rotationsbewegung befindlichen elektrischen Theile in Strombewegung *übergehen* können und umgekehrt, so fragt sich, wovon dieser Uebergang abhängt, und warum derselbe in *Conductoren* stattfinde, in *Isolatoren* aber nicht stattfinde. Zu diesem Zwecke gehen wir zu den in der letzten Abhandlung über elektrodynamische Maafsbestimmungen (im 10. Bd. der Abhandlungen d. K. S. Ges. d. Wiss. 1871, Art. 16) betrachteten Molecularbewegungen zweier *ungleichartiger* elektrischer Theilchen über und zu den darauf sich gründenden Verschiedenheiten der molecularen *Körperconstitutionen*.

Beschränken wir uns nämlich auf solche Systeme, welche aus Paaren von Theilchen bestehen, von denen das eine $-e$ negativ elektrisch und an eine ponderable Masse gebunden ist, das andere $+e$ positiv elektrisch ist und sich um ersteres herum bewegt, so können solche Systeme sich durch folgende Eigenschaften gradweise von einander unterscheiden.

Erste Eigenschaft. Jedem solchem Systeme kommt ein bestimmter und zwar negativer Werth von ϱ zu (wenn nämlich $\frac{ee'}{a} = \varrho$ gesetzt wird und die Vorzeichen von e und e' davon abhängig gemacht werden, ob die damit bezeichneten Theilchen der positiven oder negativen Elektricität angehören), der für verschiedene Systeme sehr verschieden seyn kann. Es ist also eine *Eigenschaft* solcher Systeme, dafs jedem derselben ein bestimmter Werth von ϱ, oder von ϱcc, zukommt, durch den es von andern Systemen unterschieden werden kann.

Zweite Eigenschaft. Nach Art. 11 a. a. O. ist $rr\alpha\alpha = r_0 r_0 \alpha_0 \alpha_0$ (wenn r_0, α_0 die anfänglichen, r, α die gegenwärtigen Werthe der Entfernung beider Theilchen von einander und ihrer relativen Geschwindigkeit in der Richtung senkrecht auf ihre Verbindungslinie bezeichnen) eine *Constante* des Systems, so lange wenigstens, als keine andern Kräfte auf die Theilchen wirken, als die, welche aus ihrer Wechselwirkung resultiren. Diese *Constante* ist eine *zweite Eigenschaft*, welche ebenfalls zur Unterscheidung verschiedener Systeme dienen kann; jedoch sind dadurch keine *bleibenden* Unterscheidungen gegeben, sondern es können in Folge *äufserer* Einflüsse Uebergänge von einem Systeme zu einem andern stattfinden.

Dritte Eigenschaft. Bei einem *beharrlichen* Systeme kann zwar der Abstand beider Theilchen sich ändern, aber es mufs einen endlichen kleinsten Abstand r_0, sowie auch einen gröfsten r^0 geben, der von ersterem abhängt. Der Werth des kleinsten Abstandes r_0 kann nun für verschiedene Systeme verschieden seyn und kann daher als

eine *dritte* zur Unterscheidung verschiedener Systeme dienende *Eigenschaft* betrachtet werden, die jedoch ebenfalls Aenderungen in Folge von äufseren Einflüssen unterworfen ist.

Bezeichnet man nun den aus den 3 Constanten ϱcc, $r_0 r_0 \alpha_0 \alpha_0$ und r_0 durch Division der zweiten mit dem Product aus der ersten und letzten gebildeten Quotienten eines solchen Systems (worin $\varrho = \frac{ee'}{a}$, wie schon bemerkt, einen negativen Werth hat) mit $-n$, setzt also

$$n = -\frac{r_0 \alpha_0 \alpha_0}{\varrho cc},$$

so ergiebt sich nach Art. 16 a. a. O. folgende Bewegungsgleichung, worin u die relative Geschwindigkeit beider Theilchen bezeichnet, nämlich:

$$\frac{\varrho - r}{\varrho} \cdot \frac{uu}{cc} = \left(\frac{r}{r_0} - 1\right) \cdot \left(n\left[\frac{r_0}{r} + 1\right] - 1\right).$$

Es folgt hieraus, dafs für $u = o$ entweder $r = r_0$ oder $r = \frac{n}{1-n} r_0 = r^0$ ist.

Ferner ergiebt sich daraus die Unterscheidung zwischen *beharrlichen* und *nicht beharrlichen* Systemen, nach den Werthen von n. Ein *beharrliches System*, nämlich mit r_0 als kleinstem und r'' als gröfstem Werthe von r, existirt nur für $1 > n > \frac{1}{2}$, d. i. wenn der Werth von n zwischen $\frac{1}{2}$ und 1 liegt; denn für $n > 1$ und für $n < o$ ergiebt sich, dafs für r^0, was wesentlich positiv ist, gar kein Werth existirt, und für $\frac{1}{2} > n > o$ würde $r = r^0 < r_0$ erhalten werden, d. h. die Gleichung würde dann nicht dazu dienen, aus dem kleineren der beiden Werthe von r, für welche $u = o$ ist, den gröfseren zu finden, sondern umgekehrt aus dem gröfseren den kleineren.

Alle *beharrlichen* Systeme lassen sich sodann in zwei Classen theilen, nämlich in solche, wo $\frac{1}{2} < n < 1 - \varepsilon$ ist, welche *Isolatoren* sind, und in solche, wo $1 - \varepsilon < n < 1$ ist, welche *Conductoren* sind. Hierin wird ε dadurch bestimmt, dafs für $n = 1 - \varepsilon$ der gröfsere Werth von r, für welchen $u = o$ ist, welcher mit r^0 bezeichnet worden, so

grofs ist, dafs das bewegte Theilchen in die Wirkungssphäre des Nachbarsystems eintritt, und daher aus einem System ins andere übergeht. Setzt man diesen Werth von $r^0 = (1 + \mu) r_0$ und beachtet, dafs allgemein $r^0 = \frac{n}{1-n} r_0$ ist, so erhält man für $n = 1 - \varepsilon$ die Gleichung $1 + \mu = \frac{n}{1-n}$ folglich $\varepsilon = \frac{1}{2+\mu}$.

Für den Werth $n = 1 - \varepsilon$, wo der *Uebergang vom Isolator zum Conductor* stattfindet, ist das Leitungsvermögen $= 0$, und dasselbe wächst mit n, wenn letzteres gröfser als $1 - \varepsilon$ ist und noch zunimmt.

VII.

Zweierlei Wärmeverbreitung in ponderabelen Körpern.

Die Betrachtungen des vorigen Artikels waren im Wesentlichen auf die Bewegungsgesetze zweier elektrischer Theilchen, die blos ihrer eigenen Wechselwirkung überlassen sind, gebauet. Waren andere Theilchen noch vorhanden, so wurden dieselben so entfernt angenommen, dafs ihr Einfluſs gegen den der beiden betrachteten Theilchen auf einander nahezu verschwinde. Nur in dem Falle, wo die beiden Theilchen eines Paares sich immer weiter von einander entfernen, mufs es eine Gränze geben, über die hinaus der Einfluſs der andern Theile gröfser als die Wechselwirkung der betrachteten Theile auf einander wird. Die für diesen Uebergang geltenden Bewegungsgesetze lassen sich aber bekanntlich nicht vollständig und allgemein entwickeln. Es ist daher im vorhergehenden Artikel nur das eine Resultat angeführt worden, dafs die beiden Theile, welche bisher ein Paar bildeten, von einander getrennt werden, und mit andern Theilen sich zu neuen Paaren vereinigen.

Ist nun *Wärme* die lebendige Kraft beweglicher Theile im Innern ponderabler Körper, und sind diese beweglichen Theile positiv elektrische, die sich um negativ elektrische an ponderablen haftende Theile herum bewegen, so leuchtet

ein, dafs in *metallischen Conductoren*, wie sie im vorigen Artikel definirt worden, an der Gränzfläche je zweier Conductorelemente, *Wärmeverbreitung durch Leitung* stattfinden werde, und zwar gleichzeitig in entgegengesetzten Richtungen, indem nämlich einzelne positiv elektrische Theilchen mit der Tangential-Geschwindigkeit ihrer Rotationsbewegung von einem Molecül auf der einen Seite herkommend die Gränzfläche überschreiten und sich mit der rotirenden Elektricität eines Molecüls auf der anderen Seite der Gränzfläche vermischen und umgekehrt. Diese *Wärmeverbreitung in metallischen Conductoren*, welche durch Uebertragung von lebendiger Kraft *sammt ihrem Träger* erfolgt, heifse *Wärmeverbreitung durch Emission* oder kurz *Wärmeleitung*.

Nun findet aber in *Isolatoren* ebenfalls *Wärmeverbreitung* statt, d. h. Uebertragung von lebendiger Kraft vom Molecül auf der einen Seite zum Molecül auf der andern Seite der Gränzfläche zweier Isolatorelemente, und umgekehrt, jedoch ohne dafs die elektrischen Theilchen, welche die Träger dieser lebendigen Kräfte sind, selbst die Gränzfläche überschritten. Diese *zweite Art von Wärmeverbreitung*, wie sie bei Isolatoren stattfindet, durch *Uebertragung von lebendiger Kraft ohne ihren Träger*, heifse *Wärmeverbreitung durch Strahlung*, oder kurz *Wärmestrahlung*. Sie findet auch statt von einem ponderablen Körper zum andern durch den leeren Raum, z. B. durch den Weltenraum.

Für diese Wärmeverbreitung durch Strahlung im leeren Raume oder in Isolatoren gilt bekanntlich dasselbe wie für die Lichtstrahlung, nämlich dafs sie durch Wellenfortpflanzung vermittelt wird, was die Existenz eines wellenfortpflanzenden Mediums voraussetzt. Die Beschaffenheit dieses Mediums hat man bisher aus den Gesetzen der Wellenbewegungen, wie sie aus den Beobachtungen der Lichterscheinungen gefunden worden, kennen zu lernen gesucht; bestände nun aber dieses Medium aus Elektricität, und besäfse man nähere Kenntnifs von seiner Con-

stitution, so würde es möglich seyn, aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung die Gesetze jener Wellenbewegungen zu entwickeln und die Lichterscheinungen daraus zu erklären, was auch wirklich auf verschiedene Weise versucht worden ist, worauf aber näher einzugehen hier zu weit führen würde.

VIII.

Ueber die von Kohlrausch entwickelte Ansicht von der Thermo-Elektricität.

Wir haben zwei Arten der Wärmeverbreitung, nämlich Leitung und Strahlung unterschieden, welche mit zwei Arten der Verbreitung elektrischer Bewegung zusammenfallen, nämlich mit der Verbreitung der Bewegung entweder mit ihrem Träger oder ohne ihren Träger. Die *erstere* Verbreitungsweise findet in *metallischen Leitern* statt, in denen die Elektricität auch durch *elektromotorische Kräfte* in Strombewegung versetzt werden kann.

Die elektrischen Strömungen aber, welche stattfinden, auch wenn die Theilchen von keinen elektromotorischen Kräften getrieben werden, sondern indem sie blos den Gesetzen folgen, nach welchen sie sich vermöge ihrer Wechselwirkung um einander bewegen, wobei sie sich aber von einander entfernen, bis sie die Moleculargränzen überschreiten, unterscheiden sich wesentlich von den durch elektromotorische Kräfte hervorgebrachten elektrischen Strömen dadurch, dafs bei ersteren durch die Gränzfläche *zweier gleicher und gleich warmer* Molecüle vorwärts gleich viel Elektricität wie rückwärts geht, während bei den durch *elektromotorische Kräfte* hervorgebrachten Strömen durch die Gränzfläche in der Richtung der Kraft eine gröfsere Menge Elektricität als in entgegengesetzter Richtung geht. Jene entgegengesetzt gleichen Ströme heben einander auf, so dafs kein Strom im engeren Sinne übrig bleibt; denn unter Strom im engeren Sinne versteht man nur die *Differenz* der beiden entgegengesetzten Strömungen.

Bei *gleichen aber ungleich warmen* Molecülen eines me-

tallischen Leiters, auf den sonst keine elektromotorische Kräfte wirken, durch die ein beharrlicher Strom in geschlossener Kette hervorgebracht würde, kann zwar während eines Augenblicks von dem wärmeren Molecüle durch die Gränzfläche zum kälteren eine gröfsere Menge Elektricität gehen als rückwärts, aber dieser Augenblick dauert nur so lange, bis der zu den kälteren Molecülen gelangende Ueberschufs von Elektricität eine Ladung erzeugt hat, die eine elektromotorische Kraft am Orte der Gränzfläche ausübt, durch welche eben so viel Elektricität von den kälteren Molecülen durch die Gränzfläche rückwärts getrieben wird, als ohnedem vorwärts, so dafs dadurch wieder Gleichheit hergestellt wird.

Nach so hergestellter Gleichheit ist der *elektrische Strom*, welcher einen Augenblick durch die Gränzfläche ging, verschwunden; der *Wärmestrom* dagegen kann auch dann noch fortdauern, wenn nämlich die von den wärmeren Molecülen kommenden Theilchen *mit gröfserer Geschwindigkeit* sich bewegen, als die von den kälteren kommenden. Man sieht hieraus, dafs aus dem engen Zusammenhange zwischen Wärmeströmung und elektrischer Strömung, welcher darauf beruht, dafs beide von der durch die Gränzfläche gehenden Elektricität herrühren, *keineswegs nothwendig folge*, dafs kein Wärmestrom ohne elektrischen Strom existiren könne, oder umgekehrt.

Nach der von Kohlrausch über *Thermoelektricität* in den „Nachrichten d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen“ 1874, S. 65 entwickelten Ansicht soll nun aber ein solcher Zusammenhang zwischen Wärmeströmen und elektrischen Strömen *wirklich* existiren, in der Art wie es der Fall sein würde, wenn Elektricität und Wärme zwei Körper wären, welche unter einander durch Cohäsionskräfte zusammenhingen, wo dann von einer Fortführung der Wärme durch die Elektricität, ebenso wie der Elektricität durch die Wärme sehr wohl die Rede seyn könnte. Nun ist aber die Wärme kein Körper, sondern die lebendige Kraft eines Körpers, und der *Wärmestrom* folglich die Uebertragung

von lebendiger Kraft von einem Ort zum andern, *entweder* mit ihrem Träger, wie in metallischen Leitern, *oder* ohne Träger, wie in Isolatoren. Nur im *ersteren* Falle, leuchtet ein, nämlich in metallischen Leitern, könnte möglicher Weise der von Kohlrausch vermuthete Zusammenhang stattfinden; im *letzteren* Falle ist ein solcher Zusammenhang nicht möglich, weil dann gar kein elektrischer Strom existirt.

Durch ein Element f der Gränzfläche zwischen zwei metallischen Leiterelementen gehe von den wärmeren Molecülen auf der einen Seite zu den kälteren auf der andern Seite der Gränzfläche in der Zeiteinheit die elektrische Masse ε (in Milligrammen) mit der Geschwindigkeit α. Durch dasselbe Element der Gränzfläche gehe von den kälteren Molecülen zu den wärmeren rückwärts die Masse ε' mit der Geschwindigkeit α'. Hierdurch ist ein durch f gehender *elektrischer Strom* und zugleich ein durch f gehender *Wärmestrom* gegeben, jener von der Intensität $i = (\varepsilon - \varepsilon')$, nach mechanischem Maafse (Milligramm als Masseneinheit), dieser von der Intensität $W = (\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha')$, nach mechanischen Aequivalenten.

Hienach sind im Allgemeinen folgende Fälle möglich: 1) dafs $\varepsilon = \varepsilon'$ wäre, wo ein Wärmestrom von der Intensität $\varepsilon(\alpha\alpha - \alpha'\alpha')$ ohne elektrischen Strom existiren würde; 2) dafs $\varepsilon\alpha\alpha = \varepsilon'\alpha'\alpha'$ wäre, wo ein elektrischer Strom von der Intensität $(\varepsilon - \varepsilon')$ existiren würde ohne Wärmestrom; 3) dafs, wenn auch weder $\varepsilon = \varepsilon'$ noch $\varepsilon\alpha\alpha = \varepsilon'\alpha'\alpha'$ wäre, doch ein bestimmtes Verhältnifs zwischen $(\varepsilon - \varepsilon')$ und $(\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha')$ stattfände, was bei Temperaturänderungen des Leiters constant bliebe, aber nach sonstiger Verschiedenartigkeit der Leiter verschieden wäre. — Der dritte Fall stimmt wesentlich mit der von Kohlrausch über Thermoelektricität entwickelten Ansicht überein.

Kohlrausch macht nämlich die Annahme, dafs das Verhältnifs der Intensitäten des elektrischen und des Wärmestroms $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'}$ für jeden Leiter constant, jedoch abhängig von der Beschaffenheit des Leiters sey, und be-

zeichnet dasselbe mit α, wonach die Stromintensität $i = \alpha W$, wenn W die Intensität des Wärmestroms bezeichnet. Aus dieser Annahme ergiebt sich nun nach Kohlrausch sowohl das Gesetz der thermoelektromotorischen Kräfte, nämlich, dafs die thermoelektromotorischen Kräfte nur von den Temperaturen der Contactstellen abhängen und der Temperaturdifferenz proportional sind, als auch das Gesetz der Peltier'schen Wärmeentwickelung, wonach an der Berührungsstelle zweier Leiter eine Entwickelung resp. Absorption von Wärme stattfindet, je nachdem daselbst der Strom zu einem Leiter von kleinerer resp. gröfserer thermoelektrischen Constante geht.

Dem dritten Falle, nämlich dafs zwischen $(\varepsilon - \varepsilon')$ und $(\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha')$ ein bestimmtes Verhältnifs stattfinde, wird offenbar genügt, wenn $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ gesetzt wird. Unter dieser Beschränkung findet aber die von Kohlrausch gegebene Herleitung des Gesetzes der thermoelektromotorischen Kräfte auf Thermosäulen, wo jeder von den die geschlossene Kette bildenden Leitern an seinen beiden Enden verschiedene Temperatur besitzt, keine Anwendung, weil jede Temperaturdifferenz in einem (homogenen) Leiter ihren Grund nur in Verschiedenheiten der Werthe von $\alpha\alpha$ und $\alpha'\alpha'$ haben kann. Aus der Unveränderlichkeit von $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'}$, welche aus $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ resultirt, läfst sich daher das *erste* Gesetz, nämlich das Gesetz der thermoelektromotorischen Kräfte, nicht ableiten, wohl aber das *zweite* Gesetz, nämlich das Gesetz der Peltier'schen Wärmeentwickelung resp. Wärmeabsorption.

Hat man nämlich zwei verschiedene metallische Leiter und bezeichnet man den für $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ constanten Quotienten $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'}$, für den einen Leiter mit m, für den andern mit n, so erhält man die Wärmemenge, welche durch die Gränzfläche der beiden letzten Elemente des ersten Leiters geht, $= m(\varepsilon - \varepsilon')$; die Wärmemenge, welche durch die Gränzfläche der beiden ersten Elemente

des zweiten Leiters geht, $= n\ (\varepsilon - \varepsilon')$. Geht also ein Strom von der Stärke $(\varepsilon - \varepsilon')$ durch die von beiden Leitern gebildete geschlossene Kette hindurch, so wird an der Stelle, wo der erste Leiter den zweiten berührt, die Wärmemenge $(m - n)\ (\varepsilon - \varepsilon')$ entwickelt; an der andern Berührungsstelle, wo nämlich der zweite Leiter den ersten berührt, wird dagegen die Wärmemenge $(n - m)\ (\varepsilon - \varepsilon')$ *entwickelt*, oder, was dasselbe ist, die Wärmemenge $(m - n)$ $(\varepsilon - \varepsilon')$ wird daselbst *absorbirt*.

Es bleibt nun aber aufser den oben angeführten drei Fällen noch ein vierter Fall zu betrachten übrig, nämlich aufser den Fällen, wo in den Quotienten entweder $\varepsilon = \varepsilon'$, oder $\varepsilon\alpha\alpha = \varepsilon'\alpha'\alpha'$, oder $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ ist, bleibt noch 4) der Fall zu betrachten, wo, wenn auch weder $\varepsilon = \varepsilon'$ noch $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ ist, doch eine Abhängigkeit des Verhältnisses $\frac{\alpha\alpha}{\alpha'\alpha'}$ von dem Verhältnisse $\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$ stattfindet, wo z. B. $\frac{\alpha\alpha}{\alpha'\alpha'}$ irgend einer Potenz von $\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$ gleich ist.

In einem metallischen Leiter ist nämlich mit der Zunahme der Temperatur eine Wärmezunahme, d. i. unserer Annahme gemäfs eine Zunahme der lebendigen Kraft der beweglichen elektrischen Theile im Leiter, gegeben, woraus eine Geschwindigkeitszunahme dieser Theile folgt, da ihre Menge oder Masse keine Aenderung erleidet. Diese Geschwindigkeitszunahme wird nun auch von den beweglichen Theilen in demjenigen Augenblicke gelten, wo sie die Gränze zweier benachbarter Molecüle überschreiten, deren Geschwindigkeit mit α bezeichnet worden ist. Hiernach wird also α mit der Temperatur des Leiters wachsen. Bei dieser mit einer Temperaturzunahme verbundenen Geschwindigkeitszunahme aller beweglichen Theile darf aber angenommen werden, dafs auch die Menge oder Masse der die Gränzfläche in der Zeiteinheit passirenden Theilchen ε wachse, so dafs also ein gleichzeitiges Wachsen von α und ε mit der Temperatur stattfinde, wie es im vierten Falle angenommen worden ist.

Aus der Gleichung

$$\frac{\alpha\alpha}{\alpha'\alpha'} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}\right)^n$$

ergiebt sich sodann folgende Gleichung für die Intensität des Wärmestroms

$$\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha' = \varepsilon\alpha\alpha\left(1 - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\cdot\frac{\alpha'\alpha'}{\alpha\alpha}\right) = \varepsilon\alpha\alpha\left(1 - \left[\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right]^{n+1}\right).$$

Dividirt man nun diese Intensität des Wärmestroms mit der Intensität des elektrischen Stroms $(\varepsilon - \varepsilon') = \varepsilon\left(1 - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)$, so erhält man das Verhältnifs beider Intensitäten

$$= \alpha\alpha\left(1 + \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} + \ldots + \left[\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right]^n\right).$$

Man ersieht hieraus, dafs, für $n = o$, dieser vierte Fall mit dem schon betrachteten dritten Falle ganz zusammenfällt, indem in beiden Fällen

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'} = \frac{1}{\alpha\alpha}$$

erhalten wird.

Der diesem Falle nächstliegende Fall ist $n = 1$, für welchen

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'} = \frac{1}{\alpha\alpha\left(1 + \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)}$$

erhalten wird. Aus den stets sehr kleinen Verschiedenheiten zwischen zwei benachbarten Molecülen eines Leiters ergiebt sich nun aber ferner, dafs der Werth von $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$ nur sehr wenig von 1 verschieden sey, wenigstens bei schwachen Strömen in guten Leitern, so dafs näherungsweise in dem eben betrachteten vierten Falle

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'} = \frac{1}{2\alpha\alpha}$$

erhalten wird. Es gilt also auch in diesem Falle wenigstens *näherungsweise* die von Kohlrausch gemachte Annahme, dafs das Intensitätsverhältnifs des elektrischen und Wärmestroms $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'}$ einen constanten, nur von der Beschaffenheit des Leiters abhängigen Werth habe. Hieraus folgt, dafs *näherungsweise* für diesen vierten Fall sich dieselben Folgerungen ergeben, welche Kohlrausch aus

seiner Annahme deducirt hat, insbesondere auch das Gesetz der thermoelektromotorischen Kräfte, daſs nämlich diese Kräfte nur von den Temperaturen der Contactstellen abhängen und den Temperaturdifferenzen an diesen Stellen proportional sind.

Wird bei dieser von Kohlrausch gegebenen Herleitung des Gesetzes der thermoelektromotorischen Kräfte auch keine *Contactwirkung* zu Hülfe genommen; so leuchtet doch ein, daſs darum keineswegs die Contactwirkung ganz ausgeschlossen ist, sondern daſs dieselbe möglicher Weise zu jener hinzukommt.

IX.

Leitungswiderstand und Stromintensitäts-Maximum.

Befindet sich die Elektricität in metallischen Leitern von molecularer Constitution wirklich in der Art. VI angegebenen Bewegung, wonach nämlich die positiv elektrischen Theile sich um die an ponderabelen Maſsen haftenden negativen Theile drehen, dabei aber nicht immer in derselben Kreisbahn bleiben, sondern von einer kleinsten Kreisbahn beginnend sich bei wachsendem Halbmesser einem andern Molecüle nähern und endlich zu diesem Molecüle übergehen; so ergiebt sich eine Abhängigkeit der Stromintensitäten von den elektromotorischen Kräften in solchen Leitern, welche mit der im Ohm'schen Gesetze angegebenen nicht ganz übereinstimmt, sondern darin abweicht, daſs die Stromintensität mit der elektromotorischen Kraft nicht immer gleichmäſsig fortwächst, sondern sich endlich einem bestimmten Gränzwerthe nähert, den sie nicht überschreitet. Dieser Gränzwerth würde aber nur dann erreicht werden, wenn die Richtungen aller in Strombewegung übergehenden Theile, wie verschieden sie auch anfänglich gewesen sein mögen, durch die immer mehr vergröſserte elektromotorische Kraft in kürzester Zeit ganz in die Richtung dieser Kraft gebracht würden. Die Intensität des Stromes würde dann nicht weiter wachsen können und also ihr Maximum erreicht haben. Es würden hier-

nach Versuche mit sehr grofsen und kleinen elektromotorischen Kräften im nämlichen Leiter, um zu entscheiden, ob die Intensitäten der von ihnen erregten Ströme ihnen immer proportional seyen, von gröfster Wichtigkeit seyn.

Es sey Fig. 1. A ein Molecül, von welchem aus positiv elektrische Theilchen nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit α geworfen werden. Eine solche Richtung sei AB, und ξ sey der Weg, welchen das Theilchen mit seiner Geschwindigkeit α in der Zeit t zurücklegen würde. Auf dieses Theilchen wirkt aber eine constante (elektromotorische) Kraft in der mit AC parallelen Richtung, welche mit AB den Winkel ψ einschliefst, und das Theilchen würde dadurch allein in der Zeit t, einen mit t^2 oder mit ξ^2 proportional wachsenden Weg η zurücklegen.

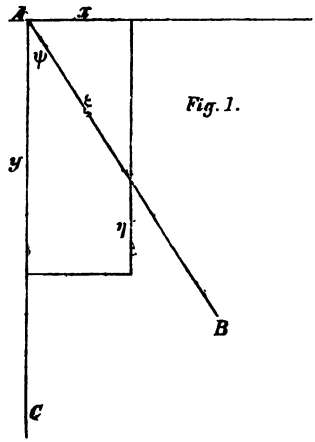


Fig. 1.

Man setze hiernach

$$\eta = a\xi^2$$

ferner

$$x = \xi \sin\psi$$

$$y = \xi\cos\psi + \eta = x\cot\psi + \frac{a}{\sin\psi^2}\cdot x^2$$

$$r^2 = x^2 + y^2,$$

woraus

$$y = \cot\psi \cdot \sqrt{(r^2 - y^2) + \frac{a}{\sin\psi^2}\cdot(r^2 - y^2)}$$

erhalten wird. Diese Wurfbewegung erreiche ihr Ende, wenn die Entfernung des Theilchens von A gleich r geworden ist, indem das Theilchen alsdann zum benachbarten Molecüle gelangt. Diese Entfernung r ist unabhängig von der Richtung der Wurfbewegung und kann für alle von A ausgeworfenen Theilchen als gleich angenommen und als mittlerer Molecularabstand bezeichnet werden.

Zunächst ergiebt sich hieraus, weil je gröfser die mit a proportionale elektromotorische Kraft ist, desto mehr alle übrigen Glieder obiger Gleichung gegen dasjenige Glied verschwinden, welches a zum Factor hat, dafs für wachsende elektromotorische Kraft y^2 sich einem Gränzwerthe nähert, nämlich

$$y^2 = r^2,$$

welcher für alle von A ausgeworfenen Theilchen gleich ist. Es ergiebt sich also, dafs der in der Richtung der Kraft von allen Theilchen zurückgelegte Weg alsdann gleich, nämlich $= r$, sein würde.

Bezeichnet man mit ε die Masse der von A in der Zeiteinheit ausgesandten Theilchen, und mit n die Zahl der im Leiterelement von der Länge r enthaltenen Molecüle; so ist $n\varepsilon$ die Masse positiver Elektricität, welche in der Richtung der elektromotorischen Kraft durch die Gränzfläche zweier auf einander folgender Molecularschichten in der Zeiteinheit gehen würde, wenn die elektromotorische Kraft ins Unendliche vergröfsert worden wäre, d. i. der Gränzwerth der Stromintensität nach mechanischem Maafse mit Zugrundelegung der mechanischen Masseneinheit (Milligramm), wobei nur zu bemerken ist, dafs man, weil die Elektricität in solchen Masseneinheiten nicht bestimmbar ist, bei Intensitätsbestimmungen nach sogenanntem mechanischen Maafse die Elektricitätsmengen nicht in Masseneinheiten der Mechanik (Milligramm), sondern in *elektrostatischen* Einheiten auszudrücken pflegt.

Bezeichnet nun σ die Zahl der *elektrostatischen* Einheiten, welche auf die Masseneinheit der Mechanik (Milligramm) gehen; so erhält man obigen Gränzwerth der Stromintensität nach sogenanntem mechanischen Maafse $= n\varepsilon\sigma$, oder wenn man die Bezeichnung der auf die drei Grundmaafse der Mechanik (nämlich der Mafse M, der Entfernung R und der Zeit T) zurückgeführten Maafseinheit hinzufügt,

$$= n\varepsilon\sigma \cdot \left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right].$$

Nach *elektrostatischen* Einheiten wird nämlich eine Elek-

tricitätsmenge durch eine Kraft (welche diese Elektricitätsmenge auf eine ihr gleiche ausübt) $= f.\left[\frac{MR}{T^2}\right]$ und durch eine Entfernung (aus welcher diese Kraft ausgeübt wird) $= r.[R]$ bestimmt und ausgedrückt durch

$$r\sqrt{f}.\left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^2}}\right];$$

die Stromintensität nach mechanischem Maafse ist aber der Quotient einer solchen durch den Querschnitt des Leiters gegangenen Elektricitätsmenge dividirt durch die Dauer des Durchgangs $= t.[T]$, also $= \frac{r\sqrt{f}}{t}.\left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right]$.

Im vorliegenden Falle war $\frac{r\sqrt{f}}{t} = n\varepsilon\sigma$.

Es ist übrigens bei dieser Bestimmung des Gränzwerthes der Stromintensität angenommen worden, dafs die elektromotorische Kraft selbst auf die Zahl der von den Molecülen ausgesandten elektrischen Theilchen keinen Einfluſs habe.

Ist nun dagegen die elektromotorische Kraft oder die damit proportionale Gröfse a sehr klein, so kann in der gefundenen Gleichung:

$$y = \cot\psi.\sqrt{(r^2 - y^2)} + \frac{a}{\sin\psi^2}.(r^2 - y^2),$$

im letzten Gliede, welches a zum Factor hat, für y^2 der Näherungswerth gesetzt werden, der sich für $a = o$ aus der Gleichung ergiebt, nämlich $y^2 = r^2\cos\psi^2$. Man erhält alsdann

$$y = \cot\psi.\sqrt{(r^2 - y^2)} + ar^2$$

und ebenso hieraus näherungsweise

$$y = \pm r\cos\psi + ar^2\sin\psi^2.$$

Hiernach ergiebt sich im Mittel für die beiden Theilchen, welche von A aus in den durch die Winkel ψ und $\pi - \psi$ bestimmten Richtungen ausgesandt werden,

$$y = ar^2\sin\psi^2.$$

Der Mittelwerth der von allen von A ausgesandten Theilchen in der Richtung der Kraft zurückgelegten Wege wird hiernach erhalten

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi y \sin\psi\, d\psi = ar^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\psi^2\, d\psi = \tfrac{2}{3} ar^2.$$

Wäre dieser Werth $= r$, so würde die Stromintensität dieselbe seyn, wie der vorher betrachtete Gränzwerth, nämlich $= n\varepsilon\sigma \cdot \left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right]$; hiervon beträgt nun die wirkliche Stromintensität nur einen sehr kleinen Bruchtheil, nämlich $\frac{2}{3} ar$, wonach diese Stromintensität i^0 erhalten wird:

$$i^0 = \tfrac{2}{3} ar \cdot n\varepsilon\sigma \cdot \left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right].$$

Zur Bestimmung des Coefficienten a endlich werde noch bemerkt, daſs wenn γ die beschleunigende Kraft bezeichnet, welche auf die von A ausgesandten Theilchen wirkt,

$$\eta = \tfrac{1}{2}\gamma tt = \tfrac{1}{2}\gamma \cdot \frac{\xi\xi}{\alpha\alpha} = a\,\xi\xi$$

ist, woraus sich ergiebt:

$$a = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\gamma}{\alpha\alpha},$$

folglich $$i^0 = \tfrac{1}{3} \cdot \frac{\gamma r}{\alpha\alpha} \cdot n\varepsilon\sigma \cdot \left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right].$$

Durch Division der nach *mechanischem* Maaſse ausgedrückten Stromintensität i^0 mit $\frac{c}{2V_2}$, nämlich mit der Zahl der elektrostatischen Einheiten, welche auf eine magnetische Einheit gehen, erhält man dieselbe nach *magnetischem* Maaſse ausgedrückte Stromintensität i, nämlich

$$i = \frac{2V_2}{3c} \cdot \frac{\gamma r}{\alpha\alpha} \cdot n\varepsilon\sigma \cdot \left[\sqrt{\frac{MR}{T^2}}\right].$$

Es ist nun ferner die *elektromotorische Kraft* für die Längeneinheit des Leiters nach *mechanischem* Maaſse e^0 das Product der Beschleunigung γ in die Masse der in der Längeneinheit des Leiters in Strömung begriffenen Elektricität $= \frac{n\varepsilon}{r}$, dividirt durch die Zahl der in der Längeneinheit in Strömung begriffenen elektrostatischen Einheiten $= \frac{n\varepsilon\sigma}{r}$, wonach also

$$e^0 = \frac{\gamma}{\sigma} \cdot \left[\sqrt{\frac{M}{RT^2}}\right].$$

Hieraus ergiebt sich die elektromotorische Kraft für die Längeneinheit des Leiters nach *magnetischem* Maafse e durch Vertauschung der Zahl der elektrostatischen Einheiten $\frac{n\varepsilon\sigma}{r}$ mit der Zahl der magnetischen Einheiten $\frac{n\varepsilon\sigma}{r} \cdot \frac{{}_2V_2}{c}$, wonach

$$e = \frac{c}{{}_2V_2} \cdot \frac{\gamma}{\sigma} \cdot \left[V\frac{MR}{T^4}\right].$$

Substituirt man nun den hieraus sich ergebenden Werth von γ in der vorhergehenden Gleichung zur Bestimmung von i, so erhält man

$$i = \frac{8}{3cc} \cdot \frac{er}{\alpha\alpha} \cdot n\varepsilon\sigma^2 \cdot \left[V\frac{MR}{T^2}\right].$$

Bezeichnet nun l die Länge des geschlossenen Leiters, so ist el die ganze auf den geschlossenen Leiter wirkende elektromotorische Kraft, und i die Intensität des dadurch erzeugten Stromes, nach *magnetischem* Maafse. Hieraus ergiebt sich der Widerstand w des geschlossenen Leiters

$$w = \frac{el}{i} = \frac{3cc}{8} \cdot \frac{\alpha\alpha}{n\varepsilon\sigma^2} \cdot \frac{l}{r} \cdot \left[\frac{R}{T}\right],$$

d. i. eine ***Definition des Widerstands,*** ganz unabhängig von der dem Ohm'schen Gesetze gemäfsen Bestimmung des Widerstands, durch Messung der elektromotorischen Kraft und Stromintensität.

Es ergiebt sich hiernach für das ***Leitungsvermögen*** $= \frac{1}{w}$ eine Bestimmung aus seinen in der Ablenkung der Theilchen von ihren Wurfbahnen liegenden Ursachen. Es leuchtet nämlich ein, dafs das ***Leitungsvermögen*** proportional seyn müsse 1) der im Leitungscanale in Wurfbewegung befindlichen Masse, 2) der in dieser Masse von einer bestimmten Kraft auf einem bestimmten Wege hervorgebrachten Ablenkungsgeschwindigkeit. Im Leiterelemente r ist nun jene Masse $n\varepsilon$, und die Ablenkungsgeschwindigkeit durch eine bestimmte Kraft auf der Bahnstrecke r ergiebt sich ***dem Quadrate der Wurfgeschwindigkeit*** $\alpha\alpha$ ***umgekehrt proportional.*** Hiernach müfste das

Leitungsvermögen $\frac{1}{w}$ mit $\frac{n\varepsilon}{\alpha\alpha}$, folglich der *Leitungswiderstand* w mit $\frac{\alpha\alpha}{n\varepsilon}$ proportional seyn. Da dies für den Widerstand des *Leiterelements* r gilt, so ergiebt sich der *Widerstand eines Leiters von beliebiger Länge* l proportional mit $\frac{\alpha\alpha}{n\varepsilon} \cdot \frac{l}{r}$, was mit obiger Formel übereinstimmt, wonach dieser Widerstand dem Producte dieser Gröfse in den *constanten Factor* $\frac{3cc}{8\sigma\sigma}$ gleich ist.

Diese Definition des Leitungswiderstands gewährt besonderes Interesse noch darum, weil daraus folgt, dafs für einen Leiter, falls aufser den Werthen von l, n, r, auch sein Widerstand w constant ist, das Verhältnifs der beiden Variabeln $\alpha\alpha$ und ε, nämlich $\frac{\alpha\alpha}{\varepsilon}$, ebenfalls constant seyn müfste, d. h., wenn $\alpha\alpha$ und ε sich verändert haben und $\alpha'\alpha'$ und ε' geworden sind, dafs alsdann

$$\frac{\alpha\alpha}{\varepsilon} = \frac{\alpha'\alpha'}{\varepsilon'} \quad \text{oder} \quad \frac{\alpha\alpha}{\alpha'\alpha'} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$$

seyn müfste.

Hieraus ergiebt sich nun, dafs, wenn der Widerstand w eines Leiters constant wäre und sich auch nicht mit der Temperatur des Leiters änderte, der Werth $\frac{\alpha\alpha}{\varepsilon}$ für diesen Leiter auch constant seyn würde, wonach für einen solchen Leiter, Art. VIII gemäfs, die von Kohlrausch aufgestellte Ansicht von der Thermoelektricität gelten würde. Da nun aber der Widerstand metallischer Leiter mit der Temperatur sich mehr oder weniger ändert, so ergiebt sich, dafs die von Kohlrausch aufgestellte Ansicht nur näherungsweise Geltung haben könne und zwar am meisten für solche metallische Leiter, deren Widerstand sich mit der Temperatur der Leiter am wenigstens ändert, woraus zu folgen scheint, dafs diese Leiter zur Darstellung thermomagnetischer Ketten am geeignetsten seyn müfsten.

X.

Vertheilung der Elektricität in Conductoren.

Die *Elektrostatik* ist von Coulomb und Poisson vor Entdeckung des Elektromagnetismus und der Elektrodynamik begründet und entwickelt worden und es hat daher keine Rücksicht auf diese grofsen Entdeckungen von ihnen genommen werden können. Die in der Elektrostatik entwickelten Gesetze der Vertheilung der in Conductoren in Ruhe und Gleichgewicht befindlichen elektrischen Fluida, sowie der von ihnen bei dieser Vertheilung ausgeübten Kräfte, sind nun zwar sämmtlich, soweit Beobachtung und Messung reicht, in Uebereinstimmung mit der Erfahrung befunden worden; es hat sich aber aus den neuen Entdeckungen, insbesondere des Elektromagnetismus und der Elektrodynamik, ergeben, dafs ein solcher Gleichgewichtszustand der elektrischen Flüssigkeiten, wie ihn Coulomb und Poisson in den Conductoren angenommen, wirklich gar nicht existirt, sondern dafs vielmehr alle elektrischen Flüssigkeiten in den Conductoren sich immer in *beharrlicher Bewegung* um alle ponderable Molecüle herum befinden, woraus folgt, dafs streng genommen die von Poisson entwickelten Vertheilungs- und Wirkungsgesetze *ruhender* Elektricität gar keine Anwendung auf die in Conductoren befindliche Elektricität finden.

Alle bisher in der *Elektrostatik* betrachteten Erscheinungen gehören demgemäfs eigentlich der *Elektrodynamik* an, in deren Gesetzen ihre vollständige Erklärung gesucht werden mufs. Die Elektrostatik, welche früher den gröfsten und wichtigsten Theil der Elektricitätslehre bildete und am festesten begründet erschien, müfste demgemäfs, wie es scheint, eine gänzliche Umgestaltung erleiden. An eine solche Umgestaltung mufs aber die Anforderung gemacht werden, dafs sie den ganzen bisher *elektrostatisch* erklärten Kreis von Erscheinungen ebenso vollständig und genau *elektrodynamisch* zu erklären vermöge, was bisher nicht geschehen und wozu auch noch nicht einmal ein Versuch gemacht worden ist.

Bei aller Geneigtheit, die man einerseits findet, die von Coulomb und Poisson der mit der Elektrostatik gleichzeitig entwickelten Lehre vom Magnetismus zu Grunde gelegte Vorstellung von *magnetischen Fluidis* aufzugeben; so scheint doch andererseits eine gewisse Scheu vor den damit verbundenen Consequenzen vorhanden zu seyn, nämlich vor der alsdann unentbehrlichen Vorstellung von der Existenz beharrlicher Molecularströme in allen magnetischen und diamagnetischen Körpern, wonach die Elektricität niemals und nirgends zur Ruhe und zum Gleichgewicht gelangt. Dazu kommt, dafs jetzt noch jeder Versuch zur *elektrodynamischen* Erklärung aller früher *elektrostatisch* betrachteten Erscheinungen überhaupt grofse Schwierigkeiten findet, namentlich wegen mangelnder Hülfe von Seiten der Mathematik, die bei so complicirten Vorgängen noch lange Zeit als machtlos sich erweisen dürfte.

Aus gleichem Grunde ist aber auch bei Begründung der *Elektrostatik* ebensowenig ein Versuch gemacht worden, von der Constitution des sogenannten *neutralen Fluidums* und vom *Scheidungsprocesse* dieses Fluidums in den Conductoren genauere Rechenschaft zu geben, sondern man hat sich auf eine allgemeine Annahme von der gegenseitigen Beweglichkeit der beiden Bestandtheile des neutralen Fluidums, auch bei ihrer Vermischung, beschränkt, wodurch man die Entwickelung der elektrischen Vertheilungsgesetze von der näheren Kenntnifs der Constitution des im Innern der Conductoren überall verbreiteten neutralen Fluidums unabhängig zu machen gesucht hat.

Im Grunde wird aber durch diese in der Elektrostatik gemachte Annahme von der gegenseitigen Beweglichkeit der beiden Bestandtheile des neutralen Fluidums, über die innere Constitution dieses Fluidums selbst gar nichts bestimmt und festgestellt, besonders nichts darüber, ob die beiden Bestandtheile vor ihrer Scheidung sich in Ruhe und Gleichgewicht, oder ob sie sich in Bewegung gegen einander, z. B. in drehender Bewegung um einander, befinden, so dafs die Vorstellung von beharrlichen Molecu-

larströmen durch die in der Elektrostatik gemachte Annahme von der gegenseitigen Beweglichkeit der beiden Bestandtheile des neutralen Fluidums im Grunde noch gar nicht ganz ausgeschlossen erscheint; vielmehr könnte die Vorstellung von beharrlichen Molecularströmen als ein Erklärungsversuch von der angenommenen gegenseitigen Beweglichkeit beider Bestandtheile angesehen werden. Es steht hiernach die Elektrostatik, wie sie von Poisson entwickelt worden, ungeachtet sie als die Lehre von der Vertheilung der in Conductoren zur *Ruhe und zum Gleichgewicht* gelangten Elektricität definirt zu werden pflegt, doch mit der Existenz beharrlicher Molecularströme der Elektricität im Innern der Conductoren in keinem directen Widerspruche. Wir haben eine *Statik fester Körper*, eine *Hydrostatik* und *Aerostatik*, welche auch fest begründet erschienen und von denen ganz dasselbe gilt. Auch sie werden als die Lehre von der Ruhe und dem Gleichgewichte dieser Körper definirt, womit es jedoch nicht in Widerspruch steht, dafs diese Körper in ihrem Innern von Theilchen erfüllt sind, die sich nicht in Ruhe, sondern fortwährend in Bewegung befinden und zwar in grofser Bewegung. Denn gerade so wie die *magnetischen* und *diamagnetischen* Erscheinungen der Körper auf fortwährende innere Bewegungen (elektrische Molecularströme) in denselben geführt haben, ebenso haben bei jenen festen, flüssigen und luftförmigen Körpern, für welche die Statik, Hydrostatik und Aerostatik gelten, die *Wärmeerscheinungen* auf solche fortwährende innere Bewegungen geführt. Denn jedem ponderablen Körper kommt in jedem Augenblicke eine bestimmte Temperatur zu, welche die Wirkung der Wärme ist, die der Körper enthält und diese Wärme ist nichts anderes als die lebendige Kraft, welche den im Innern des Körpers enthaltenen bewegten Theilen zukommt. Aus der meſsbaren Gröfse dieser lebendigen Kraft (dem mechanischen Wärmeäquivalent) hat sich aber ergeben, dafs diese Bewegungen im Innern aller dieser Körper sehr grofs sind.

Bewegen sich im *Innern der Conductoren* positiv elektrische Theilchen um die an ponderablen Massen haftenden negativ elektrischen Theilchen, bleiben aber bei dieser Bewegung nicht immer in derselben Kreisbahn, sondern nähern sich bei wachsendem Halbmesser den benachbarten Molecülen, zu denen sie endlich übergehen, und finden solche Uebergänge von einem Molecüle im Innern des Conductors indifferent in allen Richtungen zu allen benachbarten Conductormolecülen statt, von denen gleichzeitig ein gleiches Aussenden von Theilchen nach allen Richtungen zu allen Nachbarmolecülen statt findet; so ergiebt sich dagegen für diejenigen Molecüle des Conductors, welche seiner Oberfläche zunächst liegen, dafs sie auf ihrer äufseren Seite Isolatormolecüle statt Conductormolecüle zu Nachbarn haben, von denen aus keine solche Aussendung statt findet, und die auch die von andern Molecülen ausgesendeten Theilchen nicht aufnehmen. Es ergiebt sich hieraus, wenn einzelne Theilchen bei wachsendem Halbmesser ihrer Kreisbahn sich von ihrem Mittelpunkte so weit entfernt haben, dafs sie zu dem Nachbarmolecüle übergehen würden, wenn auf der Seite, wo sie sich eben befinden, noch andere Conductormolecüle befindlich wären, dafs dies nicht geschehen wird, wenn auf der Seite, wo sie sich befinden, gar keine Conductormolecüle, sondern nur Isolatormolecüle vorhanden sind. Jene Theilchen werden alsdann in ihrer Kreisbahn mit wachsendem Halbmesser noch etwas weiter fortgehen, bis sie zu einer Seite gelangen, wo wieder andere Conductormolecüle sich in der Nachbarschaft befinden. Dies wird der Fall seyn, wenn die Resultante aller elektrischen Kräfte an dieser Gränze von Conductor und Isolator Null ist.

Wenn dagegen diese Resultante von Null verschieden und *nach aufsen* gerichtet ist, so kann sie denselben Einfluſs ausüben wie ein benachbartes Conductormolecüle, sie kann nämlich bewirken, dafs das Theilchen auch auf Seite des angränzenden Isolators seine um das Conductormolecüle bisher verfolgte Bahn verläfst und an den benach-

barten Isolatortheilchen festgehalten wird. Hiernach können solche ausgeschiedene Theilchen der positiven Elektricität überall an den Gränzflächen zwischen Conductor und Isolator sich sammeln, an jeder Stelle der Gröfse der daselbst nach aufsen gerichteten Resultante gemäfs.

Wenn die Resultante von Null verschieden und *nach innen* gerichtet ist; so wird die Wirkung derselben auf Vermehrung der von den nächsten Conductormolecülen *nach innen* gesendeten Theilchen nur dadurch compensirt werden können, dafs die Menge der in diesen Conductormolecülen befindlichen positiv elektrischen Theilchen etwas verkleinert wird, während die Menge der an der ponderablen Masse haftenden negativ elektrischen Theilchen, um die sich jene drehen, unverändert bleibt.

Für den Ueberschufs von positiver Elektricität an einigen Stellen der Gränzfläche von Conductor und Isolator, und für den Mangel an positiver Elektricität in den an andern Stellen dicht an den Isolator angränzenden Conductormolecülen (welcher Mangel an positiver Elektricität einem Ueberschufs an negativer Elektricität äquivalent ist) gelten offenbar die von Poisson entwickelten Vertheilungsgesetze, wonach Ueberschufs an positiver oder negativer Elektricität ebenfalls nur an der Gränzfläche von Conductor und Isolator stattfindet. Denn es ist für diese Vertheilungsgesetze der Elektricität an der Oberfläche gleichgültig, ob im Innern des Conductors sogenanntes scheidbares neutrales Fluidum, wie Poisson annimmt, oder ob Conductormolecüle mit darum sich bewegender Elektricität vorhanden sind, zwischen denen ein fortwährender Austausch einzelner Theilchen stattfindet. Solche Conductormolecüle sollen auf die Vertheilung der Elektricität an der Oberfläche ebensowenig Einfluſs haben, wie das von Poisson angenommene neutrale Fluidum, und umgekehrt hat die an der Oberfläche nach dem Poisson'schen Gesetze vertheilte Elektricität auf die Conductormolecüle keinen Einfluſs; denn die Vertheilung der Elektricität an der Oberfläche wird nach Poisson eben dadurch bestimmt, dafs

die Resultante aller von der an der Oberfläche vertheilten Elektricität auf irgend einen Punkt im Innern ausgeübten Kräfte gleich Null seyn soll, eine Forderung, die ganz unabhängig davon ist, ob an der betrachteten Stelle im Innern des Conductors neutrales Fluidum ist oder ob Conductormolecüle mit elektrischen Molecularströmen sich daselbst befinden. — Die wahre Constitution der Körper und die davon abhängigen wahren, wenn auch complicirteren Vorgänge, die von einfacheren Vorgängen doch nur theilweise vertreten gedacht werden können, werden, aller Hindernisse ungeachtet, doch immer Gegenstand und letztes Ziel der Forschung bleiben.

II. *Weitere Beiträge zur Theorie der Schallbildung*[1]*; von Prof. Dr. S. Stern.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus Bd. 69 d. Sitzungsberichte d. Wien. Akad. Januar 1874.)

Es ist eine allgemein bekannte und auch allgemein auffällig befundene Erscheinung, dafs Stimmgabeln ohne Resonanzboden gar keinen oder einen nur sehr schwachen Ton vernehmen lassen, wenn sie in Schwingungen versetzt worden. Dafs die Erscheinung wirklich als auffällig betrachtet wird, geht schon daraus hervor, dafs sie in physikalischen Abhandlungen überall, wo von Stimmgabel-

1) Diese Arbeit ist nämlich eine Fortsetzung folgender vier früher in den Sitzungsberichten veröffentlichter Aufsätze, die weiterhin nur mit ihren Nummern citirt werden:

I. Beiträge zur Theorie des gemeinen (nicht musikal.) Schalls als Object-Merkmals u. s. w. (Febr. 1870.)

II. Ueber die Resonanz der Luft im freien Raume. (März 1870.)

III. Beiträge zur Resonanz fester Körper, mit Rücksicht auf das Mitschwingen der Luft. (Febr. 1871.)

IV. Beiträge zur Theorie der Resonanz lufthaltiger Hohlräume. (April 1872.)

tönen die Rede ist, erwähnt und zu erklären gesucht wird. Die Mehrzahl der Forscher (z. B. auch Helmholtz) scheinen sich mit der Vorstellung zu begnügen, dafs die Stimmgabeln nur deshalb nicht laut tönen, weil ihre Berührungsfläche mit der Luft zu klein ist, und ihre Schwingungen sonach nur auf sehr kleine Luftmassen übertragen werden können. Dafs aber diese Vorstellung eine ganz und gar ungenügende sey, liefse sich schon aus der alltäglichen Erscheinung entnehmen, dafs denn doch noch viel kleinere Massen jeden Moment, besonders durch Zusammenstofsen, recht laut schallend befunden werden. Dagegen dürfte man vielleicht einwenden, dafs eine Parallele zwischen dem momentanen klopfenden Schall, und den dauernden regelmäfsigen Stimmgabelschwingunge nnicht zulässig sey. So mögen denn Thatsachen, die sich an den Stimmgabeln selbst, und an transversal schwingenden Stäben, ergeben, das Ungenügende der obigen Vorstellung darthun.

Prüft man eine grofse Reihe von Stimmgabeln von verschiedenen Tonhöhen, wobei die einzelnen Tonhöhen durch Gabeln von verschiedenen Dimensionen vertreten sind, so mufs es noch ganz besonders auffallen, dafs gerade die tiefsten, also gröfsten Gabeln unter allen, die proportionale Dimensionen haben, am schwächsten tönen, hingegen die höhern, d. i. kleineren wenigstens bis zu einer gewissen Gränze um so lauter tönen, je höher oder kleiner sie werden. Dies ergiebt sich unzweifelhaft aus folgenden Details, die sich auf Gabeln mit den gröfsten der gewöhnlich gebrauchten Dimensionen beziehen. Gabeln der Contra-Octave C_I, D_I, E_I, etc. tönen bei den kräftigsten Schwingungen so überaus schwach, dafs ihr Ton nur in der unmittelbarsten Nähe des Ohres vernommen wird, gleichgültig ob sie zur Abdämpfung der Obertöne an den Enden mit Klammern versehen sind oder nicht; Gabeln der grofsen Octave *C D E* etc. tönen wohl auch noch recht schwach, werden aber doch schon auf Distanzen von mehreren Fufs gehört. Gabeln der ungestrichenen Octave tönen, besonders die höhern, schon verhältnifsmäfsig recht hell laut, werden

schon auf mehrere Klafter Distanz deutlich gehört, während die der eingestrichenen Octave bereits so laut tönen, dafs ein gewöhnliches gröfseres Wohnzimmer von dem Tone ganz erfüllt ist. Selbstverständlich sind innerhalb jeder Octave die höhern Töne auch entsprechend lauter als die tiefern, und sind immer nur Gabeln von proportionalen Dimensionen zu vergleichen. Aufserdem ist noch hervorzuheben, dafs die hohen Töne einen ganz andern Charakter zeigen als die tiefen; sie sind nämlich viel heller, und man könnte sagen concentrirter, d. h. sie scheinen von einem viel kleinern Raume auszugehen, als es in Wirklichkeit der Fall ist. Dies tritt besonders deutlich an den höhern Tönen der ungestrichenen Octave hervor, ist aber übrigens schon an den höheren Tönen der ungestrichenen Octave spurweise zu bemerken. Bei den sehr hohen Octaven nimmt die Tonstärke wohl wieder etwas ab, bleibt aber noch immer unverhältnifsmäfsig gröfser als bei den tiefsten Octaven. Diese Differenzen bleiben selbst dann noch bemerkbar, wenn die Stimmgabeltöne durch entsprechende Resonanzkästen verstärkt werden, nur treten sie dann minder auffällig und in anderer Progression hervor. Es nimmt nämlich die Stärke der Töne von der Contra-Octave bis zu den höchsten Tönen der ungestrichenen wohl stetig zu, doch ist die Zunahme nur in gröfseren Intervallen deutlich bemerkbar; die Töne der eingestrichenen Octave zeigen aber schon etwas Abnahme. — Vergleicht man Stimmgabeln von gleicher Höhe, aber verschiedenen Dimensionen, so findet man constant, dafs die mit gröfseren Dimensionen lauter tönen als die mit kleineren. Um nur ein Beispiel anzuführen, ist der Ton zweier auf *C* gestimmten Gabeln mit folgenden Dimensionen in Centimetern:

1. Länge $26\frac{1}{2}$, Breite 2,0 Dicke 1,15
2. „ 18, „ 1,2 „ 0,5

so ungleich laut, dafs man die gröfsere mindestens auf zweimal so grofse Distanz hört, als die kleinere. Dasselbe gilt auch von allen anderen Tonhöhen. — Hier ist auch noch die Thatsache zu erwähnen, dafs die hohen meist

unharmonischen Obertöne, die gröfsere Gabeln hören lassen, besonders wenn sie mit härteren Körpern geschlagen worden, auffallend laut sind, und auf grofse Distanzen gehört werden, selbst wenn der Grundton nur sehr schwach ist. An diesen lauten Obertönen kann man dann dieselbe Eigenthümlichkeit bemerken, wie an den hohen Grundtönen, dafs sie nämlich sehr concentrirt oder klein sind; bei manchen derselben ruft der Gehörseindruck die Vorstellung wach, als würde nur eine dünne, fadenförmige Säule im Innern der Zinken den Ton geben. Bemerkenswerth ist ferner, dafs diese Obertöne bei den Gabeln mit hohen Grundtönen, selbst wenn sie mit hartem Hammer geschlagen werden, viel schwächer hervortreten, der Grundton hingegen sofort eben so laut erscheint, als wenn die Gabel mit weichem Hammer geschlagen würde, was bei den tieferen Gabeln nicht der Fall ist.

Ganz analoge Erscheinungen findet man auch an transversal schwingenden Stäben. Es geht dies schon aus dem folgenden einzelnen Beispiel hervor. Ein Eisenstab von 50 bis 60 Cm. Länge 0,6 Cm. Breite und 0,3 Cm. Dicke, der an seinen Knotenpunkten durch stark gespannte Schnüre festgehalten ist, kann bekanntlich durch Streichen mit einem Bogen leicht in transversale Schwingungen versetzt werden. Streicht man die breite Fläche des Stabes bei nur mäfsigem Druck, so sind die transversalen Schwingungen sehr intensiv. Steht das Gestell, über welches die Schnüre gespannt sind, auf irgend einer gröfseren Holzplatte, so hört man neben einem Grundton einen oder zwei Obertöne; sehr laut ist bei dem erwähnten Verfahren zumeist der erste Oberton. Sowie man aber das Gestell von der Holzplatte abhebt, so schwindet auch der laute Ton vollständig und dann hört man nur in unmittelbarer Nähe den Grundton wie bei tiefen Stimmgabeln. Setzt man das Gestell wieder auf die Holzplatte, so erscheint der laute Ton wieder und neben ihm der Grundton nur in unmittelbarster Nähe des Ohres. Es ist somit gar kein Zweifel, dafs die Eigentöne des Stabes, die den transversalen Schwingungen entsprechen, an und

für sich eben so schwach sind wie tiefe Stimmgabeltöne. Wird der Stab dicker und breiter, so ist es wohl schwieriger, ihn transversal schwingen zu machen, aber die Töne werden an und für sich lauter; dasselbe gilt auch, wenn der Stab bei gleicher Dicke und Breite kürzer wird. — Streicht man den Stab an seiner schmalen Randfläche bei kräftigerem Druck, so erscheint constant ein sehr lauter durchdringender und sehr hoher Ton, der ganz den Charakter hat wie die Töne longitudinal schwingender Stäbe, und ohne Resonanzplatte eben so laut ist, als mit einer solchen. Schlägt man den Stab mit einem Metallknopf, so erhält man laute Obertöne von demselben Charakter wie bei grofsen Stimmgabeln, die man auch ohne Resonanzplatte auf gröfsere Distanzen hört. Neben diesen hohen Obertönen erscheint der Grundton immer nur sehr schwach.

Alle diese Thatsachen, die einzeln vielleicht jedem Fachmanne bekannt seyn dürften, lassen es nun als über allen Zweifel festgestellt erscheinen, dafs das Tönen oder Nichttönen von Stimmgabeln und einfachen Stäben nicht von der Gröfse ihrer Berührungsfläche mit der Luft abhängig seyn könne, da doch — wenn dies der Fall wäre — hohe kleine Gabeln nicht lauter tönen könnten, als tiefe grofse, Obertöne nicht lauter seyn könnten als Grundtöne usw. — Gerade diese Thatsachen scheinen aber denn doch von vorne herein geeignet, über die mechanischen Vorgänge, die der Bildung von Schallschwingungen zu Grunde liegen, einiges Licht zu verbreiten und das Erkennen von Gesetzen, die speciell für die Theorie der medicinischen Diagnostik von fundamentaler Wichtigkeit sind, wesentlich zu fördern. Halten wir also die Fragen fest: Warum tönen Stimmgabeln für sich allein nicht hinreichend laut? und warum tönen hohe Gabeln lauter als tiefe, hohe Obertöne lauter als die Grundtöne?

Dafs die Gröfse der Schwingungs-Amplitüden hiebei in Frage kommen sollte, wird wohl von Niemandem behauptet; trotzdem dürfte es nicht ohne Interesse seyn, einige specielle hierauf bezügliche Daten mitzutheilen.

Man kann die Schwingungs-Amplitüden bei Stimmgabeln bekanntlich ziemlich leicht messen, aber immerhin erfordert das gewöhnliche Verfahren doch schon complicirte Vorrichtungen. Nun lassen sich aber diese Amplitüden, wenigstens bei gröfseren Gabeln, auch ohne alle Vorrichtungen leicht *hinreichend* genau beurtheilen, wohl auch messen. Da die diesbezügliche Methode jedenfalls viel bequemer ist als die gewöhnlich übliche, da sie überdies für gewisse einschlägige Untersuchungen besondere Vortheile gewährt, so wird die ausführlichere Mittheilung derselben nicht ungerechtfertigt erscheinen.

Hält man eine gröfsere schwingende Stimmgabel vertical in der Nähe einer guten Lichtquelle, so dafs das Licht die schmalen Randflächen beider Zinken gleichmäfsig trifft, und fixirt man diese Flächen ihrer ganzen Länge nach aufmerksam, so erscheinen dieselben während der Schwingungen bekanntlich verbreitert. An den verbreiterten Flächen kann man aber bei entsprechendem Sehwinkel, den man bald herausfindet, deutlich zwei, optisch sich ganz verschieden präsentirende Abschnitte unterscheiden; die Mitte der Fläche zeigt nämlich genau dieselbe Farbe und denselben Glanz wie die ruhende Gabel, während zu beiden Seiten derselben je ein Streifen sichtbar wird, dessen Glanz und Farbe so deutlich absticht von der Mitte, dafs er sofort als etwas Verschiedenes erkannt werden kann. Zudem sind beide Streifen nach einwärts so scharf abgegränzt, dafs man ihre Gränzen der ganzen Länge nach als eine haarscharfe Linie recht deutlich unterscheiden kann. Es kann wohl als selbstverständlich hingestellt werden, dafs die erwähnten Randstreifen ihrer Breite nach die Länge der Schwingungsexcursionen repräsentiren. Sie persistiren bei gröfseren Gabeln hinreichend lange, um mittelst Zirkelspitzen oder, auch mittelst eines feinen Maafsstabes, die man in vorsichtiger Weise möglichst nahe an die Zinkenfläche hinanbringt, gemessen werden zu können. Ein besonderer Vortheil bietet sich bei dieser Untersuchung, wie schon oben erwähnt, insofern dar, als

man gleichzeitig die Schwingungs-Amplitüde nicht blos am Ende der Zinken, sondern ihrer ganzen Länge nach deutlich sehen kann, so dafs man das Gesetz, nach welchen diese Amplitüden abwärts abnehmen, sozusagen verkörpert vor sich stehen hat. In der That zeigt diese Abnahme bei Gabeln von gleicher Tonhöhe und verschiedenen Dimensionen schon bei oberflächlicher Betrachtung Verschiedenheiten, die für die feinere Mechanik nicht unwichtig seyn dürften. — Diese einfache Beobachtungsmethode ergiebt nun folgende Thatsachen: Die ***sichtbaren*** transversalen Schwingungen der Gabelzinken erstrecken sich constant blos über einen gröfseren oder kleineren Abschnitt der Zinken, niemals über deren ganze Länge. Die fast in allen Lehrbüchern zu findende Darstellung, als würde auch das Verbindungsstück der Zinken ebenso oder nahezu ebenso kräftig nach entgegengesetzter Richtung schwingen, ist sonach bis dahin zu ergänzen, dafs diese Schwingungen selbst da, wo die Dicke des Verbindungsstückes nur dieselbe ist, wie die der Zinken, immer nur in nicht sichtbaren, nicht mefsbaren Dimensionen vor sich gehen, eine Thatsache, von deren Richtigkeit man sich übrigens auch durch den Tastsinn leicht überzeugen kann, und die sich, wie wir später sehen werden, auch aus der entsprechenden mathematischen Formel ergiebt. Die transversalen Excursionen der Gabeln sind bei dünneren Zinken *caeteris paribus* gröfser als bei dickeren, ***erstrecken sich aber bei letzteren etwas tiefer hinab als bei ersteren***, eine Thatsache von besonderer Wichtigkeit für das Verständnifs der Tonbildung, wie sich später zeigen wird. So z. B. sieht man bei den beiden *C*-Gabeln, deren Dimensionen oben angegeben wurden, die transversalen Schwingungen der dünneren bis unter die Mitte der Zinkenlänge ***etwa nahezu*** den Endpunkt des zweiten Drittels, wenn deren Gröfse am freien Ende ***mindestens*** 1‴ beträgt; während man die transversalen Schwingungen der dickeren bis unter das zweite Drittel hinab verfolgen kann, wenn deren Gröfse am freien Ende ***höchstens*** 1‴ beträgt. Der scheinbare äufsere Rand

der verbreiterten Flächen der schwingenden Zinken erscheint bei langen und dünnen Gabeln für das freie Auge schon concav, während er bei gleich langen aber dickern oder gleich dicken aber kürzeren Zinken wenigstens für das freie Auge umsoweniger gekrümmt erscheint, je dicker oder kürzer dieselben; die Krümmung ist im ersten Falle am stärksten in der Nähe der freien Enden, und ist nur nach einem sehr kräftigen Stofs und nur verhältnifsmäfsig sehr kurze Zeit deutlich bemerkbar.

Ferner sind die transversalen Excursionen bei tieferen Gabeln *caeteris paribus* constant gröfser als bei höheren, weshalb denn auch die hier beschriebene Beobachtungsmethode eben nur an Gabeln der Contra-, grofsen und ungestrichenen Octave mit grofsen Dimensionen geübt werden kann. An Gabeln der eingestrichenen Octave kann man die transversalen Excursionen wenigstens bei den tieferen wohl noch wahrnehmen, aber nicht mehr richtig beurtheilen. Dafs auch die untere Gränze der sichtbaren Schwingungen bei allen Gabeln keine scharfe exact zu bestimmende sey, bedarf kaum der Erwähnung.

An einfachen Stäben liegt wohl nur eine weitaus kleinere Zahl von ähnlichen Beobachtungen vor, doch sind diese wenigen so bestimmter Art, dafs es kaum einem Zweifel unterliegen kann, es gelten bezüglich der Gröfse der transversalen Schwingungs-Amplituden genau dieselben Gesetze wie bei Stimmgabeln.

Da nun, wie oben angegeben worden, gerade tiefe und dünne Gabeln *caeteris paribus* schwächer tönen als hohe und dicke, so kann es auch als über allen Zweifel festgestellt betrachtet werden, dafs *transversale Schwingungen auf die Stärke des Schalles direct keinen Einfluſs haben.*

Da die Erfahrung aber denn doch entschieden zeigt, dafs hohe Gabeln für sich allein schon laut tönen, und zwar viel lauter als tiefe, drängt sich allerdings die Frage auf, ob nicht etwa die Anzahl der Schwingungen auf die Stärke der Töne Einfluſs habe? ob nicht etwa die Em-

pfindlichkeit des Gehörsinnes für hohe Töne oder gröfsere Schwingungszahlen eine gröfsere sey als für tiefe? Diese Fragen lassen sich aber entschieden verneinen. Dafs wir auch tiefe Töne laut zu hören vermögen, erkennen wir doch sofort, wenn tiefe Gabeln mit Resonanzkasten versehen werden. Dafs durch Resonanzböden die Zahl der Schwingungen vermehrt werden sollte, läfst sich ganz entschieden nicht annehmen, es ist dies so klar, dafs es gar keines Beweises bedarf. Mithin steht auch der Satz über allen Zweifel fest: ***Die Anzahl der Schwingungen in der Zeiteinheit hat auf die Stärke des Schalles gar keinen Einfluſs.***

Bei diesem Sachverhalte haben noch die folgenden Thatsachen ganz besondere Wichtigkeit. Bei Glas-, Stein- und Metallplatten oder Stäben erhält man constant durch Klopfen bei der schon früher (Aufs. I, S. 8)[1] angegebenen Untersuchungsart ganz dieselben Klänge, wenn man den Stofs longitudinal, als wenn man ihn transversal führt, nur sind im ersteren Falle die hohen, im letzteren die tiefen Töne des Klanges lauter. Dafs der Stofs genau longitudinal geführt werde, ist namentlich bei etwas dickeren Platten und Stäben gar nicht schwierig. (Vgl. I, S. 8, 33.) Auch bei Stimmgabeln lassen sich ähnliche Thatsachen constatiren, die hier speciell von der höchsten Wichtigkeit und gröfsten Tragweite sind. Klemmt man den Gabelstiel oder auch das Verbindungsstück selbst in nicht zu grofser Ausdehnung in der Nähe des Verbindungsbogens mittelst eines Schraubstockes fest und unbeweglich gegen eine möglichst feste Widerlage in beliebiger Stellung und klopft mit einem kleinen Metallknopf auf das Ende des Stiels longitudinal, so erhält man den Grundton, wenn das Ende der Zinken genähert ist, recht laut. Dasselbe geschieht in schwächerem Grade auch schon, wenn man an der Seitenfläche des Stieles, in welcher Richtung immer, klopft, oder wenn man, namentlich an den Schraubenwindungen desselben, mit irgend einem,

wenngleich nur festweichen Körper streift. Läfst man den Gabelstiel an einem starken Zwirnfaden hängen, so entstehen bei dem leisesten Klopfen an jedem Punkte des Stieles, wenn die Gabel dabei auch nicht die geringste Bewegung zeigt, hohe Töne, die constant von dem Grundtone begleitet sind. Auch wenn man am Verbindungsstücke noch so leise klopft, geschieht dasselbe um so deutlicher, je mehr der klopfende Stofs auf die Verlängerung der Hauptflächen der Zinken fällt, gleichgültig in welcher Richtung. Trifft er die senkrecht auf erstere stehende Fläche, so hört man bei schwachem Klopfen nur hohe Obertöne, bei etwas stärkerem aber, *oder bei rasch auf einander folgender Wiederholung der schwachen Stöfse auch den Grundton.* Klopft man auf die Mitte der Concavität des Verbindungsbogens mit irgend einem schmalen Körper, z. B. einem Messerrücken, noch so schwach, so erscheint neben hohen Tönen ebenfalls sofort auch der Grundton. All das geschieht auch bei Gabeln mit kurzen dicken Zinken.

Hemmt man die Schwingungen des Gabelstiels, indem man ihn in gröfserem Umfange oder an zwei verschiedenen Punkten gleichzeitig mit Eisenmassen stützt oder seine Endfläche gegen feste Körper drückt, so hört man bei stärkerem Klopfen auf denselben nach jeder Richtung den Grundton nur als kurzen klopfenden Schall. — Glas- und Metallglocken, die mit einem stab- oder knopfförmigen Griffe aus gleichem Material versehen sind, lassen ebenfalls den Grundton der Glocke hören, wenn man sie am Griffe hält und dabei longitudinal auf denselben klopft, und zwar um so lauter, je dünner die Glockenwände.

Nicht minder auffallend als die bisher besprochenen Erscheinungen ist die Thatsache, dafs Stimmgabeln in der unmittelbaren Nähe des Ohres unverhältnifsmäfsig laut tönen. Auf den ersten Blick könnte man diese Thatsache vielleicht übersehen, da es den Anschein hat, als wäre das laute Tönen in der Nähe des Ohres und das Nichttönen in einiger Entfernung, durch die natürliche Abnahme

der Einwirkungen der Schwingungen auf das Ohr mit der Entfernung schon begründet. Allein bei genauerer Untersuchung ergiebt es sich als zweifellos, daſs dem nicht so sey. Man findet nämlich schon zwischen tiefen und hohen Gabeln einen auffallenden Unterschied bezüglich der Abnahme der Tonstärke mit der Entfernung vom Ohre. Tiefe Gabeln tönen in der Nähe des Ohres nur dann sehr laut, wenn die Enden der Zinken dem Ohre genähert sind; verschiebt man die Zinken, so daſs ihre untern Abschnitte dem Ohre zunächst sind, so hat das schon dieselbe Wirkung, als hätte man die Gabel im Ganzen entfernt, der Ton wird nämlich auffallend schwächer und bei gänzlicher Entfernung vom Ohre nimmt die Schwächung noch rapider zu, dabei bleibt aber die Klangfarbe des Tones immer dieselbe. — Bei hohen Gabeln ist dieses Verhältniſs complicirter. In der nächsten Nähe des Ohres hört man nämlich einen sehr schrillen unangenehmen durchdringenden Ton, der aber schon auf 1 bis 2″ Distanz einem Tone von ganz anderer Klangfarbe weicht. Der erstere nimmt in der That noch räscher ab, als tiefe Töne, während der letztere bei der Entfernung vom Ohre *auffallend langsamer* abnimmt. Besonders auffallend ist aber dieses Verhältniſs bei den hohen Obertönen der Gabeln, die durch Stoſs mit Metallmassen erregt werden, sowie auch bei allen durch specifisch-longitudinale Einwirkung erzeugten Tönen und Klängen. Man kann sich nämlich bei diesen beiden Schallarten sehr leicht überzeugen, daſs die Abnahme der Schallintensität mit der Entfernung der Schallquelle vom Ohre eine ganz andere, *wesentlich von der bei transversal schwingenden Objecten verschiedene, weil weitaus langsamere ist.*

Hieran schlieſst sich naturgemäſs die folgende Reihe von auffälligen Erscheinungen, die sich auf das Verhalten der Resonanztöne beziehen, wenn zwei gleichgestimmte Resonanzkästen, oder noch besser ein Resonator und ein Resonanzkasten aufeinander einwirken. Es wurde bereits im Aufsatze IV (S. 7, 8) eine derartige Erscheinung mit-

getheilt, mit der Bemerkung, daſs dieselbe einer eingehenderen Untersuchung bedürfe. Eine solche Untersuchung wurde nun thatsächlich an einer groſsen Reihe von Stimmgabel-Resonanzkasten vorgenommen und ergab folgende Details. Vor allen ist hervorzuheben, daſs auch hier zwischen tiefen und hohen Gabeln ein bemerkenswerther Unterschied besteht.

Die Scheidegränze zwischen beiden Gruppen befindet sich inmitten der ungestrichenen Octave, deren tiefere Töne, das *c*, *d* noch zur Gruppe der tiefen, deren hohe Töne *a*, *h* aber schon zur Gruppe der hohen gehören, während die mittleren Töne allmälige Uebergänge von der einen zur anderen Gruppe darstellen. Die im Aufsatze IV beschriebene Erscheinung bezieht sich auf eine der Gruppen der hohen Töne angehörige Gabel, nämlich das *a*. — Das Wesentlichste der Erscheinung besteht in dem Verschwinden der Resonanz, wenn ein gleichgestimmter Resonator mit seiner freien Mündung der des Resonanzkastens in einer Entfernung von etwa 2″ gegenübergehalten wird und in dem gleichzeitigen Fortbestehen eines durchdringend lauten, aber von auſsen nicht hörbaren Tones im Innern des Resonators.

Die Erscheinung stellt sich bei genauer Untersuchung unzweideutig als Interferenz-Phänomen heraus, wie das auch *a priori* auf den ersten Blick vermuthet werden muſs. Man kann nämlich bei concentrirter Aufmerksamkeit, besonders bei tiefen Tönen eine Wiederholung des Phänomens, insofern es sich auf die Schwächung des Tones bezieht, aber nur in sehr schwachem Grade constatiren, wenn der Resonator in unveränderter Stellung allmählig vom Resonanzkasten entfernt wird, und zwar am sichersten, wenn beide Resonanzräume auf einer hinreichend langen Tischplatte sich einander nähern und von einander entfernen.

Bei der Gruppe der tiefen Gabeln gestaltet sich nun das Phänomen folgendermaſsen: Die Resonanz schwindet nicht vollständig, sondern wird nur auffällig geschwächt; die Schwächung beginnt bei einer Distanz von etwa ½ bis 1″,

erreicht ihr Maximum erst wenn der Resonator zum Theile schon in den Kasten hineinragt. Bei der Entfernung wird die Resonanz jenseits jener Stelle, an der die Schwächung begonnen hat, eine kurze Strecke entlang etwas lauter als ohne Resonator, eine weitere kurze Strecke entlang wieder etwas schwächer, etwa so wie ohne Resonator; bei noch weiterer Entfernung bleibt er unverändert und zeigt nur bei einer mindestens zwei- bis dreimal so grofsen Strecke als früher, innerhalb einer sehr kleinen Distanz eine constante eben nur merkliche Schwächung, um dann wieder unverändert fortzubestehen. Nur hie und da gelingt es bei noch weiterer Entfernung, in gleicher Strecke noch einen Punkt der Schwächung zu constatiren.

Horcht man mittelst eines Kautschukschlauches, den man über das Ohrende des Resonators schiebt, auf den Ton im Innern des letzteren, so ist derselbe im Algemeinen lauter, aber sonst in verschiedenen Distanzen dem von aufsen hörbaren ganz proportional, so dafs hier von zwei verschiedenen Tönen nicht die Rede seyn kann. Deckt man die Mündung des Resonanzkastens mittelst einer beliebigen Scheibe zu, so ist sowohl der von aufsen frei, als auch der in seinem Innenraume durch Hörrohr hörbare Ton nur so viel geschwächt, wie bei der Einwirkung des Resonators.

Hält man die Mündung des Resonators vor die freien Enden der Gabelzinken, so tritt bei einer Entfernung von etwa $\frac{1}{2}'''$ eine deutliche Schwächung der Kasten-Resonanz auf, bei gröfserer Annäherung eine deutliche Verstärkung derselben, bei gröfserer Entfernung hingegen bleibt selbe unverändert.

Bei der Gruppe der hohen Töne ist das Phänomen wesentlich verschieden. Es besteht nämlich hier zwischen dem im Innern des Resonators und dem von aufsen frei hörbaren Tone *keine* Proportionalität, zudem auch noch eine Klangfarbenverschiedenheit, so dafs hier allerdings zwei ganz verschiedene Töne zum Vorschein kommen.

Die Details sind folgende: Das Maximum der Schwächung des Tones tritt hier schon bei einer zwischen 1″ und 2″ schwankenden Entfernung des Resonators auf und ist dieselbe so bedeutend, daſs man z. B. bei einer *c*-Gabel nur noch einen Ton von solcher Stärke und Klangfarbe hört, wie er etwa der Gabel allein ohne Resonanzkasten zukömmt. Nähert man den Resonator dem Kasten, so ändert sich in bestimmter Entfernung die Klangfarbe des früher gehörten schwachen Tones, so daſs man deutlich das Auftreten eines neuen aber äuſserst schwachen Tones bemerkt, bei noch gröſserer Annäherung schwindet aber auch dieser wieder.

Entfernt man den Resonator über jenen Punkt hinaus, an dem das Maximum der Schwächung bemerkt wurde, so schwillt der Ton allmählig zu seiner normalen Stärke an, und zeigt dann analog den tieferen Tönen in gewissen, etwas kleineren Distanzen als bei den letzteren mindestens noch einen, mitunter auch zwei Punkte der Tonschwächung. Horcht man mittelst Hörrohr am Resonator, so hört man selbst an jener Stelle, wo die Resonanz von auſsen her bis auf ein Minimum reducirt und kaum noch hörbar ist, einen durchdringend lauten schrillen Ton, dessen Klangfarbe ganz dieselbe ist, wie die jenes Tones, den man bei Annäherung der freien Enden der Gabelzinken an den äuſseren Gehörgang hört. Dieser Ton im Innern des Resonators ist am stärksten etwas einwärts von jener Stelle, wo ohne Hörrohr das Maximum der Schwächung der Resonanz besteht, etwa dort wo der schwache noch hörbare Ton seine Klangfarbe ändert; noch weiter einwärts wird auch der schrille Ton im Innern des Resonators allmählig schwächer, und zwar proportional der Annäherung beider Hohlräume aneinander. Weiter nach auſsen von jener Stelle, wo im Freien die gröſste Schwächung der Resonanz besteht, erscheint neben dem schrillen Tone aus dem Innern des Resonators sehr deutlich der eigentliche Resonanzton, den man auch ohne Hörrohr vernimmt, so daſs man jetzt gleichzeitig zwei ganz verschiedene Töne neben-

einander hört; und während der letztere bei gröſserer Entfernung immer lauter wird, wird der erstere immer schwächer und schwindet endlich ganz.

Beim Verdecken der Kastenmündung wird die Resonanz viel schwächer als bei den tiefen Tönen, sowohl für das freie Ohr von auſsen, als auch für das Hörrohr von innen.

Nähert man den Resonator den Enden der Gabelzinken, so ist eine Schwächung des Tones kaum zu bemerken.

Gegenüber den hier beschriebenen Interferenz-Erscheinungen ist eine andere Reihe von Thatsachen bemerkenswerth, die scheinbar different, möglicherweise denn doch auf dasselbe Gesetz hinweisen wie jene. Sie beziehen sich ebenfalls auf die Interferenz, und kann die Reihe derselben eigentlich schon mit einigen in den Aufsätzen II und III bereits mitgetheilten Thatsachen beginnen. Zunächst damit, daſs der klopfende Schall von Platten durch Reflexion *nur bei transversalem Stoſse* sich interferirt, bei longitudinalem nicht; ferner, daſs sich von Scheiben und Platten ausgehende Klänge ebenfalls nicht interferiren in Folge von Reflexion (II. S. 5). Die letztere Mittheilung bezog sich blos auf kleinere Metall-, Stein- und äuſserst schwach klingende Holzplatten. Die Untersuchung gröſserer Platten und Scheiben zeigt aber, daſs wenn sie durch Klopfen in geeigneter Weise klingend gemacht werden (I. S. 8, 9), Klänge entstehen, die aus hohen und tiefen Tönen zusammengesetzt sind, während sich nun erstere gar nie interferiren, interferiren sich letztere allerdings um so deutlicher, je tiefer sie sind.

Viel instructiver sind die analogen Phänomene an Orgelpfeifen. Wird eine beliebige offene Labialpfeife angeblasen und hält man einen gleichgestimmten Resonator mit der Mündung jener der Pfeife nahe gegenüber, so wird in einer Entfernung von etwa 1″ der Grundton etwas verstärkt, bei weiterer Annäherung geht derselbe constant

in die höhere Octave über, und zwar um so deutlicher je stärker der Wind ist. Das letztere geschieht auch, wenn man den Resonator vor der Lippenöffnung der Pfeife hält: eine Verstärkung des Grundtones findet in diesem letzteren Falle gar nicht oder in nur unmerklichem Grade statt. Umwandelt man die Pfeife durch Zudecken ihrer Oeffnung in eine gedeckte, also tiefere, so tritt dieselbe Umwandlung des Grundtones in die höhere Octave durch Annäherung des Resonators an die Lippenöffnung auf. Jeder auf einen anderen Ton gestimmte Resonator läfst in beiden Fällen den Grundton unverändert, schwächt ihn höchstens etwas bei zu starker Annäherung an die Lippenöffnung. Dies gilt selbstverständlich auch von einem auf höhere Octave gestimmten Resonator. Man kann diesen für sich allein oder gleichzeitig mit dem gleichgestimmten, welcher Oeffnung immer nähern, so bleibt im ersteren Falle der Grundton ganz unverändert, im letzteren zeigt er nun jene Veränderung, die der gleichgestimmte Resonator allein bewirkt. Legt man die Pfeife horizontal nieder und bläst sie mittelst eines Kautschukschlauches, der die Verbindung mit dem Windkasten herstellt, an, so kann man den Resonator von der Mündung beliebig weit entfernen und überzeugt sich dann, dafs die beschriebene Wirkung selbst bei der sorgfältigsten Beobachtung sich nirgends mehr wiederholt.

Erwähnenswerth ist nebenbei auch noch, dafs alle Labialpfeifen, wenn sie mit sehr schwachem Winde angeblasen werden, constant einen sehr hohen Ton (etwa die zweite höhere Octave) hören lassen.

Werden Zungenpfeifen angeblasen, so verhalten sich sowohl die mit auf-, als auch die mit durchschlagenden Zungen ganz anders gegen die Einwirkung von Resonatoren als die Labialpfeifen. Die Tonhöhe beider ändert sich nämlich durch die Resonatoren gar nicht. Die Tonstärke zeigt folgende Aenderungen. Bei aufschlagenden Zungen bilden sich selbst in Resonatoren von verschiedener Tonhöhe, wenn sie nur hinreichend grofs sind, in einer be-

stimmten Entfernung des Resonators von der Pfeifenmündung neue Resonanztöne, die mit dem ursprünglichen um so weniger verschmelzen, je differenter ihre Höhe ist; bei gleichgestimmten erscheint wohl der Grundton durch das Hinzutreten des Resonanztones etwas lauter, doch kann man bei einiger Aufmerksamkeit beide von einander getrennt percipiren. Bei durchschlagender Zunge erscheint der Ton nur durch den gleichgestimmten Resonator in sehr geringem Grade verstärkt und selbst das nicht constant.

Schwächung der Töne tritt bei beiden Arten von Zungenpfeifen nur dann auf, wenn irgend ein Resonator, *gleichgültig von welcher Tonhöhe*, der Mündung der Pfeife bis auf etwa eine Linie genähert wird, sonst nicht. Es kann sich hier also offenbar nur um eine Hemmung der Ausbreitung der Schallwellen in der äufsern Luft handeln und nicht um Interferenz.

Schliefslich können hier noch einige Erscheinungen angereiht werden, die sich auf das verschiedene Verhalten transversaler und longitudinaler Schwingungen in Bezug auf ihre Resonanz erregende Wirkung beziehen.

Die hohen Obertöne der Stimmgabeln, die man durch Klopfen mit harten Körpern erhält, werden nicht blos von dem eignen Resonanzkasten der Gabel viel weniger verstärkt als der Grundton, sondern auch von anderen beliebig geformten Resonanzböden, und zwar von letzteren noch weniger als von ersteren.

Der Resonanzton der Stimmgabelkasten ist fast durchweg lauter, wenn man den Gabelstiel frei wo immer an die obere Kastenwand ansetzt, als wenn derselbe eingeschraubt ist, wobei dessen kleine Endfläche die Wandoberfläche nicht berührt. Allerdings ist im ersteren Falle der lautere Ton auch von kürzerer Dauer. Ausnahmen hiervon machen nur ungewöhnlich dicke, besonders sehr hohe Gabeln.

Bei einfachen Stäben wird der durch Streichen mit

dem Bogen bei starkem Drucke hervorgerufene durchdringende Ton durch die Unterlage, mag selbe wie immer beschaffen seyn, gar nicht verstärkt; dasselbe gilt auch von den hohen Tönen, die durch Klopfen mit einem Metallknopf erregt werden.

Macht man Stäbe durch longitudinales Streichen klingend und bringt sie im Knotenpunkte mit einem beliebigen Resonanzboden (z. B. dem Stege eines Monochords, oder dessen Wand unmittelbar, einer Tischplatte, einem beliebigen Stimmgabel-Resonanzkasten etc.) in Contact, so bemerkt man deutlich, dafs jedes secundäre Geräusch, z. B. das durch Reiben bedingte, auffallend verstärkt wird, die Klänge oder Töne selbst hingegen kaum merklich und zwar sind es wieder nur tiefere Töne, die einigermafsen, wenn auch nur wenig, verstärkt werden, während höhere absolut unverändert bleiben.

(Schlufs im nächsten Heft.)

III. *Fernere Thatsachen zur Begründung einer endgültigen Theorie der Elektromaschine zweiter Art; von J. C. Poggendorff.*

(Aus d. Monatsberichten d. Akad. Januar 1875.)

Wenige Aufgaben der Physik haben bisher so sehr aller Theorie gespottet als diejenigen, welche uns durch die Elektromaschinen vorgelegt worden sind. Zwar mangelt es nicht an Theorien, welche die Entstehung der Elektricität in diesen Maschinen aus den bekannten und hier auch gar nicht abzuläugnenden Influenzwirkungen herzuleiten versucht haben. Aber, wenn dies auch vollständig gelungen wäre, würde damit doch das Problem noch lange nicht gelöst seyn. Die gerechte Forderung des Nachweises, welche Eigenthümlichkeiten nun die Maschinen durch

das Spiel der Influenzen- und Ausströmungen erlangen, sind uns diese Theorien bisher noch schuldig geblieben. Keiner würde im Stande seyn, die Mannigfaltigkeit der hier auftretenden Erscheinungen aus ihnen abzulesen. So wenig man vermocht hat, die bereits bekannten Eigenschaften der Maschinen insgesammt als consequente Folgen jener Theorien zu entwickeln, man vielmehr genöthigt gewesen ist, für jede derselben eine speciélle Erklärung aufzusuchen: eben so wenig und noch viel weniger ist es bisher geglückt, irgend eine neue Thatsache aus denselben vorher zu sagen, oder gar zu beweisen, dafs nun nichts Neues mehr aufgefunden werden könne. Kurz, den bisherigen Theorien haben wir nichts zu danken; Alles, die erste Erfindung sowohl wie jede fernere Verbesserung und Vervollkommnung der Maschinen, ist lediglich das Werk der Erfahrung gewesen, des *„provando e riprovando“* der alten florentiner Akademiker [1]).

Unter so bewandten Umständen, die noch jetzt in voller Kraft bestehen, habe ich geglaubt, dafs es für mich lohnender, und für die Wissenschaft ersprieſslicher seyn würde, ausschlieſslich den experimentellen Weg zu verfolgen, um zu einer vollständigen Kenntniſs der Elektromaschinen zu gelangen, wenn auch dabei keine neuen Principien der Elektricitätslehre zu Tage gefördert werden sollten. Und dies habe ich auch nicht zu bereuen gehabt, denn, wie wohl ich glaube ohne Ueberhebung sagen zu können, dafs ich, etwa mit Ausnahme des Erfinders, diese Maschinen besser kenne, als sonst irgend Jemand, so bin ich doch selbst in jüngster Zeit noch überrascht worden durch Auffindung von Erscheinungen an ihnen, die mir vordem unbekannt waren.

1) Aehnliches gilt übrigens vom Inductorium (Inductions-Apparat), besonders seit man ihm den Condensator hinzugefügt hat. Trotz der tiefsten elektrodynamischen Untersuchungen mangelt es noch immer an sicheren Principien, nach welchen bei der Construction desselben zu verfahren wäre, damit es für eine gegebene galvanische Kraft das Maximum an Inductionswirkung gäbe. Der Mechaniker tappt dabei noch immer im Dunklen herum, und folgt einer blinden Praxis.

Einen ersten Beleg dazu haben die Beobachtungen gegeben, welche ich erst kürzlich die Ehre hatte, der Kgl. Akademie vorzutragen; einen ferneren und noch interessanteren werden die Thatsachen liefern, welche ich in meiner heutigen Mittheilung zu beschreiben gedenke.

I.

Wenn man von einer Theorie der Elektromaschine nichts weiter verlangt als den ungefähren Nachweis, wie in derselben der Strom durch Influenz oder Einströmung zu Stande komme, so wären wir bereits am Ziele, namentlich bei der Maschine zweiter Art.

Denn die Theorie, welche ich von dieser Maschine in den Monatsberichten für 1872, S. 822 gegeben habe [1]), löst das Problem der Strom-Erregung in derselben, ohne irgend welche neue Hypothesen zu machen, auf eine so einfache und befriedigende Weise, dafs sie anscheinend nichts zu wünschen übrig läfst.

Ich halte sie auch jetzt noch, der Hauptsache nach, für richtig, kann ihr aber keinen allgemeinen Werth mehr beilegen, seit der Zufall mich belehrt hat, dafs sie eine Fülle von Erscheinungen aufser Acht läfst, die vielleicht für die Strom-Erregung keine Bedeutung haben mögen, sicher auch für die praktische Benutzung der Maschine ohne sonderlichen Werth sind, desto mehr aber das wissenschaftliche Interesse in Anspruch nehmen, und jedenfalls gekannt seyn müssen, bevor man sagen kann, man habe ein volles Verständnifs der Maschine.

Einen Theil dieser Erscheinungen habe ich bereits in meiner letzten Mittheilung beschrieben (Monatsberichte für 1874, S. 51) [2]). Namentlich habe ich gezeigt, dafs wenn man an der Elektromaschine zweiter Art, nachdem sie eine Zeitlang in voller Wirksamkeit gewesen ist, eine der Scheiben festhält, die andere, bei erneuter Rotation der Maschine, für sich allein dieselben Erscheinungen darbie-

1) Annal. Bd. 150, S. 5.
2) Annal. Bd. 153. S. 80.

tet, namentlich einen Strom von eben der Richtung liefert, wie zuvor, als beide Scheiben gemeinschaftlich und gegen einander rotirten.

Ich erwähnte auch beiläufig, dafs wenn man die festgehaltene Scheibe um 180° verstelle, der Strom in der anderen Scheibe seine Richtung umkehre.

Seitdem habe ich dies Phänomen näher untersucht und dabei gefunden, dafs es viel mannigfaltiger und merkwürdiger ist, als ich damals glaubte. Es hat sich nämlich als allgemeines Resultat herausgestellt, dafs wenn man die festgehaltene Scheibe aus einer Lage in eine andere bringt, es nicht sowohl die Art und Gröfse der Verstellung ist, welche den Effect bedingt, als vielmehr die *Richtung*, in welcher man sie vollzogen hat.

Um dieses zu verdeutlichen, will ich das Beobachtungsverfahren näher beschreiben. Nachdem ich die Maschine eine Zeitlang in voller Thätigkeit gehalten habe, dämit sich beide Scheiben gehörig elektrisiren, lüfte ich die Schraube an der Vorderscheibe und halte diese Scheibe fest, indem ich einen Finger auf ihren Rand lege; lasse ich nun die Maschine wieder im anfänglichen Sinne rotiren, so bekomme ich blofs in dem Verticalbügel an der Hinterscheibe einen Strom und zwar in derselben Richtung wie zuvor, als beide Scheiben sich gegeneinander bewegten. Man erkennt dies leicht im Dunklen an der Lage der positiven Lichtbündel.

Drehe ich nun die Vorderscheibe mit dem Finger um 360° und halte sie dann wiederum fest, so wird dadurch begreiflich in der gegenseitigen Lage der beiden Scheiben nichts geändert. Man sollte demnach glauben, eine solche Drehung habe gar keine Wirkung. Dem ist aber nicht also. Denn wenn man jetzt die Hinterscheibe wiederum in die anfängliche Rotation versetzt, zeigt sich merkwürdigerweise, dafs die Wirkung abhängig ist von dem Sinn, in welchem man die Vorderscheibe gedreht hatte.

Wurde *rechtsinnig* gedreht, d. h. im Sinne der Rotation, welche die Vorderscheibe bei voller Thätigkeit der

Maschine besitzt, so erweist sich der Strom an der Hinterscheibe *ungeändert*. Hatte man aber *links* herum oder *widersinnig* gedreht, so findet sich dieser Strom *umgekehrt*.

Denselben Effect hat eine Drehung von 180°. *Links* herum kehrt sie die Richtung des Stroms an der Hinterscheibe um; *rechts* herum ist sie ohne Einfluſs auf dieselbe. Bei dieser halben Umdrehung wird allerdings die gegenseitige Lage der Scheiben geändert; aber diese Aenderung ist doch dieselbe, man mag rechts oder links herum gedreht haben. Es ist also wesentlich die *Richtung* der Drehung oder Verstellung, welche den Effect bedingt.

Selbst eine Drehung von 90° hat dieselbe Wirkung. Nur die widersinnige kehrt den Strom der Hinterscheibe um [1]).

Es kann auffallend erscheinen, daſs eine widersinnige Drehung von 180° eben so wirkt wie eine von 90°, und eine von 360° eben so wie eine von 180° oder 90°. Die Sache erklärt sich aber einfach, wenn man mehrere solcher Drehungen von 90° oder 180° unmittelbar hintereinander vornimmt, ohne dazwischen die Hinterscheibe in Rotation zu versetzen. Man findet dann, daſs nur die *erste* dieser Verstellungen eine Wirkung ausübt, die zweite und jede folgende aber nicht. Dagegen führen zwei widersinnige Verstellungen von 90° oder von 180° den Strom wieder auf seine anfängliche Richtung zurück oder kehren ihn zwei Mal um, sobald dazwischen die Hinterscheibe in Rotation versetzt ward.

Sehr merkwürdig ist die Wirkung einer widersinnigen Drehung oder Verstellung von 45°. Dreht man die Vor-

1) Alles was bisher von der vorderen, d. h. dem Beobachter zugewandten Scheibe gesagt ist und noch fernerhin von ihr gesagt werden wird, gilt auch von der hinteren oder abgewandten. Die beiden Scheiben verhalten sich in Bezug auf die hier behandelten Phänomene ganz gleich. Nur weil die Verstellung bei der Vorderscheibe leichter zu bewerkstelligen ist als bei der Hinterscheibe, habe ich sie in der Regel bei der ersteren vollzogen.

derscheibe langsam um einen Quadranten zurück, während man die Hinterscheibe unausgesetzt schnell rotiren läfst, so sieht man den Strom an letzterer allmählig schwächer werden, dann erlöschen, wenn die Vorderscheibe die Stellung -45° erreicht, und nun in umgekehrter Richtung wieder wachsen bis zu der Stellung 90°. Läfst man die Vorderscheibe etwas lange in der Stellung -45° verweilen, so hat es zur Folge, dafs der Strom an der Hinterscheibe vollständig erlischt, und bei weiterer Drehung nicht wieder zum Vorschein kommt. Man sieht alles dieses im Dunklen sehr schön, wenn man die Kämme an der Hinterscheibe durch eine Spectralröhre verbunden hat. Eine widersinnige Drehung der Vorderscheibe um $90^{\circ}+45^{\circ}$, $180^{\circ}+45^{\circ}$, oder $270^{\circ}+45^{\circ}$ hat diese Wirkung nicht, so wenig wie irgend eine rechtsinnige, die überhaupt den Strom an der Hinterscheibe gar nicht ändert.

II.

Bei allen diesen Versuchen wurde die Maschine immer in gleichem Sinne in Thätigkeit gesetzt, nämlich so, dafs die Vorderscheibe (wenn sie nicht festgehalten ward) rechtläufig, die Hinterscheibe also rückläufig rotirte, letztere mithin vor und nach der Festhaltung der ersteren sich in gleicher Richtung bewegte. Man kann aber begreiflich auch so verfahren, dafs man die Maschine *vor* und *nach* der Festhaltung der Vorderscheibe in entgegengesetztem Sinn rotiren läfst, z. B. vorher *rechtläufig*, und nachher *rückläufig* [1]).

Verfährt man in dieser Weise, so ergiebt sich, dafs eine gegen die anfängliche Rotationsrichtung der Vorderscheibe widersinnige Verstellung dieser Scheibe von 90°,

1) Rechtläufig nenne ich die Rotation der Maschine, wenn ihre Kurbel im Sinne der Drehung eines Uhrzeigers bewegt wird, was, wie bei mir der Schnurlauf um die beweglichen Rollen der Maschine geschlungen ist, eine Rotation der Vorderscheibe in gleicher Richtung zur Folge hat.

180° oder 360° den Strom allemal umkehrt, eine rechtsinnige aber nicht.

Der Effect ist also derselbe wie in dem Fall, dafs die Rotationsrichtung der Maschine nicht geändert ward, ungeachtet hierbei die Hinterscheibe sich in umgekehrter Richtung gegen die verstellte Vorderscheibe bewegt.

Selbst die vorhin erwähnte merkwürdige Wirkung einer Verstellung der Vorderscheibe von 45°, nämlich der *Vernichtung* des Stromes, zeigt sich, wenn man die Rotationen der Maschine vor und nach der Verstellung der Vorderscheibe im umgekehrten Sinn vornimmt, eben so gut, wie wenn sie in gleichem Sinne geschehen.

III.

Ich schreite nun zu einer zweiten Klasse neuer Erscheinungen.

Die Umstände dabei sind in sofern verschieden von den vorherigen, als die Vorderscheibe, nachdem sie um eine gewisse Gröfse verstellt worden ist, wieder festgeschraubt, und zum zweiten Male gemeinschaftlich mit der Hinterscheibe wieder in Rotation versetzt wird, zuvörderst in derselben Richtung wie vor der Verstellung.

Im Allgemeinen sind die Erscheinungen den vorhin beschriebenen ähnlich, doch mit einigen Ausnahmen.

Aehnlich sind sie in sofern, als eine Verstellung der Vorderscheibe von 180°, je nachdem sie recht- oder widersinnig vollzogen ward, den Strom ungeändert läfst oder umkehrt; und eine volle Drehung von 360° nicht anders wirkt als eine halbe von 180°, weil, wenn zwei halbe Drehungen unmittelbar auf einander folgen, die zweite keine Wirkung hat.

Aber eine Verschiedenheit liegt darin, dafs eine Verstellung von blofs 90° ohne allen Einfluſs ist, während diese bei der ruhenden Vorderscheibe, wie wir gesehen, so gut wie die Verstellung von 180° oder 360°, eine Umkehrung des Stromes bewirkt, wenn sie widersinnig vollzogen ward.

Dreht man indefs die Vorderscheibe links um 90° und die Hinterscheibe rechts um 90°, also beide Scheiben widersinnig, so erfolgt eine Strom-Umkehrung. Es müssen aber dazu beide Drehungen *gleichzeitig* vorgenommen werden. Wenn das nicht geschieht, wenn man erst die eine, und dann die andere widersinnig um 90° dreht, bleibt der Strom der Maschine *ungeändert*. — Die entgegengesetzten Drehungen beider Scheiben um 90° sind also nicht ganz gleichwerthig der Drehung *einer* der Scheiben um 180°.

Rechtsinnige Drehungen beider Scheiben um 90°, gleichviel ob gleichzeitig oder nicht, haben übrigens keine Wirkung.

Ebenso hat eine widersinnige Drehung beider Scheiben um 180°, sie mag gleichzeitig vorgenommen seyn oder nicht, keinen Einfluſs auf die Richtung des nachherigen Stromes der Maschine.

Ferner kommt das merkwürdige Erlöschen des Stromes bei einer widersinnigen Verstellung der Vorderscheibe um 45° in diesem Falle nicht vor; eine solche Verstellung hat gar keinen Einfluſs.

Dagegen hat man nun Gelegenheit einige Erscheinungen wahrzunehmen, die bei ruhender Vorderscheibe nicht vorkommen können.

Die erste ist folgende. Läſst man auf eine halbe *widersinnige* Drehung der Vorderscheibe um 180°, sogleich eine *rechtsinnige* von eben der Gröſse folgen, ehe man die Maschine wieder in Thätigkeit setzt, so zeigt sich, bei erneuter Rotation derselben, die Stromesrichtung ungeändert. Dreht man aber zuerst rechtsinnig um 180° und dann um eben so viel zurück, so giebt die Maschine einen Strom von umgekehrter Richtung.

Bei diesem Verfahren wird die gegenseitige Lage der beiden Scheiben so wenig geändert, wie bei der vollen Drehung um 360°; aber deſsungeachtet ist auch hier das Resultat ein entgegengesetztes, je nachdem man zuerst links oder zuerst rechts gedreht hat.

Man wird auch bemerken, dafs im ersten Fall die an sich wirkungslose rechtsinnige Drehung die Wirkung der vorangegangenen widersinnigen aufhebt, was wohl darin seinen Grund hat, dafs die rechtsinnige Drehung in Bezug auf den Strom, welche die vorangegangene widersinnige Drehung bei rechtläufiger Rotation der Maschine erregt haben würde, eine widersinnige ist.

Aus demselben Grunde übt eine zweite widersinnige Drehung von 180° wie zuvor gesagt worden, keinen Effect aus, weil die erste schon die Anordnung der Elektricität auf den Scheiben umgekehrt hat.

Eine wesentliche Verschiedenheit dieser Klasse von Erscheinungen gegen die frühere, besteht darin, dafs man es bei ihnen immer mit *zwei* Strömen zu thun hat, einen im vorderen horizontalen Elektrodenbogen und einen im hintern Verticalbogen.

Die Umkehrungen, von denen vorhin die Rede war, gelten für beide Ströme. *Beide Ströme werden immer gleichzeitig umgekehrt*, wie man dies im Dunklen leicht an den positiven Lichtbündeln ersieht.

Hierdurch unterscheiden sich die Umkehrungen von denen, die man erhält, wenn man die Maschine, *ohne Vorstellung der Vorderscheibe*, abwechselnd in der einen und der anderen Richtung rotiren läfst. Dann ist es immer nur *einer* der Ströme, der seine Richtung umkehrt, bald der horizontale, bald der verticale, ohne dafs ich bis jetzt einen Grund anzugeben wüfste, weshalb der eine standfester ist als der andere [1]).

1) Will man, dafs sich durch blofsen Rotationswechsel, ohne Verstellung der Vorderscheibe, gleichzeitig beide Ströme umkehren, so mufs man, nachdem man die Maschine zuerst z. B. rechtläufig gedreht hat, eine Weile zurückdrehen, bis die verworrene Lichterscheinung, die dann eintritt, verschwunden ist, und nun die rechtläufige Rotation wieder herstellen. Dann erweisen sich beide Ströme umgekehrt.

Das verworrene Licht entspringt übrigens aus einer Reihe schnell aufeinanderfolgender Ströme von entgegengesetzter Richtung, aus einem

IV.

In dem, was bisher über den Einfluſs einer Verstellung der Vorderscheibe gesagt worden ist, wurde immer vorausgesetzt, daſs die beiden Rotationen der Maschine, zwischen welchen man die Verstellung vollzog, gleiche Richtung hatten. Wenn das nicht der Fall war, wenn z. B. die erste Rotation eine rechtläufige, und die zweite eine rückläufige war, so hat die Verstellung eine andere nicht minder merkwürdige Wirkung als die vorhin beschriebene.

Es wird dann nämlich immer nur einer der ursprünglichen Ströme umgekehrt. Eine, in Bezug auf die erste Rotation der Maschine *widersinnige* Verstellung, gleichviel ob von 180° oder 360°, ändert die Richtung *des horizontalen Stromes* nicht, kehrt aber den verticalen um; eine *rechtsinnige* dagegen läſst den verticalen unverändert, und kehrt dafür den *horizontalen* um.

V.

Zu allen bis so weit angeführten Versuchen wurde die Maschine immer in ihrer einfachsten Gestalt angewandt, wie sie in meiner vorletzten Abhandlung (Monatsber. 1872, S. 821) schematisch abgebildet wurde [1]), bloſs versehen mit vier paarweis verknüpften Kämmen, ohne diametralen Conductor. In dieser Gestalt ist die Maschine eine vollkommen symmetrische.

Fügt man den diametralen Conductor in schräger Stellung hinzu, so ist diese Symmetrie aufgehoben.

Man erhält alsdann, bei rechläufiger Rotation der Maschine, nur in dem Fall einen Strom im Elektroden-

Kampfe möchte ich sagen, aus welchem zuletzt derjenige Strom, der dem anfänglich entgegengerichtet ist, siegreich hervorgeht.

Solche Schwankungen gehen fast immer allen hier beschriebenen Stromes-Umkehrungen voraus.

1) Annal. Bd. 150, S. 5.

bogen, wenn der Conductor so gestellt ist, dafs die Glastheile der Vorscheibe von dem nächsten Elektrodenkamm auf ihn zugehen, er demnach, wenn man die Quadranten von links oben herum mit I, II, III, IV bezeichnet, vor den Quadranten I und III der Scheibe steht oder diese Stellung \ hat.

Steht er aber vor den Quadranten II und IV, hat er also die Stellung /, so bildet sich, bei angegebener Rotationsrichtung der Maschine kein Strom im Elektrodenbogen, dafür aber, neben dem Strome im Verticalbogen, der unverändert geblieben, einer im Conductor selbst.

Dieser schräge Conductorstrom und der Verticalstrom werden nun gleichzeitig umgekehrt, sowie man die Vorderscheibe um 360° widersinnig verstellt, festschraubt, und die rechtläufige Rotation erneut; während eine eben so grofse rechtsinnige Drehung unter gleichen Umständen keinen Einfluſs ausübt.

Eben so verhält sich eine Drehung von 180°, während eine von 90° wie früher wirkungslos ist.

VI.

Aufser diesen Erscheinungen zeigt der diametrale Conductor noch andere, die sehr bemerkenswerth sind.

Gesetzt man lasse die Maschine rechtläufig rotiren, und habe den Conductor vor die Quadranten I und III gestellt, etwa unter einem Winkel von 45° gegen die Verticale. Man bekommt dann im Elektrodenbogen einen Strom von gewisser Richtung, der auf den Conductor übergeht, so wie man diesen vor den Quadranten II und IV bringt, während der Strom im hinteren Verticalbogen seine Richtung unverändert behält.

Dreht man nun den Conductor in die frühere Stellung zurück, so hat der Strom, den man dadurch wieder in dem Elektrodenbogen bekommt, die *umgekehrte* Richtung gegen die anfängliche.

Hierbei ist es nun durchaus nicht gleichgültig, auf welche Weise man den Conductor aus der zweiten Stellung

in die erste gebracht hat. Hatte man ihn um etwa 90° zurückgedreht, so ist der Erfolg wie eben beschrieben; hatte man ihn aber vorwärts oder rechtläufig um 270° gedreht, wodurch doch seine endliche Stellung dieselbe ward, so zeigt sich die Richtung des Elektrodenstromes *ungeändert.*

Dasselbe beobachtet man, wenn man den Conductor aus der Stellung, wo er vor den Quadranten I und III um 45° gegen die Verticale neigt, um 180° dreht, so dafs er wieder in parallele Lage kommt. Geschieht diese Drehung *rechtsinnig*, so bleibt der Strom ungeändert, geschieht sie aber *widersinnig*, so wird dieser umgekehrt [1]).

Beide Erscheinungen bekommt man übrigens nur dann, wenn man die Maschine während der Drehung des Conductors in Thätigkeit gehalten hat. Läfst man sie während dieser Drehung ruhen, so bleibt der Strom immer unverändert. Ueberdiefs darf man den schrägen Conductor bei der Drehung nicht lange vor dem hinteren Verticalbogen verweilen lassen, weil sonst der Strom in beiden vollständig erlischt, wie ich schon in meiner vorletzten Abhandlung angegeben habe [2]).

Bei dieser Gelegenheit habe ich am schrägen Conductor noch eine zweite Merkwürdigkeit entdeckt, die mir bis dahin entgangen war.

Bekanntlich wurde derselbe der Maschine hinzugefügt, um deren Strom gleichsam stabiler zu machen. Mittelst seiner kann man mit der Maschine zweiter Art, wie ich in meiner vorletzten Abhandlung gezeigt habe, Funken von 7 Zoll Länge erhalten, und würde sicher noch längere bekommen, wenn die Scheiben dieser Maschine eben so grofs wären als die der Maschine erster Art.

1) Um diese Drehungen des Conductors vollführen zu können, müssen die Elektrodenkämme etwas von der Vorderscheibe zurückgezogen werden. — Man darf sie aber nicht ganz entfernen, denn geschieht dieses, so sind die Erscheinungen sehr unregelmäfsig. Recht- und widersinnige Drehungen des Conductors geben bald eine Umkehrung des Stromes, bald nicht.

2) Monatsberichte f. 1872, S. 841. (Annal. Bd. 150, S. 27.)

Aber diese vortheilhafte Wirkung übt der diametrale Conductor nur aus, wenn er, bei rechtläufiger Rotation der Maschine vor den Quadranten I und III stehend, einen Winkel von etwa 45° mit der Verticalen macht.

Verringert man diesen Winkel auf etwa 15° bis 20°, so hat man das überraschende Schauspiel, daſs die Stromesrichtung fortdauernd hin und her schwankt, in einem ziemlich raschen Tempo, welches sogar zunimmt, sowie man den Winkel noch um ein Paar Grad verkleinert, bis endlich, wenn man ihn Null macht, oder den Conductor dem Verticalbogen gerade gegenüberstellt, der Strom vollständig erlischt. Besonders leicht von statten geht dieser stete Stromwechsel, wenn man die Elektroden zusammengeschoben hat [1]).

Während also der Conductor, wenn er die Neigung von 45° und mehr gegen die Verticale hat, die Maschine in ihrer Wirkung bedeutend erhöht, macht er sie, um etwa 15 bis 20° [2]) der Verticale mehr genähert, zu allen practischen Zwecken vollständig unbrauchbar.

Auf welche Weise man den Conductor in den Winkel von 15° bis 20° gegen die Verticale gestellt hat, ob von rechts oder links her, ist gleichgültig.

Auch beobachtet man nichts Aehnliches, wenn man den Conductor vor den Quadranten II und IV verschiedene Winkel mit der Verticalen machen läſst.

VII.

Es ist nicht allein die Maschine in ihrer einfachsten Gestalt, ohne oder mit Conductor, welche die in Rede stehenden Erscheinungen darbietet, sondern sie finden sich auch bei der complicirteren Form, die im Monatsbericht von 1872, S. 832 veranschaulicht ist, und, gegen die einfache Maschine genommen, bei rückläufiger Rotation der-

1) Eine andere Art, diesen steten Stromwechsel hervorzubringen, habe ich in den Monatsberichten f. 1872, S. 837 (Annal. Bd. 150, S. 22) beschrieben.

2) Bei Reinheit der Scheiben und Trockenheit der Luft kann dieser Winkel bis auf 10° herabsinken.

selben einen Strom von doppelter Elektricitätsmenge im Elektrodenbogen liefert, indem sie den hinteren Strom mit dem vorderen vereinigt.

Bei dieser Combination sind die hinteren Verticalkämme nicht unter sich, sondern respective mit den vorderen Horizontalkämmen metallisch verbunden, und wenn diese Verbindung in der Weise vollzogen worden, wie es a. a. O. durch Fig. 3 und 4 gezeigt ist, so erhält man nur dann einen Strom zwischen den Elektroden (den eben genannten Doppelstrom), wenn man die Maschine rückläufig rotiren läfst, weil dann die mit einander verbundenen Kämme gleichartige Elektricität ausstrahlen; bei entgegengesetzter Rotation bekommt man keinen Strom im Elektrodenbogen, wohl aber einen in jedem der Bügel, welche die Kämme verbinden.

Diese complicirtere Maschine, die im Grunde identisch ist mit der früheren Horizontalmaschine, verhält sich nun ganz analog der einfachen, wenn man eine der Scheiben um 180° oder 360° verstellt. Eine solche Verstellung im Sinne der Rotation, welche die Scheibe besafs, hat keinen Einfluſs auf die Stromesrichtung, eine entgegengesetzte aber kehrt diese Richtung um, und zwar erfolgt diese Umkehrung je nach dem Sinn, in welchem man die Maschine rotiren liefs, entweder bei dem Strom des Elektrodenbogens oder gleichzeitig bei den Strömen der beiden Bügel, welche die vorderen und hinteren Kämme verbinden. Im ersten Fall, wo die beiden Kämme eines und desselben Bügels stets gleiche Elektricitätsart aussenden, geschieht der Wechsel der Elektricität von einem Bügel zum andern; im zweiten Falle dagegen, wo die Kämme eines Bügels entgegengesetzte Elektricitäten ausstrahlen, vertauschen blofs diese ihre Rollen.

VIII.

Aufser den bisher beschriebenen Strom-Umkehrungen giebt es noch eine dritte Klasse von ihnen, die nicht aus einer gegenseitigen Einwirkung der elektrisirten Scheiben,

sondern aus einer veränderten Lage dieser gegen die Kämme der beiden Metallbögen entspringen.

Diese Umkehrungen erfolgen, wenn man, nachdem die Maschine eine Zeit lang in Thätigkeit gewesen, beide Scheiben ohne sie gegen einander zu verstellen, gemeinschaftlich in dem einen oder anderen Sinne dreht, was leicht geschieht, wenn man die Schraube an der Vorderscheibe ein wenig gelüftet hat.

Wenn bei rechtläufiger Rotation der Maschine der rechte Vorderkamm und der obere Hinterkamm positive Elektricität aussenden, so ist die untere Hälfte der Vordercheibe und die linke Hälfte der Hinterscheibe mit positiver Elektricität bekleidet. Hält man nun die Maschine an, dreht die beiden Scheiben gemeinschaftlich um 180°, gleichviel in welchem Sinn, so wird dadurch begreiflich die untere Hälfte der Vorderscheibe und die linke Hälfte der Hinterscheibe negativ, und wenn man nun die anfängliche Rotation erneut, werden die beiden Ströme (im vorderen und hinteren Bogen) umgekehrt seyn. Und so ist es auch wirklich.

Wenn man aber, nach der gemeinschaftlichen Drehung beider Scheiben um 180°, die Maschine rückläufig rotiren läfst, wo man glauben sollte, es wären die Umstände genau dieselben, wie vor der Drehung bei rechtläufiger Rotation, so erhält man nicht die beiden Ströme in anfänglicher Richtung, sondern nur den einen, den im Elektrodenbogen. Der Strom im Verticalbogen erweist sich umgekehrt. Wie geht das zu? Ich weifs es nicht.

Ebenso verhält es sich mit einer gemeinschaftlichen Drehung der Scheiben um 90°. Auch macht es keinen Unterschied, ob man bei dieser Drehung den schrägen Conductor in die Stellung \ versetzt hat oder nicht.

Ich habe diese Klasse von Erscheinungen nicht weiter verfolgt, da sie mit dem eigentlichen Gegenstande meiner heutigen Untersuchung nur mittelbar zusammenhängt.

IX.

Statt fernere Beobachtungen mitzutheilen, will ich mich lieber zu der Frage wenden, wie die vorhin beschriebenen, bei Verstellung der Scheiben eintretenden Erscheinungen zu erklären seyen.

Ich habe mich vielfach mit dieser Frage beschäftigt, muſs aber leider vorweg bekennen, daſs es mir nicht geglückt ist, eine befriedigende Antwort darauf zu erlangen; namentlich bin ich nicht so glücklich gewesen, in den Eigenschaften des Elektrophors irgend einen Anknüpfungspunkt zu einer haltbaren Theorie aufzufinden, was auch freilich nicht Wunder nehmen darf, wenn man bedenkt, wie wenig dies einfache Instrument mit der so complicirten Elektromaschine gemein hat.

Nur eins scheint mir keinem Zweifel unterworfen zu seyn, nämlich: daſs die die Innenseite der Scheiben bekleidenden Elektricitäten, wegen der groſsen Nähe dieser Scheiben, bei deren Verstellung einen Einfluſs auf einander ausüben, vermöge dessen sie eine andere Anordnung erfahren, oder eine Verschiebung oder Drehung erleiden.

Dies läſst sich bis zu einem gewissen Punkte thatsächlich erweisen. Zieht man nämlich die Vorderscheibe, nachdem sie durch längere Rotation der Maschine gehörig elektrisirt worden, ganz von dieser ab, und nimmt, mehrere Zoll von der Hinterscheibe entfernt, eine widersinnige Drehung von 180° mit ihr vor, steckt sie alsdann in gleicher Richtung wie zuvor wieder auf, und läſst die Maschine abermals rotiren, so findet man den anfänglichen Strom *unverändert*.

Eben so findet keine Umkehrung des Stromes statt, wenn die Vorderscheibe, nachdem sie von der Maschine abgenommen worden, um ihren horizontalen Durchmesser gewendet wird, so daſs bei Wieder-Aufsteckung auf die Axe, die Innenseite nach auſsen zu liegen kommt [1]).

1) Dreht man sie aber, nach der Wendung in der Nähe der Hinterscheibe widersinnig um 180°, so erhält man wiederum eine Strom-Umkehrung.

Bei beiden Versuchen wurde die Lage der Vorderscheibe geändert, aber weil die Aenderung entfernt von der Hinterscheibe vorgenommen wurde, hatte sie keinen Einfluſs auf die Stromesrichtung.

Der Effect also, der bei einer Verstellung der Vorderscheibe in der Nähe der Hinterscheibe erfolgt, läſst sich nicht von einer veränderten Lage der Scheiben gegeneinander herleiten, sondern muſs einem, beim Acte der Drehung oder Verstellung stattfindenden, gegenseitigen Einfluſs der sie bekleidenden Elektricitäten zugeschrieben werden, um so mehr, da sich zeigen läſst, daſs die neben den Scheiben befindlichen Metallkämme keinen Antheil an diesem Effecte haben, denn man kann sie während der Verstellung ganz entfernen und dennoch bleibt das Resultat dasselbe.

Die Beibehaltung der Metallkämme während der Drehung der Vorderscheibe hat indeſs ihren Nutzen, da sie eine Phase der Erscheinung kennen lehrt, die sonst nicht zu beobachten ist.

Läſst man nämlich die Kämme in ihrer gewöhnlichen Stellung, verbindet sowohl die vorderen, als die hinteren unter sich durch eine Spectralröhre, setzt darauf die Maschine eine Zeitlang in rechtläufige Rotation, und dreht nun die Vorderscheibe widersinnig um 180°, so hat man im Dunklen durch das Leuchten der Röhren Gelegenheit zu beobachten, daſs während dieses Drehens Ströme in beiden Bögen entstehen.

Da die Hinterscheibe hierbei in Ruhe bleibt, sie sich nicht vor den Kämmen des Verticalbogens bewegt, so hat der Strom in diesem Bogen etwas Anomales, was sich aber erklärt, wenn man bedenkt, daſs der elektrische Zustand dieser Scheibe durch die Drehung der Vorderscheibe geändert wird.

Interessant ist es auch zu sehen, daſs dieser partielle Strom, der übrigens dem vollen Maschinenstrom entgegen gerichtet ist, nur während der ersten widersinnigen Drehung von 180° entsteht. Eine zweite, die man unmittelbar

darauf folgen läfst, erzeugt so gut wie keinen Strom, was damit übereinstimmt, dafs eine solche zweite Drehung auch keine Umkehrung des vollen Maschinenstroms bewirkt. Ganz derselbe Zusammenhang zeigt sich bei einer *rechtsinnigen* Drehung von 180°. Aber abweichend davon giebt eine widersinnige Drehung von 90° einen Strom im Verticalbogen, während sie doch keine Umkehrung des Maschinenstromes bewirkt.

Was den Strom betrifft, welchen die widersinnige Drehung der Vorderscheibe im Horizontalbogen hervorruft, so ist er lebhafter als der eben genannte, und zeigt die Merkwürdigkeit, dafs er im ersten Quadranten der Drehung entgegengesetzte Richtung hat, wie der Strom, den die Maschine bei rechtläufiger Rotation lieferte, im zweiten und jedem folgenden Quadranten aber gleiche Richtung mit diesem.

Einen eben so gerichteten Strom entwickelt auch die Vorderscheibe bei *gleichsinniger* Drehung, während bei einer solchen Drehung, wie eben gesagt, in dem hinteren Verticalbogen gar kein Strom entsteht.

Nach Allem diesen kann wohl der gegenseitige Einflufs der Scheiben keinem Zweifel unterliegen.

Aber von velcher Art ist der Proceſs, durch welchen die auf einander wirkenden Elektricitäten so verschoben oder gedreht werden, dafs daraus die beobachteten Erscheinungen hervorgehen? — Um diese Frage zu beantworten, müfste man vor Allem wissen, wie die Elektricitäten vor ihrer Verschiebung auf den Scheiben angeordnet seyen. Ein directes Mittel, dies zu erfahren, giebt es aber meines Wissens nicht. Elektroskopische Beobachtungen führen nicht zum Ziele, und Lichtenberg'sche Figuren lassen sich auch nicht hervorbringen. Man ist lediglich auf allgemeine Betrachtungen verwiesen.

In der Abhandlung von 1872 habe ich eine schon 1869 [1]) ausgesprochene Ansicht wiederholt, durch welche die sonst so räthselhafte Erscheinung, dafs die Scheiben,

1) Monatsberichte f. 1869, S. 758. (Annal. Bd. 139, S. 517.)

trotz ihrer schnellen Rotation, fortwährend durch eine die Kämme verbindende gerade Linie in eine positive und eine negative Hälfte getheilt werden, eine sehr einfache Erklärung bekommt. Es wird nämlich angenommen, dafs jeder Kamm, z. B. der positive, seine Elektricität trotz der schnellen Rotation der Scheibe, nach beiden Seiten hin gleichmäfsig ausstrahle, dafs die eine Hälfte dieser Elektricität, indem sie die Scheibe bekleidet, zum negativen Kamm geführt und dort durch dessen Elektricität vernichtet wird, während die andere Hälfte dazu dient, die vom negativen Kamm herkommende Elektricität zu neutralisiren.

Sendet z. B. der rechtsliegende Elektrodenkamm, so wie der obere Verticalkamm positive Elektricität aus, so ist demgemäfs, bei rechtläufiger Rotation der Maschine, die Vorderscheibe auf ihrer unteren Hälfte und die Hinterscheibe auf ihrer rechten Hälfte mit positiver Elektricität bekleidet, wahrscheinlich in abnehmender Menge von einem Kamm zum andern.

Dies gilt von der Aufsenseite der Scheiben. Wie die Elektricitäten der Innenseite derselben geordnet seyen, habe ich damals unerörtert gelassen, weil mir die zwischen den Scheiben befindlichen Elektricitäten keinen wesentlichen Einfluſs zu haben schienen auf die Entstehung des Stromes, die allein ich damals betrachtete und, wie ich glaube, genügend nachgewiesen habe.

Aller Wahrscheinlichkeit ist aber die Anordnung der Elektricitäten auf der Innenseite der Scheiben dieselbe wie auf der Aufsenseite, da die letzteren die gleichnamigen Elektricitäten auf der Innenseite durch Influenz entbinden müssen, was auch durch das radiale Hervorbrechen von Elektricität aus dem Zwischenraum derjenigen beiden Quadranten, die nach eben entwickelter Ansicht auf den Aufsenseiten gleichnamig elektrisirt sind, seine Bestätigung erhält.

Aber diese, für die Entstehung des Stromes ausreichende Ansicht giebt, wie leicht darzuthun, keinen Auf-

schluſs über die Ursache der Strom-Umkehrungen, welche nach Verstellung der Scheiben, je nach ihrer Richtung, eintreten.

Ich sehe auch nicht ab, wie diese Erscheinungen durch eine Influenzwirkung zu erklären seyen, falls man nicht jede elektrische Action mit dem Namen Influenz belegen will, oder diese, was auch fraglich ist, bei bewegten Körpern anders wirkt als bei ruhenden [1]).

Wenn es aber keine Influenz ist oder seyn kann, aus welcher die räthselhaften Erscheinungen hervorgehen, woraus entspringen sie dann? — Ist es eine neue Wirkung der Elektricität, oder ist es eine alte, nur in einer neuen Form?

Ich wage es nicht, für jetzt eine definitive Antwort darauf zu ertheilen, kann aber die Bemerkung nicht unterdrücken, daſs unsere bisherigen Vorstellungen von der Beschaffenheit und Wirkungsweise der Elektricitätstheilchen, nach welchen sie kugelförmig sind und nach allen Seiten gleichmäſsig wirken, wohl schwerlich eine ausreichende Erklärung der beschriebenen Phänomene darbieten dürften.

Eher möchte ich glauben, daſs die Annahme von polaren Elektricitätstheilchen, die auf den Scheiben eine geordnete Lage hätten, und bei Verstellung dieser Scheiben eine Drehung erlitten, uns dem Ziele mehr nähern würde. Aber die Durchführung dieser Idee, die nothwendig auch mit der noch herrschenden Lehre vom Daseyn zweier elektrischen Flüssigkeiten in Widerspruch geriethe, würde mit groſsen Schwierigkeiten zu kämpfen haben und viel-

1) Die Geschwindigkeit, mit welcher bei den hier beschriebenen Versuchen die eine Scheibe verschoben wurde, konnte bei der Art, wie ich sie bewerkstelligte, immer nur eine mäſsige seyn. Ob eine Vergröſserung derselben einen Einfluſs auf die Erscheinungen gehabt haben würde, kann ich nicht sagen, da dies eine besondere Vorrichtung erfordert hätte. Aber eine möglichste Verringerung dieser Geschwindigkeit, davon habe ich mich überzeugt, hat keinen Einfluſs.

leicht ohne neue Hypothesen nicht zu bewerkstelligen seyn.

Daher will ich es lieber ferneren Untersuchungen überlassen, die bereits ermittelten Erscheinungen durch neue zu bestätigen und zu verallgemeinern, um dann zu entscheiden, ob die bisherigen Vorstellungen von der Natur und Wirkungsweise der Elektricitätstheilchen beibehalten werden können, oder abgeändert werden müssen. Bis dahin ziehe ich es vor, nur Thatsachen sprechen zu lassen, Thatsachen, deren Richtigkeit ich glaube verbürgen zu können, und die jedenfalls, wie auch die dereinstige Theorie ausfallen möge, ihren Werth behalten.

Ich glaube übrigens, die Bedeutung der hier beschriebenen Erscheinungen nicht zu überschätzen, wenn ich ihnen einige Wichtigkeit beilege, schon deshalb, weil meines Wissens, bei der sog. statischen Elektricität noch niemals ein Vorgang beobachtet worden ist, bei welchem in der Weise wie hier die *Richtung* eine Rolle gespielt hätte.

Schliefslich noch die Bemerkung, dafs ich alle hier aufgezählten Erscheinungen bisher nur bei der Maschine zweiter Art beobachtet habe, die überhaupt reicher an Eigenthümlichkeiten ist als die Maschine erster Art. Ob bei dieser letzteren etwas Analoges vorkomme, habe ich bis jetzt nicht untersucht, halte es aber für wahrscheinlich. Vielleicht, dafs die noch unerklärte *rückläufige* Rotation, in welche diese Maschine geräth, wenn man Elektricität auf sie einströmen läfst [1]), schon als ein solches Analogon zu betrachten ist. Künftige Untersuchungen mögen auch darüber entscheiden.

1) Monatsberichte für 1869, S. 779. (Annal. Bd. 139, S. 539.)

GENERAL LIBRARY University

IV. *Ueber die durch Kreisgitter erzeugten Diffractionsphänomene; von Hrn. J. L. Soret.*

(Aus den *Arch. d. sciences physiq. et nat.* 1875 *T.* 52 vom Hrn Verf. übersandt.)

Kreisgitter (*Réseaux circulaires*) nenne ich opake Schirme, versehen mit einer Reihe von Oeffnungen in Gestalt concentrischer Ringe.

In die Bahn eines Lichtbündels eingestellt, erzeugen diese Gitter Diffractionsphänomene, die verschieden sind nach den Relationen, die zwischen den Durchmessern der Ringe und ihren Breiten stattfinden. Ich werde mich in dieser Abhandlung besonders bei Untersuchung eines speciellen Falls aufhalten, der zu merkwürdigen und meines Wissens noch nicht beschriebenen Resultaten Anlafs giebt.

Gesetzt man ziehe auf einer Glasplatte eine grofse Anzahl concentrischer Kreise, deren Radien proportional seyen den Quadratwurzeln aus der Reihe der natürlichen Zahlen. Der erste Kreis habe einen beliebigen Radius a, der zweite $a\sqrt{2}$, der dritte $a\sqrt{3}$; der n^{te} $a\sqrt{n}$. Durch irgend ein Verfahren bedecke man die Flächen zwischen dem ersten und zweiten Kreis, zwischen dem dritten und vierten, zwischen dem fünften und sechsten usw. mit einer opaken Substanz. Der kleine centrale Kreis wird dann durchsichtig seyn, umgeben von einer Reihe gleichfalls durchsichtiger Kreise; das nenne ich, der Kürze halber, ein *positives* Kreisgitter. Wenn man dagegen den kleinen centralen Kreis vom Radius a, so wie die Ringe zwischen dem zweiten und dritten Kreis, zwischen dem vierten und fünften usw. opak macht, so hat man ein *negatives* Kreisgitter. Die Eigenschaften dieser beiden Gitterarten sind übrigens fast dieselben.

Lasse man nun ein Bündel paralleler und homogener Strahlen, die von einem unendlich entfernten Lichtpunkt

kommen, normal auf eins dieser positiven Gitter fallen, und nenne *Hauptaxe* die auf der Ebene des Gitters winkelrechte Gerade, die durch den Lichtpunkt und das Centrum der concentrischen Ringe geht.

Klar ist zuvörderst, daſs die Vibrationsgeschwindigkeiten, welche von allen Punkten der durchsichtigen Theile des Gitters ausgehen, auf einem in der Verlängerung der Axe unendlich entfernt hinter dem Gitter liegenden Schirm in Phasencoïncidenz anlangen werden. Wenn man also mit bloſsem Auge oder mit einem längs der Hauptaxe gerichteten Fernrohr schaut, so wird man den Lichtpunkt sehen, wie wenn das Gitter nicht da wäre, abgerechnet die Lichtintensität.

Betrachten wir nun einen auf der Hauptaxe, immer hinter dem Gitter, in dem Abstande f_1 vom Centrum des Gitters liegenden Punkt, gegeben durch die Formel $f_1 = \frac{a^2}{\lambda}$, wo λ die Wellenlänge bezeichnet. Leicht ersichtlich ist, daſs die von dem kleinen centralen Kreis ausgesandten Vibrationsgeschwindigkeiten diesen Punkt in Phasencoïncidenz mit den von allen durchsichtigen Ringen ausgesandten erreichen werden, da diese letzteren um eine ganze Zahl von Wellenlängen zurückstehen. Mithin bildet dieser Punkt einen wirklichen reellen Brennpunkt (ersten reellen Brennpunkt). Dieſs ist eine unmittelbare Folge der elementaren Wellentheorie.

Für einen andern, gleichfalls auf der Hauptaxe, aber dem Gitter näher, in dem Abstande $f_2 = \frac{a^2}{2\lambda}$ liegenden Punkt, wird man ebenso, theoretisch, einen zweiten reellen Brennpunkt haben; endlich einen dritten, vierten usw. in den Abständen $f_3 = \frac{a^2}{3\lambda}$, $f_4 = \frac{a^2}{4\lambda}$ usw. Nur wenn die relativen Breiten der opaken und durchsichtigen Ringe genau die von uns angegebenen sind, werden der zweite Brennpunkt und die übrigen Brennpunkte gerader Ordnung vernichtet seyn; denn in diesem Fall ist jeder Ring aus einer gleichen Anzahl elementarer Zonen gebildet, die

in entgegengesetztem Sinne wirken. Für relative Breiten verschiedener Ringe werden diese Brennpunkte gerader Ordnung existiren und andere verschwinden können.

Diese verschiedenen reellen Brennpunkte können als die Centra von paragenischen convergenten sphärischen Wellen betrachtet werden. Zwischen ihnen giebt es keine Concentration des Lichts auf der Axe, wenn die Ringe hinreichend zahlreich sind.

Auf der anderen Seite des Gitters, d. h. auf der Seite, wo die ebene einfallende Welle anlangt, hat man virtuelle Brennpunkte, gelegen auf der Axe in den Abständen $f_1, f_2, f_3 \ldots$ Diese Punkte sind die Centra paragenischer sphärischer divergenter Wellen, da die Vibrationsgeschwindigkeiten, welche von den gröſsern Ringen ausgesandt werden, gegen die von den kleineren Ringen und dem Centrum des Gitters herkommenden um eine ganze Zahl von Wellenlängen voraus sind.

Wenn man demnach nur den ersten reellen und den ersten virtuellen Brennpunkt in Rechnung zieht, da die übrigen von geringer Wichtigkeit sind, so kann man sagen, daſs eins dieser Gitter für Licht, das von einem in unendlicher Entfernung, auf der Hauptaxe liegenden Punkt ausgeht, zugleich die Rolle einer planparallelen Platte, einer convergirenden und einer divergirenden Linse spielt.

Dasselbe gilt noch für einen Lichtpunkt, der, in einem kleinen Winkelabstand von der Hauptaxe, auf einer durch das Centrum des Gitters gehenden secundären Axe liegt. Wenn man also, statt eines einzigen Lichtpunkts, einen leuchtenden Gegenstand hat, so muſs man Bilder von diesem Gegenstand bekommen, von denen eins im Unendlichen liegt, ein anderes, welches reell ist, im Abstande f, hinter dem Gitter, ein anderes, welches virtuell ist, im Abstande f_1 vor dem Gitter, und überdieſs wird man reelle und virtuelle Bilder einer höheren Ordnung haben können.

Leicht begreiflich ist es nicht nöthig, daſs die Lichtquelle unendlich entfernt sey. Die einfallende Welle mag

eben oder sphärisch seyn: es bilden sich immer reelle oder virtuelle Brennpunkte in verschiedenen Abständen wie bei den gewöhnlichen Linsen.

Analoge Schlufsfolgerungen würden für die negativen kreisrunden Gitter zu denselben Resultaten führen.

Ich habe gesucht, diese Folgerungen aus der Theorie durch das Experiment zu bestätigen, und dieſs ist mir auf eine demonstrative Weise geglückt, obwohl die von mir angewandten Gitter lange nicht die Vollkommenheit besitzen, welche begreiflicher Weise schwer zu erreichen ist.

Diese Gitter wurden auf folgende Weise dargestellt. Man machte mit Tusche eine Zeichnung von 196 concentrischen Kreisen, deren Radien proportional waren den Quadratwurzeln der natürlichen Zahlen. Der erste Kreis hielt 25 Mllm. im Radius, der gröfste hatte folglich einen Radius von 350 Mllm. Man schwärze die Ringe zwischen dem ersten und zweiten Kreis, zwischen dem dritten und vierten usw. So hatte man in Schwarz auf Weifs die Figur eines grofsen positiven kreisrunden Gitters mit 98 concentrischen Ringen. Die Zeichnung wurde auf Glas photographirt, reducirt verschiedentlich auf $\frac{1}{15}$ bis $\frac{1}{100}$, die Abzüge positiv oder negativ.

Diese photographischen Vervielfältigungen haben Mängel, die nicht leicht vollständig zu vermeiden sind: 1) Die Nichthomogenität der angewandten Glastafeln und der Nichtparallelismus ihrer Flächen veranlassen sogleich Phasendifferenzen in dem durchgehenden Lichte. 2) Das photographische Bild ist sehr zart und ein schwaches Reiben ist hinreichend, um es zu verwischen. Bei den gewöhnlichen Abzügen fixirt man es durch einen Firnifs; allein für die Gitter ist die Firnifsschicht nicht gleichmäfsig genug; es entstehen daraus Phasendifferenzen, welche das Gitter sehr unvollkommen machen. Will man nicht eine leichte Verschlechterung besorgen, mufs man

sie durch eine zweite dünne Glasplatte beschützen, deren Mangelhaftigkeit oder Nichtparallelismus leicht einige Störungen herbeiführen. 3) Die Photographie selbst giebt ziemlich veränderliche Resultate. Belichtet man lang, so übergreifen die vom Lichte angegriffenen Theile, welche schwarz werden, die hellen, und die Verhältnisse der ursprünglichen Zeichnung sind verändert; andererseits ist es vortheilhaft nicht zu schwache Abzüge zu haben, weil sonst das Verhältniſs des Lichtes, welches ohne Veränderung durch das Gitter geht, beträchtlicher ist gegen das die Diffraction erleidende, wodurch die Phänomene weniger sichtbar werden.

Die von mir angewandten Abzüge zeigen demnach ziemlich hervortretende Unterschiede; je nachdem sie gelangen, gaben sie mir mehr oder weniger gute Resultate, wie die Versuche erweisen, deren hauptsächlichsten ich anführen will.

I. Ein Bündel Sonnenlicht dringt in die dunkle Kammer durch eine kleine Oeffnung von beliebiger Form, z. B. quadratischer; vor diese Oeffnung stellt man ein rothes Glas. Hierauf bringt man in zweckmäſsigem Abstande eine Collimator-Linse an, welche die Strahlen parallel macht und in groſser Entfernung, auf der Wand des Saals, ein gröſseres Bild von der Oeffnung erzeugt. Hinter der Collimatorlinse stellt man ein kreisrundes Gitter auf. Das Bild auf der Wand des Saals bleibt; es ist nur, in Folge der Unvollkommenheit des Gitters, etwas weniger scharf und hebt sich vom beleuchteten, mehr oder weniger hellen und ausgedehnten Grunde ab, je nach Umständen.

In der Entfernung f_1, welche dem ersten Brennpunkt entspricht [1]), stellt man einen weiſsen Schirm auf. Man erhält ein neues Bild von der Oeffnung, kleiner, ziemlich lebhaft und scharf; aber auſserhalb dieses Bildes ist der Schirm auch erhellt, wie es seyn muſs. Nähert man den

1) Die Brennweiten sind ungefähr $1^m,60$ bei den Gittern von $\frac{1}{25}$, $0^m,4$ bei denen von $\frac{1}{50}$ und $0^m,1$ bei denen von $\frac{1}{100}$.

Schirm dem Gitter bis zum Abstand f_2, so erhält man ein zweites Bild, kleiner, sehr wenig sichtbar mit den Gittern von $\frac{1}{25}$, in welchem das Verhältniſs der hellen zu den dunklen Theilen ziemlich gut von der Photographie bewahrt ist, aber oft wohl accentuirt bei den kleinen Gittern, wo die opaken Ringe oft die durchsichtigen übergreifen. Es giebt übrigens in dieser Beziehung sehr groſse Unterschiede bei den Abzügen.

Im Allgemeinen kann man leicht das dritte Bild erkennen, wenn man den Schirm in den Abstand f_3 versetzt, vor Allem wenn man ein negatives Gitter anwendet, denn dann hebt es sich von einem dunkleren Grunde ab.

Bei dazwischenliegenden Abständen hat man kein Bild, sondern nur einen hellen Fleck.

II. Man wiederholt den Versuch nach Fortnahme des rothen Glases, d. h. mit weiſsem Licht.

Das entfernte Bild des Lichtes, welches keine Diffraction erlitten hat, ist weiſs; es hebt sich von einem schwach erhellten Grunde ab, und ist umgeben von einer farbigen Aureole, die desto sichtbarer ist, ein je gröſseres Gitter man anwendet; dieses helle Feld und diese Aureole rühren vom gebeugten Lichte her, das anfangs convergirt, durch den ersten reellen Brennpunkt geht und nun divergirt; und da die verschiedenen Farbenstrahlen ungleich gebeugt werden, hat das Feld nicht gleiche Ausdehnung für alle Farben; es ist gröſser für die rothe. Da die Brennweite proportional dem Quadrat des Gitterradius variirt, so ist dieſs Feld viel gröſser und weniger erleuchtet, wenn man kleine Gitter anwendet.

Stellt man den Schirm angenähert in dem Abstand f_1 auf, so erkennt man, daſs das Gitter wie eine achromatische, sehr dispersive Linse wirkt. Bei der den rothen Strahlen zukommenden Brennweite ist das Bild roth, ziemlich scharf, umgeben von einer blauen Aureole; beim Fortrücken des Schirms geht das Bild ins Gelbe, Grüne und endlich ins Blaue über, umgeben von einer rothen Aureole.

Bei kleineren Abständen erhält man ebenso Bilder von höherer Ordnung.

III. Man nehme ein gewöhnliches astronomisches Fernrohr, entferne das Objectiv und ersetze es durch ein positives oder negatives Gitter; man schaue durch das Rohr nach einem sehr entfernten leuchtenden Gegenstand, z. B. einer Kerze oder Gasflamme. Man bekommt ein umgekehrtes Bild von der Flamme in einem wenig erhellten Felde; es ist ohne Zweifel weniger scharf als das mit einem gewöhnlichen Objective, aber man erkennt es vollkommen; es geht vom Roth ins Blau über, wenn man die Einstellung verändert. Verkürzt man das Rohr, so erhält man das zweite und dritte Bild.

Als Beispiel gebe ich die Resultate eines Versuches, gemacht mit einem Gitter von 14 Millimet. Durchmesser ($a = 0^{mm},5$).

Man stelle eine Moderateur-Lampe am Ende des Saales auf, in welchem man operirt; in einer Entfernung von 7,50 Meter befestige man das Gitter auf einem zweckmäfsigen Gestell, und dann bringe man auf der Verlängerung der von der Flamme zum Gitter gehenden Linie ein Ocular an, mit welchem man beobachtet. Stellt man es $0^{m},740$ hinter dem Gitter auf[1]), so gewahrt man ein helles Feld, ohne Bild und ohne merkliche Färbung. Nun nähere man das Gitter; man sieht zunächst einen blauen Fleck im Centrum sich bilden; dann erscheint ein verworrenes, blau gefärbtes Bild der Flamme, welches ziemlich scharf wird, aber umgeben von einer rothen Aureole, wenn das Gitter nicht mehr als $0^{m},505$ vom Ocular entfernt ist. Bei $0^{m},477$ ist das Bild grün, bei $0^{m},440$ wird es gelb mit einer violetten Aureole, darauf geht es ins Rothe über mit einer blauen Aureole, und bewahrt seine Schärfe bis $0^{m},405$. Darüber hinaus hat man nur einen mehr oder weniger sichtbaren rothen Fleck, welcher bei $0^{m},320$ verschwindet. Fährt man fort das Gitter zu

1) Dieser Abstand, wie alle folgenden, ist genommen von dem Brennpunkt des Oculars ab, welcher 5^{mm} vor der ersten Linse liegt.

nähern, so sieht man verwaschen einen braunrothen Fleck erscheinen, welcher das Ueberbleibsel des zweiten Bildes ist; zugleich beginnt man den verworrenen Schatten der Kreise des Gitters zu sehen. Bei $0^m,185$ hat man einen schwarzen Fleck mit blauem Centrum; darauf bildet sich das dritte Bild, es ist grünblau bei $0^m,165$, gelborange bei $0^m,145$, geht ins Rothe und bewahrt seine Schärfe bis $0^m,135$. Das Centrum wird abermals dunkel, allein bei $0^m,090$ sieht man ein neues Bild erscheinen, welches das fünfte ist.

Um sich zu versichern, daſs es nicht bloſs der centrale Theil des Gitters ist, welcher die Erscheinungen erzeugt, bedecke man das Centrum und die kleineren Ringe mit einer kleinen Metallscheibe von 9^{mm} Durchmesser, befestigt mit Wachs. Bei $7^m,50$ Entfernung der Lampe vom Gitter beobachtet man ein gelbes Bild, wenn man das Ocular in $0^m,449$ stellt, ein rothes bei $0^m,415$. Nähert man noch mehr das Ocular, so bildet sich im Innern des rothen Flecks ein schwarzer Kreis, welcher sich vergröſsert; das Schwarz erscheint immer dunkler und dunkler bis ein neues Bild zum Vorschein kommt.

Umgekehrt, bedeckt man die äuſseren Ringe durch Diaphragmen, so fährt das Phänomen fort sich zu erzeugen, allein die Farben sind desto weniger lebhaft als die Zahl der Ringe kleiner ist. Ist die Oeffnung des Diaphragma so klein, daſs nur die drei Ringe in der Mitte und die Hälfte des vierten unbedeckt bleiben, so erhält man ein unbestimmtes Bild, wenn man das Ocular in $0^m,580$ stellt; bei $0^m,445$ ist das Bild ziemlich scharf und erhält sich mit geringerer Schärfe bis $0^m,360$. Farbenunterschiede sind kaum merkbar.

Ich führe diese Zahlen nur an, um den allgemeinen Gang der Phänomene anzudeuten. Weiterhin werde ich genauere Messungen an Lichtquellen von bestimmter Wellenlänge beibringen.

Wir sahen so eben, daſs man ein Fernrohr mit einem Gitter als Objectiv darstellen kann; umgekehrt kann man ihm sein gewöhnliches Glas-Objectiv lassen, aber sein

Ocular ersetzen durch ein kleines Kreisgitter von $\frac{1}{100}$. Das umgekehrte Bild ist sehr scharf, kaum gefärbt, und hebt sich ab von dem leuchtenden Feld.

Man kann auch ein Fernrohr darstellen, indem man zugleich Objectiv und Ocular durch Gitter ersetzt. Allein die Beobachtung ist schwierig und das Bild ohne Schärfe. Das Auge hat immer eine Tendenz die Flamme direct zu sehen, wie durch einfache Glasplatten, und aufserdem wird es gestört durch die virtuellen Bilder des Gitter-Objectives, welches als concave Linse wirkt.

IV. Man kann auch ein Galilei'sches Fernrohr bilden aus einem gewöhnlichen Objectiv und einem Kreisgitter, was zeigt, dafs letzteres auch die Rolle einer divergirenden Linse spielt. Es genügt ein kleines Gitter in einem gehörigen Abstande vom Objectiv, einem kleineren als die Brennweite des letzteren, aufzustellen, um das directe Bild mit vieler Deutlichkeit und immer auf einem hellen Felde erscheinen zu sehen.

V. Ein kleines Gitter für sich wirkt wie eine Lupe für einen stark erleuchteten Gegenstand, z. B. wenn man, in kleinerer Entfernung als das deutliche Sehen, durch eine Photographie auf Glas hindurchsieht. Es versteht sich von selbst, dafs Hell und Dunkel weniger ausgeprägt sind wie bei einer gewöhnlichen Lupe.

Wenn man bei diesen letzten Versuchen kleine Gitter als convergirende oder divergirende Oculare oder auch als Lupe anwendet, so ist es vortheilhaft negative Photographien mit opakem Kreis in der Mitte zu gebrauchen, da man bei einem positiven Gitter glauben könnte, es wäre blofs der durchsichtige Kreis in der Mitte, dem man das Phänomen zuschreiben müfste. Ein einfaches Loch in einer Karte, vor das Auge gehalten, spielt nämlich, wie bekannt, die Rolle einer Lupe. Weniger allgemein bekannt ist vielleicht, dafs es auch die Rolle einer divergirenden Linse spielt und dafs man es als Ocular eines Galilei'schen Fernrohrs anwenden kann. Allein unter diesen Umständen hat das Bild keine grofse Schärfe; es

hat Aehnlichkeit mit den Bildern, die sich durch ein Loch im Fensterladen auf dem Grund der *Camera obscura* bilden, es giebt keinen genauen Abstand, bei welchem das Bild scharf wird oder nicht mehr entsteht. — Wendet man ein positives Gitter als convergirendes oder divergirendes Ocular an, so läuft man Gefahr, die beiden Effecte zu verwechseln, die von zwei verschiedenen Ursachen herrühren; ich sage sogar, dafs man sie alle beide gleichzeitiger erhält, und man bei einiger Uebung dahin gelangt, sie zu unterscheiden. Bei Anwendung negativer Gitter ist dieselbe Confusion nicht zu befürchten.

Wichtig ist auch den Unterschied festzustellen zwischen dem Effecte der Kreisgitter und den Diffractionsphänomenen, welche sowohl mit einer kleinen opaken Scheibe als mit einer kleinen kreisrunden Oeffnung entstehen und von Fresnel, Hrn. Abria und anderen Physikern studirt worden sind.

Bei einer kleinen, durch einen Lichtpunkt erleuchteten Scheibe hat man im Centrum des Schattens einen sehr kleinen hellen Kreis und zwar für jeglichen Abstand des Schirms, sobald er nur nicht zu klein oder zu grofs ist. Nähme man statt des Lichtpunkts einen leuchtenden Gegenstand, so würde es möglich seyn, dafs man unter gewissen Bedingungen eine Art von Bild erhielte, aber dieses Bild würde bei weifsem Lichte weifs seyn und mit mehr oder weniger Schärfe bei jedem Abstand erscheinen, alles ganz andere Umstände als man mit den Kreisgittern beobachtet.

Anlangend eine kleine kreisrunde Oeffnung, so weifs man, dafs man, je nach dem Abstand, auf dem Schirm einen hellen Fleck mit bald hellem, bald dunklem Centrum beobachtet, und dafs, wenn man mit homogenem Lichte arbeitet, der Uebergang von den Maximis zu den Minimis der Intensität durch unmerkliche Grade geschieht. Bei weifsem Lichte geschehen diese Abwechslungen durch Farbenveränderungen des Centrums. Es herrscht also einige Analogie mit den Erscheinungen bei Kreisgittern, und sogar, in dem von uns bis jetzt besprochenen speciel-

len Fall von positiven Gittern, eine Coïncidenz zwischen den Intensitätsmaximis, welche die Diffraction durchhin den kleinen transparenten centralen Fleck erzeugen würde, und den Lagen des ersten Brennpunkts des Gitters und den übrigen ungeraden Wellen-Brennpunkten, während die Minima mit den Bildern, die in den Brennpunkten gerader Ordnung entständen, zusammenfallen und sie vernichten. Allein dieſs ist eine particuläre Coïncidenz. Was in einem Gitter die Lage der Brennpunkte bedingt, das ist der Abstand eines durchsichtigen Ringes von dem andern, so daſs, wenn zwischen den Kreisen eine andere als die angezeigte Breitenrelation existirte, keine Coïncidenz der Brennpunkte des Gitters mit den von dem transparenten centralen Kreis erzeugten Maximis und Minimis stattfinden würde. — Kurz die Diffractions-Effecte kleiner kreisrunder Oeffnungen verhalten sich zu den Phänomenen der Kreisgitter wie die Spectra erster Klasse der Spalten zu den Spectres zweiter Klasse geradliniger Gitter.

Ich füge noch hinzu, daſs die reellen oder virtuellen Bilder, welche die Kreisgitter erzeugen, sich ohne groſse Schwierigkeit mit bloſsem Auge wahrnehmen lassen, wenn man eine Flamme durch ein in zweckmäſsiger Entfernung aufgestelltes Gitter betrachtet.

Durch Reflexion erhält man, wie leicht begreiflich, ganz analoge Resultate; nur ist die Beobachtung etwas schwieriger und es ist zweckmäſsig für den Versuch, photographische Abzüge anzuwenden, die nicht mit einer zweiten Glasplatte geschützt sind.

Ich habe auch Gitter studirt, die auf andere Weise gemacht waren und von den beschriebenen durch die relative Breite der durchsichtigen und opaken Ringe abweichen.

Sie sind auf einer mit Kienruſs bekleideten Glasplatte gezogen; jeder durchsichtige Ring ist durch einen mit einem Stift gemachten Kreisstrich gemacht; sie alle haben gleiche Breite, aber ungleichen Abstand nach folgendem Gesetz. Das Centrum ist opak, der erste durchsichtige Ring hat

einen Radius von $a\sqrt{\frac{3}{2}}$, der zweite von $a\sqrt{\frac{7}{2}}$, der vierte von $a\sqrt{\frac{11}{2}}$, der fünfte von $\sqrt{\frac{15}{2}}$ usw. In einem sehr gut gelungenen Gitter dieser Art, gebildet aus 100 concentrischen durchsichtigen Kreisstrichen, hat jeder eine Breite von ungefähr $\frac{1}{70}$ Millim. Die mikroskopische Untersuchung ergab eine grofse Regelmäfsigkeit in ihrer Anordnung. Der Werth von a ist $0^{mm},42426$, der hundertste durchsichtige Kreis hat den Durchmesser $5^{mm},9925$. Ein zweites, weniger gelungenes Gitter, in denselben Dimensionen, deren durchsichtigen Striche jedoch breiter sind und in dem Randtheile zusammenfliefsen, giebt defsungeachtet auch gute Resultate.

Leicht ersichtlich ist, dafs diese Gitter zu ganz analogen Resultaten wie die vorhergehenden führen müssen, da die durchsichtigen Striche der Kienrufs-Gitter, durch ihre Lage, der Mitte der durchsichtigen Ringe eines negativen photographirten Gitters entsprechen.

Der Versuch zeigt, dafs man schärfere und lebhafter gefärbte Bilder erhält, was zum Theil von der gröfseren Vollkommenheit des Gitters herrührt, zum Theil auch davon, dafs die Lichtmenge, welche ohne Beugung durchgeht, bedeutend geringer ist, weil die opaken Ringe, besonders nahe am Centrum, viel breiter sind als die durchsichtigen Ringe.

Bringt man eins dieser Gitter an den gewöhnlichen Ort des Prisma eines Spectroskops, und stellt das Fernrohr, dessen Object man fortgenommen hat, in die Verlängerung, welches den Schlitz und die Collimator-Linse trägt, so unterscheidet man sehr gut das Bild des Schlitzes, dessen Farbe nach der Einstellung variirt und desto lebhafter ist als der Schlitz enger ist. Wendet man als Lichtquelle eine Sodaflamme an, so hebt sich das Bild mit absoluter Schärfe von einem schwach erhellten Felde ab. Die Versuche mit Projection gelingen ebenfalls gut.

Diese Gitter haben die Eigenschaft, die Bilder höherer Ordnung mit vieler Schärfe zu geben; man unterscheidet sie bis zur fünften oder sechsten, sowohl bei

weifsem als bei monochromatischem Lichte. Die Bilder von gerader Ordnung werden nicht mehr oder weniger vollständig vernichtet wie bei den Gittern, in welchen die durchsichtigen und opaken Ringe gleiche Oberfläche haben [1]).

Ich schliefse mit Beibringung einiger Bestimmungen, die ich machte, um die experimentell erhaltene Brennweite der Gitter mit der theoretisch berechneten zu vergleichen.

Zu diesen Vergleichen wandte ich eine monochromatische Lichtquelle an, eine Sodaflamme oder einen Verein einer kleinen Anzahl von Strahlengattungen, wie eine Geifsler'sche Wasserstoffröhre.

Ich operirte nach zwei Methoden, bei der ersten stellte ich die Lichtquelle in grofser Entfernung von dem Gitter auf, welches als Ocular diente, in einem astronomischen Fernrohr, das im Brennpunkt des Oculars mit einem Fadenkreuz versehen war. Man zog das Fernrohr so weit aus, dafs das Bild des leuchtenden Gegenstandes das Maximum von Schärfe erreichte; dann maafs man den Abstand des Fadenkreuzes vom Gitter. Diese Messung erforderte eine Berichtigung, um die Brennweite des Gitters zu geben; denn die Entfernung der Lichtquelle war nicht unendlich. Diese Berichtigung geschah mittelst der bei Linsen gewöhnlichen Formel $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$.

Ich operirte mit dem besten meiner Gitter auf berufstem Glase und mit einem photographirten Gitter, welches nicht mit einer zweiten Glasplatte bedeckt war. Bei Anwendung des ersteren war das Bild einer Flamme von

1) Ich hatte die Absicht auch geradlinige Gitter machen zu lassen, deren Striche nach einem analogen Gesetze auseinander ständen und die Diffractionswirkungen cylindrischer Linsen hervorbrächten. Diefs war sogar meine erste Idee, bevor ich an Kreisgitter dachte. Allein in Folge der Mittheilung, die ich am 22. Febr. 1875 der Pariser Akademie machte, hat Hr. Cornu seine interessanten Studien über die Focal-Eigenschaften der Gitter, besonders der geradlinigen, mit passend abständigen Strichen bekannt gemacht, weshalb ich aufgab, mich mit diesem letzteren Fall zu befassen.

gesalzenem Alkohol vollkommen scharf. Mit der Wasserstoffröhre von der in der Spectroskopie üblichen Form unterschied man, bei einem bestimmten Auszug des Fernrohrs, einen kleinen rothen, vollkommen scharfen Strich; bei Verlängerung des Fernrohrs einen kleinen blauen, aber ebenfalls sehr scharfen Strich; allein die Einstellung war weniger leicht als bei den rothen Strahlen.

Die Resultate sind in folgender Tafel zusammengestellt; darin ist die Lichtquelle bezeichnet durch *D* für gesalzenen Alkohol ($\lambda = 0{,}0005892$) und durch *C* und *F* für das rothe ($\lambda = 0{,}0006562$) und blaue ($\lambda = 0{,}000486$) Licht der Wasserstoffröhre.

Das Gitter auf berufstem Glase mit gleichen und etwa $\frac{1}{70}$ breiten durchsichtigen Strichen, in welchem $a = 0^{mm},42426$, ist mit No. 1 bezeichnet. Das photographirte Gitter mit transparenten und opaken Ringen von gleicher Fläche ist mit No. 3 bezeichnet; dieſs ist ein negatives von $12^{mm},25$ Durchmesser, in welchem $a = 0^{mm},4375$.

p ist der Abstand der Lichtquelle vom Gitter,

p' die direct beobachtete Brennweite (Mittel mehrer Beobachtungen),

f_1 die Hauptbrennweite, hergeleitet aus der Beobachtung mittelst der Formel $f_1 = \frac{p\,p_1}{p + p_1}$ oder berechnet nach der Formel $f_1 = \frac{a^2}{\lambda}$.

Quelle	Gitter	p	p'	f_1 gefund.	f_1 berechn.	Diff.
		m	mm	mm	mm	mm
C	1	9,7	282,6	274,6	274,3	0,3
D	1	9,7	316,7	306,7	305,6	1,4
F	1	9,7	385,0	370,3	370,3	0,0
D	3	10,0	332,6	321,9	325,0	− 3,1
D	2	8,0	341,7	327,7	325,0	+ 2,7.

Bei der zweiten Methode stellt man die Lichtquelle vor den Schlitz eines Spectroskops; dieser Schlitz mufs so genau in die Brennweite der Collimatorlinse gebracht seyn, dafs die Strahlen parallel sind. Das Gitter stellt

man hinter der Collimatorlinse auf und beobachtet mit dem Fernrohr des Spectroskops, dessen gewöhnliches Objectiv fortgenommen ist. Man macht die Einstellung und mifst den Abstand des Gitters vom Brennpunkt des Oculars. Diese Messung giebt direct die Brennweite f_1 des Gitters.

Die Resultate dieser Beobachtungen sind in der folgenden Tafel zusammengestellt, worin die Bezeichnungen dieselben sind wie vorhin. Das Gitter No. 2 ist das zweite auf berufstem Glase, weniger vollkommen als No. 1, hat denselben Werth von a, und seine durchsichtigen Ringe sind etwas breiter.

		f_1		
Quelle	Gitter	beob.	berechn.	Diff.
		mm	mm	mm
C	1	276,5	274,3	2,2
D (breiter Schlitz)	1	307,75	305,6	2,15
D (schmaler do.)	1	307,3	305,6	1,7
F	1	366,5	370,3	— 3,8
C	2	273,7	274,3	— 0,6
D	2	303,1	305,6	— 2,5
F	2	376,0	370,3	+ 5,7
C	3	297,5	291,7	5,8
D	3	317,4	325,0	— 7,6.

Aus diesen beiden Tafeln ersieht man, dafs die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Resultaten sehr befriedigend ist für die Gitter auf berufstem Glase bei der Sodaflamme und dem rothen Licht des Wasserstoffs; bei dem blauen Licht des Wasserstoffs ist die Genauigkeit weniger grofs. Bei dem photographirten Gitter, welches weniger scharfe Bilder giebt, ist die Divergenz zuweilen ziemlich beträchtlich.

V. *Ueber die Diffraction, namentlich über Brennpunktseigenschaften der Gitter; von Hrn. A. Cornu.*

(*Compt. rend.* 1875, *T. LXXX, p.* 645.)

Veranlafst durch die sehr interessante Mittheilung des Hrn. Soret bitte ich die Akademie um Erlaubnifs, einige analoge aber allgemeinere Untersuchungen vorzutragen, welche das, was sie mit denen des gelehrten Genfer Professors gemein haben, bestätigen.

Den Ausgangspunkt meiner Studien bildete die Erforschung der Ursache einer eigenthümlichen Erscheinung, welche die zur Messung der Wellenlängen dienenden Gitter oft darbieten. Wie bekannt giebt ein Bündel paralleler Strahlen, welches winkelrecht auf ein Gitter fällt, aufser dem verlängerten Bündel, eine Reihe von Bündeln abgelenkt nach Winkeln, deren Sinus wie die Multipla der Wellenlängen des Lichtes variiren. Diese im Brennpunkt eines Fernrohrs beobachteten Bündel geben die Spectra verschiedener Ordnungen und selbst die Linien, wenn die Gitter vollkommen genug sind.

Die Theorie weist nach, dafs die so gebeugten Bündel aus parallelen Strahlen bestehen müssen. Nun aber geschieht es, dafs anscheinend sehr regelmäfsige Gitter, welche die Linien mit vollkommner Schärfe geben, die von Hrn. Mascart beobachtete und beschriebene Sonderbarkeit zeigen, dafs die Spectra verschiedener Ordnungen, welche nach einer Seite des centralen Bündels abgelenkt sind, aus convergirenden Bündeln bestehen, während die auf der anderen Seite aus divergirenden Bündeln gebildet sind. Da ich eine lange Arbeit über das ultraviolette Spectrum unternehmen wollte, beschäftigte ich mich zuvor mit dieser Fehlerquelle, in der Besorgnifs, sie möchte ein Grund seyn, die Gitter bei der Messung der Wellenlängen zu verwerfen, was aber glücklicherweise nicht nöthig ist.

Nachdem ich die Ursache dieser Erscheinung umsonst in einer Unvollkommenheit der Striche der Gitter gesucht hatte, wurde ich durch eine zufällige Beobachtung auf die wahre Erklärung geführt. Eine Photographie von Farbenringen, die bei meinem optischen Studium der Elasticität erhalten worden, war zufällig neben der *Porte-Lumière* der *Camera obscura* liegen geblieben; die Reflexion des Lichts von aufsen liefs mich hyperbolische Ringe von eigenthümlichen Irisirungen wahrnehmen, deren Maximum von Schärfe aufserhalb der Ebene der gefurchten Fläche zu liegen schien. Ich schlofs sogleich auf Bildung eines reellen Brennpunkts durch Diffraction mit Farbenzerstreuung.

Ich wurde veranlafst mir folgendes Problem zu stellen und zu lösen:

Nach welchem Gesetze müssen die Striche eines Gitters vertheilt seyn, damit die cylindrischen Wellen, welche von einer den Strichen parallelen Lichtlinie ausgehen und von jeder derselben gebeugt werden, nach einer selben, den Strichen des Gitters ebenfalls parallelen Geraden im Einklang sind?

Betrachten wir, um die Aufgabe auf die ebene Geometrie zurückzuführen, eine auf den Strichen des Gitters und den Lichtlinien winkelrechte Ebene, und setzen zur Vereinfachung der Beweisführung, dafs die Quelle F' und der Brennpunct F auf einem selben Perpendikel FOF' der Ebene des Gitters liegen. Nennen wir x_0, $x_1 \ldots$ x_2, x_{n+1} den Abstand jedes der Striche T_0, $T_1 \ldots T_{n+1}$ vom Fufspunkt O des Perpendikels FOF'. Sey δ_n der Winkel OFT_n und δ'_n der Winkel $OF'T_n$. Die Bedingung des Einklangs am Punkt F besteht darin, dafs die Wege $F'T_nF$ und $F'T_{n+1}F$ um eine ganze, positive oder negative, Zahl k von Wellenlängen verschieden seyen. Dieser Unterschied umfafst zwei Glieder von derselben Form

$$(x_{n+1} - x_n) \sin \delta_n = \varepsilon, \quad (x_{n+1} - x_n) \sin \delta'_n = \varepsilon'$$

$$\text{mit } \varepsilon + \varepsilon' = k\lambda,$$

wenn die Punkte F und F' diefs- und jenseits des Gitters liegen.

Anderseits ist die trigonometrische Tangente von δ_n gleich dem Quotienten von $\frac{1}{2}(x_{n+1} + x_n)$ durch OF oder D; eben so für δ'_n

$$(x_{n+1} + x_n) = 2D \operatorname{tang} \delta_n, \quad (x_{n+1} + x_n) = 2D' \operatorname{tang} \delta'_n.$$

Wenn die Ablenkungen δ_n, δ'_n so klein sind, dafs man den Unterschied ihrer Cosinus mit der Einheit vernachlässigen kann, so hat man, nach Elimination der δ,

$$(x^2_{n+1} - x^2_n)\left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D'}\right) = 2k\lambda.$$

Die gesuchte Bedingung ist also, dafs der Unterschied der Quadrate der Abstände der Striche von der Geraden FF' ein constanter sey.

Diefs Gesetz der Vertheilung der aufeinander folgenden Striche ist genau dasselbe wie das der aufeinander folgenden Durchmesser oder Radien x_{n+1}, x_n der Farbenringe, welche durch eine Fläche vom Radius R auf einer Ebene (oder durch zwei zweckmäfsig gewählte Flächen) mittelst monochromatischen Lichtes von irgend einer Wellenlänge λ' gebildet werden.

$$x^2_{n+1} - x^2_n = R\lambda'.$$

Diese Coïncidenz des Gesetzes der Vertheilung der Striche und der Ringe erklärt das Phänomen, welches ich an einer Photographie beobachtet habe.

Die Identification der beiden Gleichungen führt zu der Formel:

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{D'} = \frac{2}{R} k \frac{\lambda}{\lambda'},$$

identisch mit

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

der klassischen Formel der Linsen.

Diese Demonstration gilt offenbar auch für den Fall einer sphärischen Welle und kreisrunder Striche, so wie für den Fall, dafs die die Lichtquelle mit dem Brenn-

punkt verbindende Linie etwas geneigt wäre gegen die Ebene des Gitters. Daraus ergiebt sich folgendes:

Ein ebenes Gitter, dessen geradlinige oder kreisrunde Striche vertheilt sind nach dem Gesetz der Durchmesser der Farbenringe, welche unter lothrechter Incidenz zwischen einer ebenen Fläche und einer cylindrischen oder sphärischen vom Radius R gebildet werden, besitzt die Eigenschaften einer cylindrischen oder sphärischen Linse, welche eine Reihe reeller oder virtueller Hauptbrennpunkte in gerader Linie mit dem Centrum der Ringe hätte; ihre Abstände vom Gitter sind Submultipla der ganzen positiven oder negativen Zahlen, die den Ordnungen der Diffractionsspectren entsprechen. Die Hauptbrennweite erster Ordnung, die gröfste von allen, ist für einfaches Licht von der Wellenlänge λ', welches die Farbenringe erzeugt hat, gleich der Hälfte des Radius R. Für ein Licht von anderer Wellenlänge λ ist sie ein Multiplum von dem Verhältnifs λ' zu λ.

Dieſs Resultat umfaſst als besondere Fälle alle die von Hrn. Soret studirten; ich werde also nicht bei den Eigenschaften dieser optischen Systeme und deren Anwendungen verweilen, sondern mich damit begnügen, die Folgerungen in Betreff der Anwendungen eigentlicher Gitter, wie man sie zur Messung von Wellenlängen benutzt, anzugeben.

Als Corollar dieses Theorems wird man bemerken, daſs diese Eigenschaften bestehen bleiben für ein unvollständiges Stück des oben definirten Strichsystems. Dieſs ist genau der Fall bei den in der Optik üblichen Gittern. Ungeachtet aller Sorgfalt, welche man auf ihre Construction verwendet, geschieht es fast immer, daſs die Striche, statt gleich abständig zu seyn, auf einer gröſseren oder geringeren Strecke des Gitters systematisch regelmäſsige Fehler zeigen. Ich spreche hier nicht von den periodischen Veränderungen, welche die gewöhnlicheren Mängel der unvollkommenen Gitter ausmachen; sie rühren gemeiniglich von einem Fehler der zu ihrer Theilung benutzten Schraube her und bewirken, daſs man die Linien nicht in Schärfe sieht. Vielmehr meine, die systematischen Fehler, welche

eine Veränderung des Brennpunkts herbeiführen, ohne die Schärfe der Bilder zu stören. Jede fortschreitende und anhaltende Veränderung in dem Gesetz des Abstandes der Striche kann unter einer der beiden Formen

$$y_n = a + bn + cn^2 = \ldots$$
$$n = \alpha + \beta y_n + \gamma y_n^2 + \ldots$$

geschrieben werden, welche aequivalent sind, wenn die Coëfficienten c und γ sehr klein, d. h. die Striche fast gleich abständig sind. Klar ist, dafs die zweite identificirt werden kann mit der vorhin ausgedrückten analytischen Bedingung. Dieselben Schlüsse gelten also für diesen Fall, und man findet:

1) *dafs die Spectra verschiedener Ordnung Brennweiten haben, die Submultipla der ganzen Zahlen* 1, 2, 3 ... k *sind*;
2) *dafs diese Brennpunkte in gerader Linie mit dem idealen Centrum des Gitters liegen*;
3) *dafs diese Brennpunkte reell sind für die positiven Werthe von* k, *d. h. für die nach der einen Seite des centralen Bündels gebeugten Spectra, und virtuell für die negativen Werthe* d. h. *für die nach der anderen Seite abgelenkten Spectra.*

Ungeachtet der Einfachheit dieser Beweisführung habe ich es doch für gut gehalten, numerische Verificationen zu machen. Zu dem Ende begann ich damit, mir Photographien von Farbenringen zu verschaffen, die zwischen einer ebenen Fläche und einer durch Gewichte schwach gewölbten Quarzplatte gebildet waren. Die anfangs elliptischen Ringe werden geradlinig, ehe sie in die hyperbolische Form übergehen. Man erhält somit geradlinige Fransen, geordnet nach dem Gesetz der Ringe. Zwei kleine Photographien auf Glas gaben das Phänomen in seiner ganzen Nettigkeit. Das Product $R\lambda' = 0^{mmq},49$ wurde durch mikrometrische Messung von zehn centralen Fransen bestimmt, und die Hauptbrennweite, berechnet nach der Formel $2fk\lambda = R\lambda'$, gab für Sodalicht ($\lambda' = 0^{mm},000588$), $f = 416$ Millim. Die directe Beobachtung gab 400 Millim.

Ich construirte folgweise drei Gitter und berechnete die Lage jedes Strichs, den ich auf eine mit Kienruſs oder Firniſs überzogenen Tafel mittelst einer Theilmaschine zog. Zu dem Ende reducirte ich in Tafeln die Formel

$$y_n = 100\sqrt{1+\frac{n}{1000}},$$

welche für $2f\lambda$ den Werth 10 giebt, woraus $f = 8^{mm},503$, wenn man für λ die Wellenlänge des Sodalichtes nimmt.

Die Messung der Brennweiten der Spectren verschiedener Ordnungen, erhalten mit diesen drei Gittern, deren Strich-Abstände Multipla oder Submultipla von den Zahlen der Tafel sind, ergab folgendes. Die Brennweiten wurden hergeleitet aus den Veränderungen des Auszugs eines guten Fernrohrs, das zur Beobachtung der Spectren diente. Die Beobachtungen gehen bis Mai 1871 zurück.

		Spectra links		Spectra rechts	
		1. Ordn.	2 Ordn.	1. Ordn.	2. Ordn.
			m		
No. 1 (100 Strich)	Beobachtet		8,27	7,73	
	Berechnet		8,50	9,50	
No. 2 (200 Strich)	Beobachtet		3,88		
	Berechnet		4,25		
No. 3 (100 Strich)	Beobachtet	7,75	16,62	15,78	7,96
	Berechnet	8,50	17,00	17,00	8,50

Ich hätte gern gewartet, um genauere Beobachtungen zu erhalten und verschiedene Anwendungen dieses Phänomens nachzuweisen; allein ich ziehe vor, diese Resultate, trotz ihrer Unvollkommenheit, zu geben, um mir das Recht zur Fortsetzung dieser Untersuchungen zu wahren.

VI. *Optische Notizen;* *von Hrn. Dr. Wolcott Gibbs.*

(Aus den *Proceedings of the American Academy etc. Vol. X* vom Hrn. Verf. übersandt.)

I. Ueber eine neue optische Constante

Wenn eine Glasplatte mit ebenen und parallelen Flächen in solcher Weise in das Feld des Spectroskops gebracht wird, dafs die eine Hälfte des auf die Vorderfläche des Prismas einfallenden Strahlenbündels durch die Glasplatte geht, so sieht man in dem Spectrum eine Reihe von Interferenzstreifen, die nach ihrem Entdecker Talbot'sche Streifen genannt werden. Wenn der mittlere Brechungsindex der Glasplatte kleiner ist als der mittlere Index des Prismas, so mufs die Platte so gestellt werden, dafs sie die auf das Prisma nächst seiner brechenden Kante einfallenden Strahlen auffängt; im umgekehrten Fall mufs sie die zunächst der Basis des Prismas einfallenden Strahlen auffangen. Doppelt brechende Platten erzeugen zwei Reihen von Streifen, entsprechend respective den ordentlichen und den aufserordentlichen Strahlen. In irgend einer isotropischen Substanz kann die Anzahl der Streifen zwischen irgend zwei Linien des Spectrums, deren Indices n_2 und n_1 sind, gefunden werden durch den Ausdruck

$$\tau = \vartheta \left\{ (n_2 - 1)\frac{1}{\lambda_2} - (n_1 - 1)\frac{1}{\lambda_1} \right\},$$

worin ϑ die Dicke der Platte, und λ_2 und λ_1 die den Strahlen n_2 und n_1 entsprechenden Wellenlängen in Luft bedeuten.

Die von mir gegebene Formel ist Allen bekannt, welche sich mit der schönen und fruchtbaren Interferenztheorie beschäftigt haben. Sie bildet den Ausgangspunkt meiner Untersuchung.

Nehmen wir ϑ als Einheit, so giebt die Formel

$$\tau = (n_2 - 1)\frac{1}{\lambda_2} - (n_1 - 1)\frac{1}{\lambda^1}$$

die Anzahl der dunklen Streifen für eine Platte von der Dicken-Einheit, welche, wenn λ_2 und λ_1 in Bruchtheilen eines Millimeters ausgedrückt sind, gleich einem Millimeter seyn wird. Dividiren wir den gegebenen Ausdruck durch die Dichte d der Substanz der Platte, so haben wir:

$$J = \frac{r}{d} = \frac{1}{d}\left\{(n_2 = 1)\frac{1}{\lambda_2} - (n_1 - 1)\frac{1}{\lambda_1}\right\}.$$

Die so definirte Gröfse J nenne ich „Interferenzconstante". Sie ist der Ausdruck für die Anzahl der Streifen in dem Spectrum zwischen zwei Strahlen, deren Brechungsindices für die gegebene Platte n_2 und n_1 sind, bei einer Dicke der Platte gleich der Einheit. Durch Discussion einer Anzahl von Beobachtungen werde ich mich bemühen zu zeigen, dafs die Gröfse J für jede Substanz eine charakteristische optische Function ist, welche für alle Fälle, welche der Zustand der Wissenschaft uns zu discutiren erlaubt, unabhängig ist von der Temperatur, und daher als eine neue physikalische Constante betrachtet werden kann.

Um den Charakter und den Werth der neuen Constante zu prüfen, habe ich die ausgedehnte Reihe von Beobachtungen gewählt, welche Wüllner[1]) bei seiner Untersuchung der Function $\frac{n-1}{d}$ angestellt hat, einer Function, welche Landolt, sowie Dale und Gladstone bei ihren umfangreichen Untersuchungen als constant für denselben Strahl und dieselbe Substanz angenommen haben. Wüllner bestimmte mit grofser Genauigkeit die Brechungsindices einer Reihe von Flüssigkeiten für die Linien C, F und G bei verschiedenen Temperaturen, zusammen mit den entsprechenden Dichtigkeiten. Er fand, dafs die drei Indices und die entsprechenden Dichtigkeiten, für sehr bedeutende Temperaturstrecken, sehr nahe ausgedrückt werden können durch lineare Functionen von der Form

1) Pogg. Ann. Bd. 133, S. 1.

$n = n_0 - kt$ und $d = d_0 - bt$. Wüllner's allgemeine Resultate sind in Taf. 1 gegeben, in denen repräsentiren: N_α und N_γ respective die Brechungsindices für die Strahlen C und G bei 0° C., und d und T die entsprechenden Dichtigkeiten und Temperaturen.

Mit den hier angegebenen Datis berechnete Wüllner für jede Flüssigkeit den Werth der Function $\frac{A-1}{D}$, worin A das Glied der Cauchy'schen Formel

$$n = A + \frac{B}{\lambda_2} + \frac{C}{\lambda_4},$$

welche von der Wellenlänge unabhängig ist, und D die Dichtigkeit bezeichnet. Das allgemeine Resultat seiner Untersuchung ist: daſs die Function $\frac{A-1}{D}$ oder $\frac{n-1}{d}$ nicht als vollkommen constant betrachtet werden kann, es mögen die Dichtigkeiten durch Erhitzung oder Abkühlung, oder durch Vermischung einer Flüssigkeit mit einer anderen verändert werden.

Tafel I.

	$N_\alpha - kT$	$N_\gamma - k'T$	$d - bT$
Wasser	1,333138 — 0,000099 T	1,342290 — 0,000099 T	— — —
Alkohol	1,368431 — 0,000389 T	1,378158 — 0,000395 T	0,81328 — 0.000850 T
Glycerin a	1,453177 — 0,000265 T	1,465064 — 0,000267 T	1,23454 — 0,000630 T
„ 3,7 Wasser 1 . . .	1,426172 — 0,000231 T	1,437604 — 0,000233 T	1,18598 — 0,000557 T
„ 1 „ 1 . . .	1,389760 — 0,000185 T	1,400239 — 0,000187 T	1,11500 — 0,000444 T
„ 0,5 „ 1 . . .	1,369609 — 0,000154 T	1,379567 — 0,000156 T	1,07549 — 0,000365 T
Glycerin b	1,463651 — 0,000270 T	1,475732 — 0,000272 T	1,25073 — 0,000635 T
„ 4 Alkohol 1 . . .	1,442453 — 0,000292 T	1,454235 — 0,000296 T	1,14155 — 0,000660 T
„ 2 „ 1 . . .	1,428029 — 0,000305 T	1,439160 — 0,000310 T	1,07420 — 0,000725 T
„ 0,998 Alkohol 1 . .	1,411538 — 0,000330 T	1,422213 — 0,000336 T	0,99748 — 0,000750 T
„ 0,4997 „ 1 . .	1,393365 — 0,000356 T	1,408848 — 0,000363 T	0,93710 — 0,000805 T
Conc. Lösung von $ZnCl_2$ . .	1,509257 — 0,000288 T	1,528169 — 0,000291 T	1,96816 — 0,001153 T
do. 3,997 Wasser 1 .	1,460379 — 0,000266 T	1,476405 — 0,000268 T	1,68519 — 0,000992 T
do. 1,9996 „ 1 .	1,433093 — 0,000258 T	1,447567 — 0,000261 T	1,52457 — 0,000882 T
do. 0,9998 „ 1 .	1,404593 — 0,000250 T	1,417494 — 0,000252 T	1,36623 — 0,000793 T
Schwefelkohlenstoff	1,634066 — 0,000780 T	1,692149 — 0,000850 T	1,29366 — 0,001506 T
do. 3,955 Alkohol 1	1,551274 — 0,000678 T	1,594015 — 0,000750 T	1,14913 — 0,001373 T
do. 2,12836 „ 1	1,512477 — 0,000626 T	1,547691 — 0,000680 T	1,08033 — 0,001294 T
do. 1,03111 „ 1	1,465695 — 0,000560 T	1,492206 — 0,000590 T	0,99533 — 0,001178 T

Mit den Daten der Taf. I habe ich die Werthe der Interferenz-Constante J jeder Flüssigkeit für wenigstens drei Temperaturen berechnet. Fünf Bestimmungen sind für Wasser und vier für Schwefelkohlenstoff gegeben. Da die Dichtigkeit des Wassers selbst für eine eingeschränkte Temperaturstrecke nicht durch eine lineare Function ausgedrückt werden kann, so habe ich sie aus den von Pierre gegebenen Voluminis berechnet. Meine allgemeinen Resultate sind in Taf. II gegeben.

Tafel II.

N_α	N_γ	T	d	J	τ
		Wasser.			
1,333138	1,342290	0°	1,00000	287,1	287,0
1,332148	1,341300	10	0,99988	286,3	286,3
1,331158	1,340310	20	0,99839	285,9	285,5
1,330168	1,339320	30	0,99588	285,8	284,7
1,329178	1,338330	40	0,99250	285,8	282,9
				Mittel 286,2	
				$\tau = 287{,}0 - 0{,}0775\ T$	
		Schwefelkohlenstoff.			
1,634066	1,692149	0°	1,29366	495,2	640,7
1,622366	1,679399	15	1,27107	494,8	628,9
1,610666	1,666649	30	1,24848	494,3	617,1
1,596626	1,651349	48	1,22137	493,6	603,0
				Mittel 494,77	
				$\tau = 640{,}7 - 0{,}7853\ T$	
		Alkohol.			
1,368431	1,378158	0°	0,81281	389,4	316,5
1,362596	1,372233	15	0,80003	389,5	311,6
1,356761	1,366308	30	1,78731	389,6	306,7
				Mittel 389,5	
				$\tau = 316{,}5 - 0{,}3266\ T$	
		Chlorzink.			
		Gesättigte Lösung von $Zn\,Cl_2$.			
1,509257	1,528169	0°	1,96816	228,7	450,2
1,503497	1,522349	20	1,94510	228,9	445,4
1,497737	1,516529	40	1,92204	229,2	440,7
				Mittel 228,9	
				$\tau = 450{,}2 - 0{,}2375\ T$	

N_α	N_γ	T	d	J	τ
Wasser 1, Gesättigte Lösung von $Zn\,Cl_2$, 3997.					
1,460379	1,476405	0°	1,68519	239,9	404,3
1,455059	1,471045	20	1,66535	240,3	400,2
1,449739	1,465685	40	1,64551	240,5	395,8
			Mittel	240,2	
			$\tau = 404{,}3 - 0{,}2125\ T$		
Wasser 1, Gesättigte Lösung von $Zn\,Cl_2$, 1,9996.					
1,433093	1,447567	0°	1,52457	248,6	379,1
1,427933	1,442347	20	1,50693	248,7	374,8
1,422773	1,437127	40	1,48929	248,8	370,6
			Mittel	248,7	
			$\tau = 379{,}1 - 0{,}2125\ T$		
Wasser 1, Gesättigte Lösung von $Zn\,Cl_2$, 0,9998.					
1,404593	1,417494	0°	1,36623	258,2	352,7
1,399593	1,412454	20	1,35037	258,2	348,7
1,394593	1,407414	40	1,33451	258,2	344,6
			Mittel	258,2	
			$\tau = 352{,}7 - 0{,}2025\ T$		
Glycerin und Wasser.					
Glycerin *a*.					
1,453177	1,465064	0°	1,23454	315,2	389,1
1,449202	1,461059	15	1,22509	314,9	385,9
1,446552	1,458389	25	1,21879	314,8	383,7
1,442577	1,454384	40	1,20934	314,6	380,5
			Mittel	314,9	
			$\tau = 389{,}1 - 0{,}2150\ T$		
Wasser 1, und Glycerin 3,7.					
1,426172	1,437604	0°	1,18598	309,1	366,6
1,422456	1,434109	15	1,17763	309,2	364,1
1,420397	1,431779	25	1,17206	308,8	361,8
1,416932	1,428284	40	1,16370	308,5	359,0
			Mittel	309,0	
			$\tau = 366{,}6 - 0{,}1900\ T$		
Wasser 1, Glycerin 1.					
1,389760	1,400239	0°	1,11500	300,7	335,3
1,386985	1,397434	15	1,10834	300,4	333,0
1,385135	1,395564	25	1,10390	300,2	331,4
1,382360	1,392759	40	1,09724	299,9	329,1
			Mittel	300,4	
			$\tau = 335{,}3 - 0{,}1550\ T$		

N_α	N_γ	T	d	J	τ
		Wasser 1, Glycerin $\frac{1}{4}$.			
1,369609	1,379567	0°	1,07549	295,6	317,9
1,367299	1,377227	15	1,07002	295,3	316,0
1,365759	1,375667	25	1,06637	295,2	314,8
1,363449	1,373327	40	1,06089	294,9	312,9
			Mittel	295,2	
			$\tau = 317.9 - 0{,}1250\ T$		

Glycerin und Alkohol.

Glycerin *b*.

1,463651	1,475732	0°	1,25073	318,2	398,0
1,459601	1,471652	15	1,24120	317,9	394,6
1,455551	1,467572	30	1,23160	317,7	391,3
			Mittel	317,9	
			$\tau = 398{,}0 - 0{,}2233\ T$		

Alkohol 1, Glycerin *b*, 4.

1,442453	1,454235	0°	1,14155	333,0	380,2
1,438073	1,449795	15	1,13165	332,8	376,6
1,433693	1,445355	30	1,12175	332,5	373,0
			Mittel	332,7	
			$\tau = 380{,}2 - 0{,}2400\ T$		

Alkohol 1, Glycerin 2.

1,428029	1,439160	0°	1,07420	342,0	367,4
1,423454	1,434510	15	1,06333	341,9	363,5
1,418879	1,429860	30	1,05245	341,7	359,6
			Mittel	341,9	
			$\tau = 367{,}4 - 0{,}2600\ T$		

Alkohol 1, Glycerin 0,998.

1,411538	1,422213	0°	0,99750	353,9	353,1
1,406588	1,417173	15	0,98623	353,8	348,9
1,401638	1,412133	30	0,97498	353,5	344,6
			Mittel	353,7	
			$\tau = 353{,}1 - 0{,}2833\ T$		

Alkohol 1, Glycerin 0,4997.

1,398365	1,408848	0°	0,93710	364,4	341,5
1,393025	1,403403	15	0,92503	364,9	337,5
1,387685	1,397958	30	0,91295	364,8	333,0
			Mittel	364,7	
			$\tau = 341{,}5 - 0{,}2853\ T$		

N_α	N_γ	T	d	J	τ

Alkohol und Schwefelkohlenstoff.

Alkohol 1, CS_2, 3,955.

1,551274	1,594015	0°	1,149130	468,9	538,9
1,541104	1,582765	15	1,128540	468,1	528,3
1,530934	1,571515	30	1,107940	467,7	517,7
				Mittel 468,2	

$\tau = 538{,}9 - 0{,}7066\ T$

Alkohol 1, CS_2, 2,12836.

1,512477	1,547691	0°	1,080130	454,2	490,6
1,503087	1,537491	15	1,060720	453,7	481,2
1,493697	1,527291	30	1,041310	453,1	471,9
				Mittel 453,7	

$\tau = 490{,}6 - 0{,}6233\ T$

Alkohol 1, CS_2, 1,03111.

1,465695	1,492206	0°	0,995330	435,0	433,0
1,457295	1,483356	15	0,977660	435,0	425,3
1,448895	1,474506	30	0,959990	434,9	417,5
				Mittel 435,0	

$\tau = 433{,}0 - 0{,}5166\ T.$

In dieser Tafel bezeichnen N_α und N_γ die Brechungsindices der genannten Substanzen bei der Temperatur T, ferner d die entsprechenden Dichtigkeiten und J die Interferenzconstanten. Die Indices und Dichtigkeiten sind nach der in Taf. I gegebenen Formel Wüllner's berechnet. Jede dieser Linearformeln wurde hergeleitet aus einer grofsen Anzahl directer Beobachtungen, die bei verschiedenen genau beobachteten Temperaturen gemacht waren. Die aus ihnen berechneten Werthe der Indices und Dichtigkeiten sind daher zuverlässiger als die durch einzelne directe Beobachtungen erhaltenen. Bei allen untersuchten Substanzen zeigt Taf. II deutlich, dafs die Interferenzconstanten innerhalb sehr bedeutender Temperaturstrecken unabhängig sind von der Temperatur. Die in Taf. I citirte Formel Wüllner's zeigt, dafs in allen Fällen die Coëfficienten k und k' sehr nahe gleich sind, so dafs N_α und N_γ sehr nahe in demselben Verhältnifs abnehmen wie die Temperatur steigt. Die Formel für die Interferenzconstante

$$J = \frac{1}{d}\left\{(n_2 - 1)\frac{1}{\lambda_2} - (n_1 - 1\frac{1}{\lambda_1}\right\}$$

zeigt dann, dafs die Dichtigkeiten sehr nahe in demselben Verhältnisse wie die Unterschiede der Indices abnehmen müssen, weil J für jede Substanz constant ist. Eine sorgfältige Untersuchung der in Taf. II gegebenen Werthe der Interferenzconstanten zeigt, dafs in einigen Fällen diese Werthe mit steigender Temperatur sehr langsam abnehmen, vermuthlich, weil in diesen die Gröfse J eine Linearfunction der Temperatur ist. Ich mufs jedoch bemerken, dafs die erwähnte Abnahme erstens aufserordentlich klein ist, und zweitens, dafs sie nicht gleichförmig vorkommt. Ich halte mich daher für vollkommen berechtigt, J als constant für jede Substanz anzusehen. Beim Schwefelkohlenstoff habe ich ihren Werth für 48° C. berechnet, welches der Siedepunkt dieser Flüssigkeit ist. Ich mufs auch bemerken, dafs bei dieser Flüssigkeit die Abnahme von J mit der Temperatur zwar ganz gleichförmig ist, die gesammte Abnahme für 48° aber nur 0,82 Proc. des Werthes bei 0° beträgt. Ueberdiefs mufs ich hervorheben, dafs die Dichtigkeit des Schwefelkohlenstoffs für eine so grofse Temperaturstrecke schwerlich durch eine Linearfunction ausgedrückt werden kann. Dieselbe Bemerkung gilt natürlich auch für die anderen untersuchten Flüssigkeiten, obwohl in geringerem Grade. Was die Bestimmung von J durch Beobachtung betrifft, so mufs ich hier bemerken, dafs, obwohl die Interferenzstreifen zwischen zwei Spectrallinien direct gezählt werden können, so dafs das Spectroskop allein ausreichend ist, es doch besser seyn wird, die beiden Indices wo möglich direct zu messen und dann J mit Hülfe einer beobachteten Dichtigkeit zu berechnen. Man wird sehen, dafs τ für jede Substanz eine Linearfunction der Temperatur ist.

Zu laboratorischen Zwecken wird, hoffe ich, die Interferenzconstante wie die Dichtigkeit, der Siedepunkt, das specifische Volum usw. als ein Mittel zur Erkennung der Reinheit einer gegebenen Verbindung dienen. Ich werde

mich bemühen zu zeigen, dafs sie auch in der quantitativen Analyse Anwendung finden kann.

Die vorhin gegebenen Werthe von J reichen hin, zu beweisen, dafs die Interferenzconstante einer Mischung gleich ist der Summa der Interferenzconstanten der Bestandtheile. Ist P das Gewicht einer Mischung, p_1 und p_2 die relativen Gewichte der Bestandtheile, J die Constante der Mischung, J_1 und J_2 die Constanten der Bestandtheile, so haben wir

$$PJ = p_1 J_1 + p_2 J_2.$$

Taf. III enthält die Werthe von PJ, direct erhalten aus den beobachteten Werthen von P und J, und auch berechnet durch Addition der Werthe von $p_1 J_1$ und $p_2 J_2$ für alle in den Tafeln I und II aufgeführten Mischungen.

Tafel III.

Wasser	$Zn Cl_2$	PJ	$p_1 J_1 + p_2 J_2$	Diff.	In Procenten Ber.	Beob.	Ber.	Beob.
1,0000	3,9970	1201,0	1201,8	+0,06	19,95	19,72	80,05	80,28
1,0000	1,9996	746,1	744,0	−0,27	33,32	34,55	66,68	65,45
1,0000	0,9998	516,4	515,1	−0,27	50,01	51,13	49,99	48,87
Wasser.	**Glycerin *a*.**					**Wasser.**		**Glycerin.**
1,0000	3,7000	1452,3	1451,3	−0,07	21,28	20,56	78,72	79,44
1,0000	1,0000	600,8	601,1	+0,05	50,00	50,52	50,00	49,48
1,0000	0,5000	442,8	443,7	+0,20	66,67	68,64	33,33	31,36
Alkohol.	**Glycerin *b*.**					**Alkohol.**		**Glycerin.**
1,0000	4,0000	1663,5	1661,1	−0,15	20,00	20,67	30,00	79,33
1,0000	2,0000	1025,7	1025,3	−0,04	33,33	33,52	66,67	66,48
1,0000	0,9980	706,7	706,7	0,00	49,95	50,00	50,05	50,00
1,0000	0,4997	547,5	548,4	+0,16	66,68	65,36	33,32	34,64
Alkohol.	**CS_2.**					**Alkohol.**		**Schwefelkohlenstoff.**
1,0000	3,95500	2319,9	2346,4	+1,14	20,18	25,26	79,82	74,74
1,0000	2,12836	1419,3	1442,6	+1,64	31,65	39,03	68,35	66,97
1,0000	1,03111	883,5	899,7	+1,83	49,24	43,21	50,76	56,79

Columne 5 giebt die Differenzen zwischen den Werthen von PJ und $(p_1 J_1 + p_2 J_2)$ in Procenten von PJ. Columne 6, 7, 8 und 9 geben in Procenten die Bestandtheile jeder Mischung, hergeleitet aus den von Wüllner genommenen und in Taf. II angegebenen Verhältnissen, und die Procentgehalte berechnet mittelst der Formel

$$100\,J = a\,J_1 + (100 - a)\,J_2.$$

Bei der Untersuchung der Taf. III wird ersichtlich, dafs bei Mischungen von Wasser und Chlorzink, von Wasser und Glycerin, und von Alkohol und Glycerin, die Unterschiede zwischen den Werthen von PJ und $(p_1 J_1 + p_2 J_2)$ in keinem Fall 0,27 Proc. übersteigen und dafs die Zeichen ziemlich eben so oft positiv als negativ sind. Der Vergleich der beobachteten mit den berechneten Procentgehalten ist weniger befriedigend, doch noch hinreichend, dafs die Methode nützlich ist bei Analysen von Mischungen aus Flüssigkeiten, bei welchen äufserste Genauigkeit nicht erforderlich ist und für welche rein chemische Methoden fehlen.

Allein bei Mischungen von Alkohol und Schwefelkohlenstoff verhält es sich anders. Die Unterschiede zwischen den Werthen von PJ und $(p_1 J_1 + p_2 J_2)$ steigen im Minimo auf 1,14 und im Maximo auf 1,83 Proc. Ich halte es wenigstens für wahrscheinlich, dafs die Vermischuug des Alkohols mit dem Schwefelkohlenstoff begleitet ist von einer chemischen Action, aus welcher die Bildung neuer Verbindungen hervorgeht. Wüllner fand, dafs diese Mischungen, nach dem sie in gut verstöpselten Flaschen über Nacht gestanden hatten, wesentlich andere Refractionsindexe gaben als im frischen Zustande; die Unterschiede waren zu grofs, um durch einen Verlust von Schwefelkohlenstoff erklärt werden zu können. Es ist schwierig diese Thatsache anders als durch die Annahme zu erklären, dafs so wie die Flüssigkeiten vermischt sind eine chemische Veränderung beginnt, obwohl eine solche noch nicht von den Chemikern beobachtet worden ist.

Jedenfalls glaube ich machen meine Resultate es wahr-

scheinlich, dafs die auf sie gegründete Methode der Analyse eine nützliche Anwendung finden werde. Eine gröfsere und mehr abgeänderte Reihe von Beobachtungen der Indices und Dichtigkeiten verschiedener Flüssigkeiten und Mischungen derselben in veränderlichen Verhältnissen ist äufserst wünschenswerth. Für Salzlösungen besitzen wir Messungen von Sauber, Hoffmann und Anderen, aber unglücklicherweise sind die Indices und Dichtigkeiten, mit sehr wenigen Ausnahmen, nicht die die bei denselben Temperaturen angestellt worden. In dem besonderen Fall von Zuckerlösungen hat Obermayer [1]) folgende Werthe für die Refractionsindices und Dichtigkeiten bei 22°,26 C. gegeben:

Linie	10 Proc. Lös.	20 Proc. Lös.	30 Proc. Lös.
C	1,34568	1,36085	1,37800
G	1,35541	1,37167	1,38923
Dichtigkeiten	1,03812	1,08034	1,12639
J	287,4	288,2	289,7
J'	295,4	296,2	300,0.

In dieser Tafel giebt *J* die Interferenzconstanten für die drei Lösungen und *J'* die Constanten für den flüssigen Zucker in jeder, deren Mittelwerth 297,2. Da die Interferenzconstante für Wasser 286,2 ist, so ersieht man leicht, dafs man von der Anwendung der Interferenzconstanten als Mittel zur Bestimmung des Zuckergehalts einer Lösung nichts zu hoffen hat, da es klar ist, dafs der Geuauigkeitsgrad, der durch die oben gegebene Methode zu erreichen ist, im Allgemeinen proportional ist dem Unterschiede zwischen den Interferenzconstanten der Bestandtheile der gegebenen Mischung. In ihrer Anwendung auf quantitative Bestimmungen ist die neue optische Methode analog dem wohlbekannten Proceſs der indirecten Analyse, deren Erfolg auch abhängt von dem Unterschied zwischen den Atomgewichten der gesuchten Körper. Landolt hat gezeigt, dafs die Function $\frac{n-1}{d}$ so nahe constant ist für

1) Wiener Akad. Berichte, Bd. 61 (2. Abthl.) S. 797.

einen gegebenen Strahl und eine gegebene Substanz, dafs man für chemische Zwecke keinen sehr erheblichen Fehler begeht, wenn man sie als absolut constant betrachtet. Er hat ferner gezeigt, dafs man bei einer Mischung von zwei Substanzen sehr nahe hat

$$\frac{N-1}{D} P = \frac{n_1 - 1}{d_1} p_1 + \frac{n_2 - 1}{d_2} p_2 .$$

Dieser Ausdruck kann für die Analyse von Mischungen angewandt werden, und führt, wie Landolt hinreichend gezeigt hat, in vielen Fällen zu werthvollen Resultaten. Ich bin geneigt zu glauben, dafs die vorhin von mir vorgeschlagene Methode uns befähigt, einen noch gröfseren Grad von Genauigkeit zu erreichen, sobald die Werthe der Interferenzconstanten mit der erforderlichen Schärfe bestimmt worden sind.

Die werthvollen Data Wüllner's sind nicht die einzigen, welche ich discutirt habe. Landolt[1]) und Haagen haben ebenfalls eine Reihe von Messungen der Dichtigkeiten und Brechindices einer Anzahl von Flüssigkeiten gegeben. Ihre Resultate sind in Taf. IV enthalten. Der Bequemlichkeit halber habe ich sie in sechs Gruppen zerfällt, von denen die letzte die Data Haagen's enthält[2]).

1) Pogg. Ann. Bd. 122, S. 515.
2) Pogg. Ann. Bd. 131, S. 117.

Tafel IV.

Name	Formel	Dichte bei 20° C.	N_α	N_γ	τ	J	MJ
Wasser	H_2O	0,9984	1,33111	1,34038	285,7	286,2	51,5
Ameisensäure	CH_2O_2	1,2211	1,36927	1,38041	320,4	262,3	120,6
Essigsäure	$C_2H_4O_2$	1,0514	1,36985	1,38017	319,0	303,4	182,0
Propionsäure	$C_3H_6O_2$	0,9963	1,38460	1,39513	331,3	332,5	246,0
Buttersäure	$C_4H_8O_2$	0,9610	1,39554	1,40649	341,9	354,7	312,1
Valeriansäure	$C_5H_{10}O_2$	0,9313	1,40220	1,41349	347,0	372,6	380,0
Capronsäure	$C_6H_{12}O_2$	0,9252	1,40164	1,42323	355,2	383,9	445,3
Oenanthsäure	$C_7H_{14}O_2$	0,9175	1,41923	1,43106	361,9	394,4	512,7
Methyl-Alkohol	CH_4O	0,7964	1,32789	1,33621	280,9	352,7	112,9
Aethyl-Alkohol	C_2H_6O	0,8011	1,36054	1,36997	309,5	386,3	177,7
Propyl-Alkohol	C_3H_8O	0,8042	1,37938	1,38932	325,7	404,9	242,9
Butyl-Alkohol	$C_4H_{10}O$	0,8074	1,39395	1,40447	338,7	419,4	310,3
Amyl-Alkohol	$C_5H_{12}O$	0,8135	1,40573	1,41689	349,6	429,7	378,1
Essigsaures Methyl	$C_3H_6O_2$	0,9053	1,35915	1,36893	309,2	341,5	252,0
Ameisensaures Aethyl	$C_3H_6O_2$	0,9078	1,35800	1,36782	308,4	339,7	251,4
Essigsaures Aethyl	$C_4H_8O_2$	0,9021	1,37068	1,38067	318,9	353,5	311,1
Buttersaures Methyl	$C_5H_{10}O_2$	0,8976	1,38693	1,39742	333,2	371,2	378,6
Valeriansaures Methyl	$C_6H_{12}O_2$	0,8809	1,39272	1,40370	338,8	384,6	446,2
Buttersaures Aethyl	$C_6H_{12}O_2$	0,8906	1,39404	1,40460	338,9	384,8	446,4
Ameisensaures Amyl	$C_6H_{12}O_2$	0,8816	1,39592	1,40689	341,3	387,1	449,0
Valeriansaures Aethyl	$C_7H_{14}O_2$	0,8674	1,39500	1,40583	322,7	372,0	483,5
Essigsaures Amyl	$C_7H_{14}O_2$	0,8574	1,40168	1,41271	346,0	403,5	524,4
Valeriansaures Amyl	$C_{10}H_{20}O_2$	0,8581	1,40978	1,42124	353,5	411,9	708,4

Name	Formel	Dichte bei 20° C.	N_α	N_γ	τ	J	MJ
Aldehyd	C_2H_4O	0,7810	1,32975	1,33937	285,3	365,3	160,7
Valeral	$C_5H_{10}O$	0,7995	1,38614	1,39729	333,9	417,4	359,0
Aceton	C_3H_6O	0,7931	1,35715	1,36780	309,6	390,3	226,4
Aethyl-Aether	$C_4H_{10}O$	0,7166	1,35112	1,36071	301,7	421,0	311,5
Essigsäure-Anhydrit	$C_4H_6O_3$	1,0836	1,38832	1,39927	335,2	309,3	316,4
Aethylen-Alkohol	$C_2H_6O_2$	1,1092	1,42530	1,43662	365,5	329,5	204,3
Essigsaures Aethylen	$C_6H_{10}O_4$	1,1583	1,41932	1,43120	362,0	312,5	456,2
Glycerin	$C_3H_8O^3$	1,2615	1,47063	1,48281	403,7	320,0	294,4
Milchsäure	$C_3H_6O_3$	1,2427	1,43915	1,45135	378,6	304,6	274,1
Phenol	C_6H_6O	1,0722	1,54447	1,57555	506,5	472,4	440,0
Bittermandel-Oel	C_7H_6O	1,0474	1,53914	1,57749	519,1	495,5	555,2
Salicylsäure:	$C_7H_6O_2$	1,1693	1,56467	1,62008	579,1	495,2	604,1
Methylsalicylsäure	$C_8H_8O_3$	1,1824	1,53019	1,56718	508,8	430,3	654,0
Benzoësaures Methyl	$C_8H_8O_2$	1,0882	1,51158	1,53989	473,8	435,4	592,1
Benzoësaures Aethyl	$C_9H_{10}O_2$	1,0491	1,50104	1,52749	461,1	439,5	659,2
Vierfach-Chlorkohlenstoff	$C\,Cl_4$	1,5947	1,457890	1,472900	400,2	250,9	386,4
Chloroform	$C\,H\,Cl_3$	1,4930	1,444030	1,458210	387,1	259,2	309,7
Aethylenchlorür	$C_2H_4Cl_2$	1,2562	1,442010	1,455110	383,0	225,2	222,9
Brom-Aethyl	C_2H_5Br	1,4600	1,421320	1,436290	368,5	252,4	275,1
Brom-Amyl	$C_5H_{11}Br$	1,2045	1,438560	1,452940	384,8	319,4	482,3
Aethylenbromür	$C_2H_4Br_2$	2,1827	1,533890	1,556580	478,7	219,3	412,3
Jodmethyl	$C\,H_3J$	2,2636	1,524340	1,553870	486,9	215,0	305,3
Jodäthyl	C_2H_5J	1,9350	1,508120	1,534370	466,3	240,9	375,8
Jodamyl	$C_5H_{11}J$	1,4734	1,487140	1,507080	434,9	295,1	584,3
Phosphorchlorür	$P\,Cl_3$	1,5774	1,508310	1,524490	443,1	280,9	386,2
Arsenchlorür	$As\,Cl_3$	2,1668	1,592000	1,624800	548,4	253,1	459,4
Zinnchlorid	$Sn\,Cl_4$	2,2328	1,507000	1,531800	462,0	206,9	537,9
Siliciumchlorid	$Si\,Cl_4$	1,4878	1,411900	1,424400	357,6	240,3	408,5
Chlornatrium	$Na\,Cl$	2,1543	1,540460	1,560560	477,8	221,8	129,8
Chlorkalium	$K\,Cl$	1,9950	1,487270	1,505720	431,6	216,3	161,1

In dieser Tafel giebt die siebente Columne die Werthe der Interferenzconstante *J*. Die achte ist erhalten durch Multiplication der Zahlen der sechsten Columne mit den Atomgewichten der entsprechenden Substanzen, dividirt durch 100, um Ziffern zu sparen. Das Product *MJ* giebt daher die Anzahl der Interferenzstreifen zwischen *C* und *G* für eine Dicke jeder Flüssigkeit, die dem Atomgewicht proportional ist.

Ich habe die Messungen von Landolt und Haagen angewandt, um die Frage zu beantworten, ob die Interferenzconstante einer festen chemischen Zusammensetzung die Summe der Interferenzconstanten ihrer Bestandtheile sey. Die Tafel V zeigt die Methoden und Resultate dieser Erörterung.

Tafel V.

Säuren	*MJ*	Δ_1	*C*	Δ_2	$\Delta\frac{1}{2}$
$C\ H_2\ O_2$	120,6		119,7	−0,9	−0,74
$C_2\ H_4\ O_2$	182,0	61,4	184,8	+2,8	+1,53
$C_3\ H_6\ O_2$	246,0	64,0	249,9	+3,9	+1,22
$C_4\ H_8\ O_2$	312,1	66,1	315,1	+3,0	+0,96
$C_5\ H_{10}\ O_2$	330,0	67,9	380,2	+0,2	+0,05
$C_6\ H_{12}\ O_2$	445,3	65,3	445,4	+0,1	+0,02
$C_7\ H_{14}\ O_2$	512,7	67,4	510,5	−2,2	−0,42
		Mittel 65,3			Mittel 0,70
Alkohole					
$H_2\ O$	51.4		50,9	−0,5	−0,97
$C_3\ H_4\ O$	112,9	61,5	116,2	+3,3	+2,92
$C_3\ H_6\ O$	177,7	64,8	181,2	+3,5	+1,97
$C_3\ H_8\ O$	242,9	65,2	246,3	+3,4	+1,40
$C_4\ H_{10}\ O$	310,3	67,4	311,5	+1,2	+0,38
$C_5\ H_{12}\ O$	378,1	67,8	376,6	−1,5	−0,39
		Mittel 65,3			Mittel 1,34
Aethere					
$C_3\ H_6\ O_2$	251,7	59,4	250,0	−1,7	−0,67
$C_4\ H_8\ O_2$	311,1	67,5	313,1	+2,0	+0,64
$C_5\ H_{10}\ O_2$	378,6	68,6	380,2	+1,6	+0,42
$C_6\ H_{12}\ O_2$	447,2	$4 \times 65,3$	445,4	−1,8	−0,40
$C_{10}H_{20}O_2$	708,4		705,9	−2,5	−0,35
		Mittel 65,2			Mittel 0,50

Die zweite Columne dieser Tafel giebt das Interferenz-Aequivalent der Flüssigkeit, deren Formel in der ersten Columne enthalten ist. Columne Δ_1 giebt die Differenzen der Interferenz-Aequivalente für die constante chemische Differenz CH_2, da die Flüssigkeiten jeder Gruppe homolog sind. Man sieht sogleich, dafs Δ_1 nicht constant ist in irgend einer Gruppe, sondern wächst mit dem Atomgewicht der Flüssigkeit. Daraus folgt, dafs die Interferenz Aequivalente entweder von Kohlenstoff oder Wasserstoff oder von beiden veränderlich sind. Der letztere Fall ist der wahrscheinlichere. Das Mittel der Differenzen Δ_1 ist gleich für alle diese Gruppen. Aus dem Obigen ist leicht ersichtlich, dafs strenge genommen weder Kohlenstoff noch Wasserstoff ein constantes Interferenz-Aequivalent besitzen können. Da es indefs practikabel scheint, in diesem Fall wie in dem Fall der Refractions-Aequivalente wenigstens eine brauchbare Regel zur approximativen Berechnung des Interferenz-Aequivalents einer Verbindung aus den Aequivalenten ihrer Bestandtheile herzuleiten, so habe ich aus den Daten der Tafel V die Aequivalente von Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff berechnet und folgende Werthe erhalten.

Kohlenstoff	41,46
Wasserstoff	11,84
Sauerstoff	27,28.

Mit diesen Werthen berechnete ich die Zahlen der Columne *C* in Tafel V und die in der vierten Columne in Tafel VI.

Tafel VI.

Name	Formel	Gefund.	Berechn.	Δ_2	$\Delta\frac{2}{1}$
Aldehyd	C_2H_4O	160,7	157,6	− 3,1	−1,92
Valeral	$C_5H_{10}O$	359,0	353,0	− 6,0	−1,69
Aceton	C_3H_6O	226,4	222,7	− 3,7	−1,63
Aethyläther	$C_4H_{10}O$	311,5	311,5	0,0	0,00
Essigs. Anhydrid	$C_4H_6O_3$	316,4	318,7	+ 2,3	+0,72
Aethylenalkohol	$C_2H_6O_2$	204,3	208,5	+ 4,2	+2,05
Essigs. Aethylen	$C_6H_{10}O_2$	456,2	476,2	+20,0	+4,39
Glycerin	$C_3H_8O_3$	294,4	300,9	+ 5,5	+1,86
Milchsäure	$C_3H_6O_3$	274,1	277,3	+ 3,2	+1,17
				Mittel	1,58

In diesen Tafeln giebt Columne Δ_2 die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Werthen für jede Flüssigkeit und Columne $\Delta\frac{0}{0}$ giebt dieselben Differenzen in Procenten der beobachteten Werthe. Die Mittelwerthe dieser letzteren sind auch ohne Bezug auf das Zeichen gegeben. Mit Hülfe der Aequivalente von Kohlenstoff und Wasserstoff habe ich die in Tafel VIII gegebenen des Chlors, Broms und Jods bestimmt. Endlich gaben die Aequivalente von Kohlenstoff und Chlor die der übrigen Elemente in derselben Tafel. Die vierte, fünfte und sechste Columne in Tafel VII haben dieselbe Bedeutung wie die entsprechenden Columnen der Tafeln V und VI.

Tafel VII.

Name	Formel	Gefund.	Berechn.	Δ_2	$\Delta\frac{0}{0}$
Vierfach-Chlorkohlenstoff	$C\ Cl_4$	386,4	384,8	— 1,6	—0,41
Chloroform	$C\ H\ Cl_3$	309,7	310,8	+ 1,1	+0,35
Brom-Aethyl	$C_2\ H_5\ Br$	275,1	281,7	+ 6,6	+2,39
Brom-Amyl	$C_5\ H_{11}\ Br$	482,3	477,1	— 5,2	—1,08
Aethylenbromür	$C_2\ H_4\ Br_2$	412,3	409,5	— 2,8	—0,67
Jodmethyl	$C\ H_3\ J$	305,3	313,3	+ 8,0	+2,62
Jodäthyl	$C_2\ H_5\ J$	375,8	378,4	+ 2,6	+0,69
Jodamyl	$C_5\ H_{11}\ J$	584,3	573,8	—10,5	—1,79
Schwefelkohlenstoff	$C\ S_2$	375,7		Mittel	1,25
Phosphorchlorür	$P\ Cl_3$	386,2			
Arsenchlorür	$As\ Cl_3$	459,4			
Chlorzinn	$Sn\ Cl_4$	537,9			
Chlorsilicium	$Si\ Cl_4$	408,5			
Chlornatrium	$Na\ Cl$	129,8			
Chlorkalium	$K\ Cl$	161,1			

Tafel VIII.

Kohlenstoff	41,46	Phosphor	128,70
Wasserstoff	11,84	Arsen	201,90
Sauerstoff	27,28	Zinn	194,50
Chlor	85,85	Silicium	65,10
Brom	139,60	Kalium	75,29
Jod	236,30	Natrium	44,00
Schwefel	167,12		

Die in Tafeln V, VI und VII enthaltenen Resultate sind hinreichend zu zeigen, daſs die Interferenz-Aequiva-

lente der Verbindungen in vielen Fällen mit leidlicher Annäherung aus denen der Bestandtheile berechnet werden können. Die Annäherung ist jedoch viel geringer als bei Mischungen. Anderseits schlägt die Regel bei gewissen Verbindungen gänzlich fehl. So machen die sechs Flüssigkeiten der aromatischen Reihe, welche die fünfte Gruppe der Tafel IV bilden, sehr bemerkenswerthe Ausnahmen. In diesen Fällen können keine Werthe der Interferenz-Aequivalente von Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff gefunden werden, aus welchen sich die Molecular-Aequivalente berechnen liefsen. Hr. Gladstone hat ähnliche Ausnahmen bei den Refractions-Aequivalenten der Benzol-Reihe angetroffen [1]), und vermuthet, sie entsprängen wahrscheinlich daraus, dafs jedes Molecül, optisch, als eine Verbindung von Atomengruppen betrachtet werden könne, von denen jede einen specifisch optischen Charakter besäfse. Was die Interferenz-Aequivalente betrifft, so sind fernere Data nöthig, um dieser Erklärung beizutreten.

Landolt hat die Dichtigkeiten und Refractionsindices einer Anzahl von Mischungen bestimmt. Ich habe seine Resultate nicht von meinem Gesichtspunkt aus discutirt, weil seitdem der Fortschritt der organischen Chemie gezeigt hat, dafs viele der von Landolt untersuchten Substanzen, obwohl zum speciellen Zwecke seiner Untersuchung mit grofser Sorgfalt dargestellt, doch nicht absolut rein waren [2]). Ich glaube gezeigt zu haben, dafs die sogenannten Interferenzconstanten, bestimmt durch Messung zweier Refractions-Indices und einer einzigen Beobachtung der Dichtigkeit bei derselben Temperatur, einen reellen Werth als numerische Charakteristiken besitzen. Allein

1) *Journ. of the Chem. Soc.* (2), *Vol.* 8, *p.* 101.

2) Ich meine die von Linnemann eingeführten Vervollkommnungen des Trennens von Flüssigkeiten mit verschiedenen Siedepunkten, Vervollkommnungen, welche gezeigt haben, dafs bis zur Zeit jener Arbeit wir wirklich keine genaue Kenntnifs von den Siedpunkten vieler längst bekannter, aber nicht im Zustand völliger Reinheit dargestellter Flüssigkeiten hatten.

der Werth der neuen Constanten bei quantitativen Analysen kann nur gut geschätzt werden, wenn wir Bestimmungen der Indices und Dichtigkeiten für eine Reihe von Mischungen besitzen, für welche die Verhältnisse, Dichtigkeiten und Indices der Bestandtheile genau bekannt sind. Die Zeit ist auch da, wo ein viel gröfserer Grad von Genauigkeit in der Bestimmung der Refractions-Indices nothwendig ist. Selbst fünf Decimalen reichen für das gegenwärtige Bedürfnifs der Wissenschaft nicht aus. Sechs sind erreichbar mit Spectrometern, die eine Ablesung von zwei Secunden gewähren.

Leicht ersichtlich ist, dafs der numerische Werth einer Interferenzconstante zum Theil abhängt von dem Winkel-Abstand der Spectrallinien, zwischen welchen die Streifen gewählt worden sind. Die Linien *C* und *G* sind besonders gut zu Normalgränzen geeignet, da sie Wasserstofflinien sind, die sich mit einem Rühmkorff und einer Wasserstoffröhre immer leicht erlangen lassen. Die Interferential-Constante kann als ein Maafs der Dispersivkraft eines Körpers angesehen werden, und es ist leicht zu ersehen, dafs mit diesem Maafse auch die gesammte Dispersivkraft von *A* bis *H* die Summe der partiellen Dispersivkräfte von *A* bis *B*, von *B* bis *C*, ... von *G* bis *H* ist. Die Theorie und Construction achromatischer Linsen könnten auch auf dieses Maafs der Dispersivkraft gegründet werden, allein dieſs würde wahrscheinlich keinen Vorzug vor der gewöhnlichen Methode haben.

II. Ueber eine Methode, Brechungs-Indices ohne den Gebrauch getheilter Instrumente zu messen.

Die Wichtigkeit einer genauen Bestimmung all der physikalischen Constanten, welche eine Substanz von fester chemischer Zusammensetzung charakterisiren, wird von Tag zu Tag einleuchtender. Die Untersuchung von Gladstone, Landolt und Anderen haben gezeigt, dafs die Refractionsindices einen besonderen Werth und viel Interesse besitzen. Da die zu deren Bestimmung erforderlichen

Instrumente kostspielig und oft dem arbeitenden Chemiker nicht zugänglich sind, so wird ohne Zweifel eine einfache und hinreichend genaue Methode zur Messung derselben mittelst des Spectroskops allein willkommen seyn.

Die Methode, welche ich vorschlage, ist eine der Vergleichung und mit Bequemlichkeit nur auf Flüssigkeiten anwendbar. Ein hohes und mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefülltes Prisma wird an dem Stativ des Spectroskops befestigt und so gedreht, bis ein gegebener Strahl — z. B. die Linie *D* — durch das Fernrohr bei der Lage des Ablenkungs-Minimum gesehen wird. Das Ocularstück des Fernrohrs muſs nahe an einander zwei parallele Spinnfäden in der Ebene des Diaphragmas haben. Wenn die Dispersion hinreichend groſs ist, um die Linie *D* in ihre beiden Bestandtheile zu zerlegen, kann man entweder einen dieser Bestandtheile den Abstand zwischen den beiden Spinnfäden halbiren lassen oder beide Bestandtheile in solche Lage bringen, daſs ihre Mittellinie den Abstand halbirt. Das Beobachtungs-Fernrohr wird dann wohl festgeklemmt. Das Prisma wird nun entfernt, von der Flüssigkeit entleert, gereinigt und sorgfältig getrocknet. Nun füllt man es mit einer Flüssigkeit von bekannten Brechungsindexen, deren mittlerer Index nach dem Urtheile des Beobachters nicht sehr von dem der zu untersuchenden Flüssigkeit abweicht. Das Prisma wird hierauf an dem Stativ des Spectroskops befestigt und so gedreht bis der Beobachter sich überzeugt hat, daſs die beiden Spectra, wenn sie gleichzeitig gesehen werden könnten, im Gesichtsfeld seyn würden, oder, was dasselbe ist, sie einander mehr oder weniger vollständig deckten. Sollte dieſs nicht der Fall seyn, so müſste eine andere Vergleichungs-Flüssigkeit gewählt werden, bis eine gefunden worden, welche die erforderlichen Bedingungen erfüllt. Ist dieſs nun genügend geschehen, so wird das Prisma gedreht bis, bei der Lage des Ablenkungs-Minimum, eine bekannte Linie des Spectrums den Abstand zwischen den beiden Spinnfäden genau halbirt. Der Refractions-Index der gegebe-

nen Flüssigkeiten für die Linie *D* ist dann derselbe als der der bekannten Linie im Spectrum der zum Vergleich genommenen Flüssigkeit; denn wir haben für jede der beiden Fälle

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(P+D)}{\sin \frac{1}{2} P}; \quad n' = \frac{\sin \frac{1}{2}(P+D')}{\sin \frac{1}{2} P}$$

und da *P* constant ist, und $D' = D$, so folgt dafs $n' = n$.

Durch diese Methode kann der Refractions-Index einer gegebenen Flüssigkeit für eine einzelne Linie, z. B. für *D* gefunden werden. Sie ist hinreichend für die optische Analyse in der Form, in welcher sie Landolt entwickelte. Es stellen sich indefs dieser Methode zwei Einwürfe entgegen. Zunächst die Nothwendigkeit, durchs Probiren eine Vergleichungs-Flüssigkeit zu finden, welche denselben mittleren Refractions-Index hat wie die Flüssigkeit, deren Index bestimmt werden soll. Ich gebe das Gewicht dieses Einwurfes zu; allein man mufs ihn nicht zu hoch anschlagen. Ganze Klassen von Flüssigkeiten kommen in ihren optischen Kennzeichen ziemlich nahe überein, z. B. die Oele von der $C_{10}H_{16}$ Reihe, die Aethere der fetten Säuren, Kohlenwasserstoffe und Salzlösungen. Der zweite Einwurf besteht darin, dafs es bei Flüssigkeiten von geringer Dispersivkraft nicht leicht ist, die Spectrallinien mit absoluter Sicherheit zu unterscheiden. Diese Schwierigkeit ist jedoch leicht beseitigt, wenn man ein zweites Prisma anbringt, um ein langes Spectrum zu bilden, welches auf das Versuchs-Prisma fällt. Die endliche Dispersion ist dann die Summe der Dispersionen der beiden Prismen, und die Unterscheidung der Spectrallinien hat dann keine Schwierigkeit. Es ist natürlich nothwendig, dafs das Hülfsprisma dieselbe Lage habe in beiden Fällen. Zwei oder mehre Hülfsprismen entweder von Flintglas oder Schwefelkohlenstoff können mit grofsem Vortheil benutzt werden, doch wird für gewöhnlich eins hinreichend seyn. Sind die Refractions-Indices der Vergleichungsflüssigkeiten zum wenigsten für drei Linien bekannt, so

können die Werthe der Constanten a, b und c in Cauchy's Formel

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

bestimmt werden. Es erübrigt denn nur noch, den Refractions-Index derjenigen Linie zu berechnen, welche denselben Index hat als z. B. die Linie *D* der untersuchten Flüssigkeit. Dieſs ist leicht gethan, wenn man mittelst Kirchhoff's Karte identificirt hat, so daſs ihre Wellenlänge bekannt worden ist. Es wird natürlich oft geschehen, daſs keine Linie der Vergleichungsflüssigkeit genau der für die untersuchte Flüssigkeit gewählten Linie *D* entspricht. In diesem Fall kann man, wenn keine groſse Genauigkeit erforderlich ist und Hülfsprismen gebraucht werden, statt dessen den Index der nächsten Linie anwenden oder ein Fadenmikrometer gebrauchen und interpoliren, um den Index einer coïncidirenden Linie zu erhalten durch Messung des Abstandes der relativen Linie *D* von einer oder mehren in dem Vergleichungsspectrum sichtbaren Linien. Das vom Prof. Rood erdachte Ocularstück-Mikrometer[1]) würde auch alle erforderliche Genauigkeit gewähren und überdieſs den Vorzug haben, daſs es viel wohlfeiler ist als ein Fadenmikrometer.

Die obige Methode befähigt uns, den Refractions-Index nur einer einzigen Linie zu bestimmen, wenn nicht das Prisma geleert, gereinigt, getrocknet und die Operation dann mit einer zweiten ausgewählten Linie wiederholt wird. Um diese Schwierigkeit zu vermeiden, habe ich die folgende Modification des Prismas mit vollem Erfolge angewandt. Das Prisma wird durch eine auf seiner brechenden Kante winkelrechte Scheidewand halbirt. Jedes so gebildete Prisma hat an seiner Basis eine durch einen Pfropfen verschlieſsbare Oeffnung, durch welche eine Flüssigkeit ein- und ausgegossen werden kann. Wenn die beiden Glasplatten sorgfältig an den Messingrahmen angekittet sind, haben die beiden Prismen einen gleichen brechenden

1) *American Journ. Ser. III, Vol. VI, p.* 44.

Winkel. Das eine derselben wird dann mit der Vergleichungs-Flüssigkeit gefüllt, das andere mit der Flüssigkeit, deren Indices bestimmt werden sollen. Das Doppelprisma wird nun an dem Stativ des Spectroskops befestigt und die Fläche des Prismas, welche die Vergleichungs-Flüssigkeit enthält, mit einem Metallstreifen bedeckt. Das Spectrum der zu untersuchenden Flüssigkeit wird nun mittelst des Beobachtungs-Fernrohrs gesehen. Man bringt nun irgend eine Linie, z. B. *C*, in die Lage des Ablenkungs-Minimums und ajustirt das Fernrohr bis diese Linie den Raum zwischen den Parallfäden in der Ebene des Diaphragmas des Ocularstücks halbirt. Das Fernrohr wird dann, ohne die Ajustirung zu stören, festgeklemmt wie zuvor. Wenn nun die eine Seite des Prismas, welche die zu untersuchende Flüssigkeit enthält, bedeckt wird mit dem von der anderen Seite des Prismas fortgenommenen Metallstreifen, so wird das Spectrum der Vergleichungs-Flüssigkeit sichtbar, und es läfst sich leicht bestimmen, welche Linie dieses Spectrums in ihrer Lage am nächsten entspreche der Linie *C* des anderen Spectrums. Durch abwechselndes Bedecken der Seiten der beiden Prismen mit dem Metallstreifen wird man für *D*, *E*, *E*, usw. volle oder nahe Coïncidenzen beobachten können und auf diese Weise Data für die Constanten in Cauchy's Dispersionsformel für die untersuchte Flüssigkeit in kurzer Zeit und mit grofser Leichtigkeit erhalten. Man muſs erwägen, dafs bei diesem Proceſs die beiden Spectra nicht gleichzeitig gesehen werden können, da ihre Bilder durch das Beobachtungsfernrohr zu einem combinirt werden [1]).

Bei Anwendung der obigen Methoden habe ich Prismen mit Messingrähmen angewandt und die Glasplatten entweder mit gewöhnlichem Leim oder mit Marineleim aufgekittet, letzteren bei wäfsrigen Lösungen. Bei gut gearbei-

1) Hr. S. P. Sharples hat mich darauf aufmerksam gemacht, dafs wenn das Objectiv des Beobachtungs-Fernrohrs durch eine cylindrische Linse ersetzt wird, die beiden Spectra gleichzeitig im Gesichtsfeld sichtbar sind.

teten Rähmen wird es ohne Zweifel möglich seyn, die Platten an den Seiten der Prismen so durch Sprungfedern festzuhalten, daſs die Prismen vollkommen dicht sind; bei Prismen von deutscher Arbeit habe ich aber dieſs nicht finden können.

Der oben beschriebene Proceſs gestattet natürlich eine neue Anwendung des Spectroskops zur quantitativen chemischen Analyse, da alle von Landolt mit dem Spectrometer erlangten Resultate mit dem Spectroskop allein erhalten werden können; allein es ist kaum nöthig zu sagen, daſs ein gutes Spectrometer ein viel vorzüglicheres Instrument ist, weil es auch als Spectroskop gebraucht werden kann und weil die directen Methoden immer besser sind als die comparativen.

VII. *Ueber Anziehung und Abstoſsung durch Licht- und Wärmestrahlen; vom Dr. F. Neesen.*

Einige Versuche, welche W. Crookes [1]) im vergangenen Jahre angestellt, denen sich zu gleicher Zeit unternommene Untersuchungen von Bergner [2]) anreihen, beschäftigen sich mit eigenthümlichen Erscheinungen der Einwirkungen von Licht- und Wärmestrahlen. Diese Erscheinungen sollten den Glauben erwecken, man hätte in diesen Versuchen mit mechanischen Wirkungen der genannten Strahlen zu thun. Es interessirten die genannten Untersuchungen mich speciell noch besonders, weil ich vor etwa zwei Jahren auf ähnliche Erscheinungen geführt

1) *Proceedings of the Physical Society of London Part. I*, 1874.

2) Die Anziehung und Abstoſsung durch Wärme und Licht und die Abstoſsung durch Schall; von A. Bergner.

wurde. Die Wirkungen von Lichtstrahlen machten sich mir sehr unliebsam bemerkbar, weil durch sie die Stellung eines an einem Coconfaden befestigten Spiegels verändert wurde. Selbst in einer Entfernung von 1 bis 2 Meter von dem Spiegel drehten die von einer Kerze, welche zur Beleuchtung einer Scala benutzt wurde, kommenden Lichtstrahlen den Spiegel noch so stark, dafs die kleinen Torsionsschwingungen bedeutend gestört wurden. Dem Grunde dieses Einflusses der von der Kerze kommenden Strahlen spürte ich lange nach ohne zu einem bestimmten Resultat kommen zu können. Meine Versuche, in der mannigfaltigsten Art angestellt, schienen dafür zu sprechen, dafs man es bei den genannten Bewegnngen zu thun hat mit einer mechanischen Wirkung der Lichtstrahlen, mit den Folgen des Anprallens und Abprallens derselben an der Spiegelfläche. Bestärkt wurde diese Vermuthung theilweise durch Crookes Beobachtungen. Eine solche mechanische Wirkung wäre ja sehr erwünscht gewesen, da man auf ihr ein Messen der Intensität des Lichts in absolutem Maafs hätte bauen können.

Im Anfang dieses Jahres erschien eine Arbeit von Kundt und Warburg[1]), welche mich veranlafste die Untersuchung der räthselhaften Erscheinungen wieder aufzunehmen. In dieser Arbeit wurde unter Andern die Wärmeleitungsfähigkeit der Luft bei verschiedenen Drucken untersucht. Weshalb dieser Umstand mich zur Wiederaufnahme der Untersuchung trieb, wird sich später zeigen. Als Resultat der angestellten Beobachtungen glaube ich den Satz ziehen zu können, dafs die genannten Wirkungen von Wärme- und Lichtstrahlen nur hervorgerufen werden durch Luftströmungen, welche durch die Erwärmung der Luft in den einzelnen Theilen des Apparats entstehen, in welchem die Bewegungen stattfinden.

Für diese Erklärung spricht zuerst der Umstand, dafs die Bewegungen des an einem Coconfaden oder sonst leicht beweglich aufgehängten Körpers stets abnehmen, sobald die

1) Berliner Monatsberichte Märzheft 1875.

Luft, in welcher sich der Letztere befindet, verdünnt wird. Sodann werden diese Bewegungen gleichfalls kleiner, wenn adiathermane Körper die Lichtstrahlen auffangen, bevor dieselben den am Coconfaden befestigten Spiegel treffen. Die Punkte, welche bei dieser Bewegung der einfachen Erklärung durch Luftströmungen zunächst zu widersprechen scheinen, sind folgende: Hauptsächlich ist es die von Crookes beobachtetete Umkehr der Bewegung bei Erreichung eines gewissen geringen Luftdruckes. Eine kleine Hollundermarkkugel wurde bei Atmosphärendruck von einem warmen oder leuchtenden Körper angezogen, blieb unter Wirkung derselben warmen oder leuchtenden Körper in Ruhe bei etwa 12^{mm}; wurde bei einem noch geringerem Drucke abgestofsen. — Eine zweite Thatsache, die für eine mechanische Wirkung zu sprechen schien, war die aus meinen Versuchen sich ergebende, wonach, je nachdem die Richtung, in welcher die Lichtstrahlen auf den Spiegel oder ein anderes an den Coconfaden hängendes Gewichtchen fielen, variirt wurde, der Sinn der Drehung des Spiegels sich änderte, wenn auch das Licht selbst auf dieselbe Stelle des Spiegels fiel. Ich benutzte zu meinen Versuchen einen viereckigen Kasten von Eisenblech, in dessen oberen Deckel eine geeignete Vorrichtung zur Aufhängung des Coconfadens angebracht war. In dem unteren Theil einer Seitenfläche des Kastens war ein viereckiges Loch ausgeschnitten, das durch eine planparallele Glasplatte verschlossen wurde. Hinter dieser Platte befand sich der sich drehende leichte Spiegel oder das leichte Gewichtchen an einem Coconfaden befestigt. Meistens hatte ich als Letzteres genommen einen kleinen Streifen von steifem Papier oder von mit Papier überklebtem Holz. In der Mitte eines solchen Streifens unter dem Befestigungspunkt des Coconfadens war ein kleines Spiegelchen angebracht, damit die Drehung des Ganzen mittelst Fernrohrs und Scala beobachtet werden konnte. Ich werde der Kürze halber im Folgenden auch den am Caconfaden

aufgehängten Papierstreifen mit daran befestigtem Spiegel einfach „Spiegel“ nennen. Die Lichtstrahlen einer Petroleumlampe fielen nun in einigen Versuchen unconcentrirt auf den Spiegel, in den meisten wurden sie durch geeignete Linsen auf eine bestimmte Stelle concentrirt.

Auf dem Spiegel, dort, wo der Coconfaden an demselben befestigt ist, denke ich mir eine Normalebene errichtet, welche den Raum vor dem Spiegel in zwei Theile theilt, so dafs ich also von zwei Seiten des Raumes in Bezug auf den Spiegel unterscheiden kann. Wurde nun die Petroleumlampe auf die eine Seite des Spiegels gestellt, so war die Ablenkung des Letzteren gerade entgegengesetzt der, welche eintrat, wenn das Licht auf die andere Seite placirt wurde. Am deutlichsten und unzweifelhaftesten ist diese Erscheinung zu beobachten, wenn die Lichtstrahlen auf einen Punkt des Spiegels concentrirt werden.

Wie ich schon oben erwähnte, finden die Drehungen des Spiegels auch statt im luftverdünnten Raum und ebenso dann, wenn zwischen Licht und der Glasplatte vor dem Spiegel ein adiathermaner Körper eingeschaltet wird. In beiden Fällen nimmt die Intensität der Erscheinung indefs stark ab. War eine Wassersäule von beträchtlicher Länge als adiathermaner Körper eingeschaltet, so wurden die Drehungen so gering, dafs die Torsionskraft eines Coconfadens zu grofs war, um sie zu Stande kommen zu lassen. Ich bediente mich dann eines Spinnenfadens, um den der Spiegel sich noch ziemlich weit drehte. Wurde an Stelle des sich drehenden Spiegels in den Versuchen mit eingeschalteten adiathermanen Körpern ein Thermoelement den Strahlen ausgesetzt, so konnte an einem sehr empfindlichen Galvanometer keine Spur eines Ausschlages wahrgenommen werden. In Folge dessen kann die genannte Bewegung unter Einfluſs von Licht- oder Wärmestrahlen, welche von der mitgeführten Wärme, wie ich gleich zeige, herrührt, benutzt werden zur Con-

struction eines Thermoskopes, das viel empfindlicher ist als ein Thermoelement.

Die von Crookes bemerkte Umkehr der Bewegung bei geringem Luftdruck beobachtete ich gleichfalls, doch unter den weiter zu erwähnenden Modificationen.

Wie schon erwähnt, glaube ich alle diese Erscheinungen erklären zu können aus den Luftströmungen, welche in Folge der Erwärmung der einzelnen Theile des Apparates durch die Wärmequelle oder die die Lichtstrahlen begleitenden Wärmestrahlen entstehen. Zunächst werde ich zum Beweise hiervon zeigen, dafs bei den beobachteten Erscheinungen in der That solche Luftströmungen von Einfluſs sind; ferner dafs diese Luftströmungen nicht allein daher rühren, dafs sich die Luft etwa nur an der Glasplatte, durch welche das Licht hindurch muſs um zu dem Spiegel zu gelangen, oder nur an dem Letzteren erwärmt. Vielmehr erwärmen sich auch die Lufttheile zwischen Glasplatte und Spiegel beim Weiterleiten der Wärme und rufen deshalb auch durch ihre Erwärmung Luftströmungen hervor, welche den Spiegel zu drehen suchen.

Ich brachte auf dem Deckel des erwähnten viereckigen Eisenkastens eine Vorrichtung an, mittelst deren der Stift, an dem der Coconfaden befestigt war, hin- und hergeschoben werden konnte in senkrechter Richtung gegen die vordere verschlieſsende Glasplatte, so dafs durch dieses Verschieben der Spiegel an dem unteren Ende des Coconfadens der Platte genähert oder anderseits von ihr entfernt wurde. Dadurch erhielt ich zwischen Spiegel und der vorderen Glasplatte eine Luftschicht von gröſserer oder kleinerer Ausdehnung. Es ist also, wenn die Bewegung herrührt von Luftströmungen theilweise in Folge der Erwärmung der Luft zwischen Spiegel und Glasplatte, zu erwarten, dafs die Bewegung geändert wird, je nachdem der Spiegel näher an der Glasplatte sich befindet oder weiter davon ab. In der That ergaben sich bei den verschiedenen Abständen des Spiegels von der Glasplatte auch folgende verschiedene Drehungen:

1) Der an dem Coconfaden befestigte Spiegel befand sich dicht an der hinteren Wand des Kastens, also möglichst weit von der vorderen Glasplatte.

Gröfse der Drehung in 3′ = 21,5 Scalentheile.

2) Stellung des Spiegels in der Mitte zwischen vorderen Glasplatte und hinteren Wand.

Drehung des Spiegels in 3′ = 59 Scalentheile.

3) Stellung des Spiegels etwas näher an die vordere Glasplatte.

Gröfse der Drehung in 3′ = 48,9 Scalentheile.

4) Stellung des Spiegels ganz nahe an die Glasplatte heran.

Gröfse der Drehung in 3′ = 12 Scalentheile.

Zahlreiche Controlmessungen haben stets dasselbe Resultat gegeben, wie das eben angeführte Beispiel. Aus den angeführten Zahlen ist ersichtlich, dafs die Luft zwischen Glasplatte und Spiegel einen sehr erheblichen Einfluſs hat auf die Drehung des Letzteren. Wenn die Luft nicht durch Strömungen die Drehung bewirkte, wenn vielmehr die Drehungen des Spiegels unmittelbar durch die Wirkungen der Lichtstrahlen hervorgerufen würden, so wäre dieser Einfluſs nicht zu erklären. Nehmen wir indessen als Ursache der Drehungen Luftströmungen, welche zum Theil durch die Erwärmung der Luft zwischen Glasplatte und Spiegel veranlafst werden, so ist der Einfluſs der Dicke der Luftschicht, welche die Wärme fortleitet, eine nothwendige Folge dieser Annahme. Es ist klar, dafs im Allgemeinen die Intensität der Luftströmungen abnehmen muſs, wenn eine weniger dicke Luftschicht sich zwischen Spiegel und Glasplatte befindet. Scheinbar zu widersprechen scheint dieser Erklärung der Umstand, dafs die Gröfse der Drehung ebenfalls abnimmt, wenn der Spiegel der hinteren Wand genähert wird, wobei ja eine gröfsere Luftschicht eingeschaltet wird. Dieser Widerspruch läfst sich heben, sobald man bedenkt, dafs in diesem Falle eine geringe Menge Luft hinter dem Spiegel ist, so dafs die Luft, welche nach den erwärmten Luftstellen

strömt, hauptsächlich von den Seiten des Apparates herzueilt und defshalb den Spiegel nur mit geringerer Kraft in Bewegung setzt. — Ich bemerke noch zu dem Vorstehenden, dafs die Art und Weise, wie die Drehung des Spiegels vor sich ging in den Fällen, wo der Spiegel sich in verschiedenen Entfernungen von der vorderen Glasplatte befand, ganz verschieden war. Wenn der Spiegel ganz in der Nähe der Letzteren sich befand, so ging die Drehung unter Schwingungen vor sich; war der Spiegel in der Mitte zwischen den Wänden des Kastens, so hörten die Schwingungen entweder ganz auf oder wurden bedeutend kleiner.

Wenn sonach in der That Luftströmungen zu Stande kommen dadurch, dafs sich einmal die zwischen Spiegel und vorderen Glasplatte befindliche Luft, dann der Spiegel und die Glasplatte selbst erwärmen, so sind durch diese Strömungen die früher bemerkten Eigenthümlichkeiten der Drehung des Spiegels wohl zu erklären.

Zunächst liegt der Grund dafür, dafs der Spiegel in verschiedenen Richtungen sich bewegt, wenn das Licht von verschiedenen Seiten auffällt, darin, dafs bei den Versuchen nothwendiger Weise verschiedene Stellen der vorderen Glasplatte und verschiedene Theile der zwischen Glasplatte und Spiegel befindlichen Luftschicht erwärmt wurden, je nachdem die Lampe auf die eine oder andere Seite des Spiegels gestellt wurde. Defshalb gingen die Theile der Strömungen, welche von den beiden eben genannten Erwärmungen herrührten, in den Versuchen mit entgegengesetzten Drehungen nach verschiedenen Stellen und rufen daher auch verschiedene Drehungen hervor.

Die zweite von Crookes beobachtete Eigenthümlichkeit der Umkehr der Bewegung ist nun gleichfalls durch Luftströmungen zu erklären, wenn man die Resultate der oben erwähnten Arbeit von Kundt und Warburg über die Wärmeleitungsfähigkeit der Luft bei verschiedenen Drucken zu Rathe zieht. In diesem Aufsatz ist nachgewiesen, dafs die Leitungsfähigkeit der Luft für Wärme bei Ab-

nahme des Druckes aufserordentlich rasch abnimmt, bei geringen Drucken wohl bemerkt, so dafs bei einem möglichst guten Vacuum sie vollständig verschwindet und nur Wärmestrahlung übrig bleibt. So lange die Wärme nun noch fortgeleitet wird, erwärmen sich die die Wärme fortleitenden Lufttheile selbst — z. B. bei meinen Versuchen die Lufttheile zwischen Glasplatte und Spiegel. — Dagegen erfolgt eine solche Erwärmung nicht, wenn die Wärme nur mittelst Strahlung übergeht. Darauf basirt meine Erklärung für die Umkehrung der Drehung bei geringem Druck. Es müssen bei Atmosphärendruck, wo die Luft die Wärme fortleitet, die Luftströmungen nach dem Spiegel und der zwischen diesem und der äufseren Glasplatte befindlichen Luft stattfinden, während dieselben bei geringem Druck, wo die Wärmeleitung der Luft aufhört, nur nach dem Spiegel gerichtet sind. Bei diesen verschiedenen Strömungsrichtungen der Luft in den beiden angeführten Fällen wird eine Umkehr in der Bewegung des Spiegels, welche durch diese Strömungen hervorgerufen werden, zu erwarten seyn. Dafs die Umkehr in der That hierauf beruhte, dafür bringe ich noch folgenden experimentellen Beweis.

Die von einer Petroleumlampe kommenden Lichtstrahlen wurden durch Linsen auf eine Seite des am Coconfaden befestigten Papierstreifens, auf die linke Seite vom Beobachter aus concentrirt. Die Drehung des Spiegels verlief in folgender Weise:

Beobachtungszeit	Stand des Spiegels
0′ Licht angezündet	506
1′	555
2′	567
2′ 30″	573
3′	568
4′	560
5′	548
7′	507
8′	498

Bei einem zweiten Versuch blieb die Lampe auf derselben Seite stehen; die Lichtstrahlen wurden aber auf die rechte Seite des am Coconfaden befestigten Papierstreifens concentrirt — rechts wieder vom Beobachter aus gerechnet. Die Drehung des Spiegels verlief in folgender Weise:

Beobachtungszeit	Stand des Spiegels
0′	Licht angezündet
1′	481
2′	486
3′	501
4′	511
5′	517
7′	531
8′	547

Beide Versuche wurden unter Atmosphärendruck angestellt.

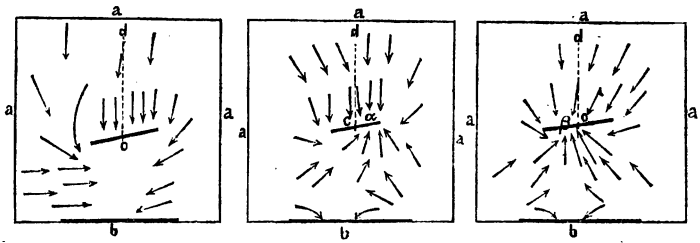
Im ersten Beispiel haben wir also eine Umkehr der Bewegung während ein und desselben Versuchs. Im zweiten Beispiel dreht sich der Spiegel stets nach einer Seite. Die Erklärung dieser Verschiedenheit kann nur gesucht werden in den verschiedenen Bedingungen bei diesen Versuchen, also in der Erwärmung entgegengesetzter Stellen des Papierstreifens. Mit Hülfe der oben angegebenen Erklärungen für die verschiedenen Eigenthümlichkeiten bei den betrachteten Drehungen, läfst sich die dargestellte Wirkung der Veränderung der Stelle, wohin das Licht geworfen wird, wohl begreifen. Es erwärmt sich der Spiegel allmählich, wenn die mit Wärmestrahlen verbundenen Lichtstrahlen auf ihn fallen. Die angränzende Luft erwärmt sich defshalb auch, sie steigt auf und es entstehen so Luftströmungen nach der erwärmten Stelle hin. Die strömende Luft übt einen Stofs gegen den Spiegel aus und dreht ihn in Folge dessen. Sind die Strömungen nun in zwei verschiedenen Fällen, wie in dem gegebenen Beispiel, auf entgegengesetzte Seiten des Spiegels gerichtet, wirkt ihr Stofs an entgegengesetzten Hebelarmen, so müs-

sen auch in den beiden Fällen entgegengesetzte Drehungen hervorgerufen werden. In dem ersten der auf voriger und vorvoriger Seite gegebenen Beispielen wird der Spiegel unter Einfluſs der nach diesem hin gerichteten Luftströmungen gerade nach der entgegengesetzten Seite gedreht wie im zweiten. Nun haben wir auſser den eben erwähnten Strömungen noch die Luftströmungen nach der erwärmten Luft zwischen Spiegel und Glasplatte. Da die Lampe in beiden Beispielen dieselbe Stellung behielt und der Papierstreifen, auf dessen verschiedene Seiten die Lichtstrahlen concentrirt wurden, nur kurz war, so werden die direct erwärmten Lufttheile wesentlich dieselben seyn. Also werden die Luftströmungen nach diesen Theilen in beiden Versuchen dieselbe Richtung haben, mithin den Spiegel auch in demselben Sinne zu drehen suchen. In dem einen Versuch suchen diese Luftströmungen den Spiegel in demselben Sinne zu drehen wie die nach dem Spiegel gerichteten Strömungen; in dem anderen Falle dagegen in entgegengesetztem Sinne. Aus diesem Grunde erfolgt die Umkehr der Bewegungsrichtung in dem ersten der beiden zuletzt wiedergegebenen Versuche, während sie beim zweiten fehlt. In jenem sehen wir beide Bewegungen nacheinander, sowohl die, welche von der directen Erwärmung der die Wärme fortleitenden Lufttheile herrührt, als auch die von der Erwärmung des Spiegels kommende. Ehe der Letztere sich erwärmt, wird eine gewisse Zeit gebraucht, deſshalb überwiegen zuerst die Strömungen nach den erwärmten Luftstellen; später werden diese geringer, weil alle Luft im Kasten sich allmählich erwärmt. Geichzeitig wird der Spiegel mit der Zeit wärmer, wie die umgebende Luft. Die Strömungen nach ihm erhalten somit nach und nach das Uebergewicht über die Strömungen nach den erwärmten Luftstellen; und daher die Umkehr der Bewegungsrichtung. In dem zweiten Versuch, wo beide Strömungen dieselbe Wirkung haben, kann natürlich keine Umkehr stattfinden.

Es wird das Vorstehende vielleicht noch deutlicher in's

Auge springen, wenn ich die Vorgänge bei diesen Bewegungen wenigstens angenähert durch Aufzeichnung der stattfindenden Luftströme zu versinnlichen suche. In den beistehenden Figuren 1, 2 und 3 bedeuten *a* die Wände des Eisenkastens, *b* die vordere Glasplatte und *c* den Spiegel, ⊗ ist der Aufhängungspunkt des Spiegels. Die Pfeile zeigen an die Richtung des nach der erwärmten Luft gehenden Luftstromes.

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.



Figur 1 stellt den extremen Fall dar, in welchem die Luftströmungen nur nach der Luft zwischen Spiegel und Glasplatte hingerichtet sind. Die vor dem Spiegel befindliche Luft hat keinen bewegenden Einfluſs auf den Spiegel. Dagegen wird die hinter dem Spiegel befindliche Luft in dem Bestreben, die Stelle der erwärmten, in die Höhe steigenden Luft vor dem Spiegel einzunehmen, an den Spiegel stoſsen, ihn nach vorwärts bewegen, so daſs unter Einfluſs dieser Stöſse der Letztere scheinbar von der Lichtquelle angezogen wird. Die dabei stattfindende Drehung des Spiegels ist bei der Art, wie ich die Versuche anstellte, wie man leicht sieht, abhängig von der Stellung des Spiegels gegen die vordere Glasplatte und die Lichtquelle.

Die Figuren 2 und 3 stellen den zweiten extremen Fall dar, bei welchem die Strömungen der Luft nur nach bestimmten Stellen des Spiegels gerichtet sind. Die Strömungsrichtung der Luft hinter dem Spiegel wird nicht viel anders seyn wie in dem vorigen Fall. Dagegen strömt die Luft vor dem Spiegel jetzt nach bestimmten Stellen

des Spiegels hin, nach α in Fig. 2, wenn auf α die Lichtstrahlen concentrirt werden, nach β in Figur 3, wenn die Lichtstrahlen in β concentrirt wurden. Die Luft sucht durch ihre Stöfse den Spiegel in bestimmter Weise zu drehen und zwar in dem in Figur 2 dargestellten Fall offenbar in entgegengesetztem Sinne wie in dem der Fig. 3 entsprechenden Fall. Der Sinn der Drehung stimmt also, wie ich früher angab, in dem einen Fall mit dem Sinne der Drehung in dem der Fig. 1 entsprechenden Fall, in dem andern ist die Drehung des Letzteren entgegengesetzt.

Findet man so in der Annahme, dafs die Bewegungen des Spiegels herrühren von Luftsrömungen, eine genügende Erklärung für die letzt geschilderten Versuche, so wird man umgekehrt in einer Möglichkeit dieser Erklärung eine Stütze für diese Annahme finden. Dafs die Art, wie ich den Crookes'schen Versuch erklärte, an den gegebenen letzten Versuchen und den Erklärungen dazu einen starken Anhalt hat, liegt auf der Hand. Dazu kommt noch, dafs die Erscheinungen in den Fällen, wo allmählig ausgepumpt wurde, vollständig mit den gegebenen Erklärungen stimmen. Je verdünnter die Luft in dem Kasten war, desto kleiner wurde die erste Bewegung nach Seite der gröfseren Zahlen, bis zuletzt Letztere verschwand und nur die Bewegung nach Seite der kleineren Zahlen stattfand.

Schliefslich hebe ich noch hervor, dafs die Bewegungen des Spiegels namentlich bei Atmosphärendruck sehr davon abhängen, wie der Spiegel gestellt ist zu den einfallenden Lichtstrahlen. Das stimmt ebenfalls mit der Erklärung durch Luftströmungen, weil die Erwärmung des Spiegels eine andere ist, je nach dem Winkel unter welchem die Lichtstrahlen auffallen, und dann, weil die Stellung des Spiegels gegen die strömende Luft dabei eine andere wird.

Während ich die vorstehende Arbeit niederschreibe, kommt die neueste Arbeit von Crookes über Anziehung und Abstofsung durch Lichtstrahlen [1]) zu meiner Kenntnifs.

1) *Proceedings of the Royal Society Vol. XXIII, No.* 161.

Dieselbe enthält keine neue Versuche, welche nicht durch Luftströmungen der oben beschriebenen Art erklärt werden könnten. Die Abhängigkeit des sogenannten neutralen Punktes, — wie Crookes den Druck des den Spiegel umgebenden Gases nennt, bei welchem die Bewegungsrichtung des Spiegels sich umkehrt, — von der Natur der am Cocon- oder Glasfaden befestigten Körper, auf welche die Lichtstrahlen fallen, ist eine Folge davon, dafs diese Körper sich verschieden rasch erwärmen. Daher überwiegt die Intensität der nach ihnen gerichteten Luftströme die Intensität der nach der zwischenliegenden Luft gerichteten Ströme bald früher bald später.

Die früher erwähnte Idee, diese Bewegungen zu benutzen zur Construction eines Thermoskopes, hat, wie ich aus der erwähnten Arbeit sehe, Crookes schon verwandt zu seinem dort beschriebenen Radiometer.

Berlin, 20. Juli 1875.

VIII. *Ueber den Gebrauch des Elektrometers zur Bestimmung der Stromesintensität, der Polarisation und des Widerstandes;* von *Fr. Fuchs.*

Mittels eines genügend empfindlichen Elektrometers kann der Potentialunterschied zweier Punkte einer offenen oder geschlossenen Kette ohne Hülfe condensirender Vorrichtungen gemessen werden. Es versteht sich demnach ganz von selbst, dass man die Stromesintensität, die Polarisation, die Widerstände und überhaupt alles was sich aus Beziehungen der Spannungsunterschiede herleiten läfst, auf elektrometrischem Wege zu ermitteln vermag. Die Methodik derartiger Bestimmungen ist indessen noch wenig oder gar nicht ausgebildet worden; ich darf demnach hoffen,

dafs der folgende kleine Beitrag nicht ganz ohne Nutzen seyn wird.

Zur Messung der Potentialunterschiede diente das von Prof. Hankel nach dem Princip des Fechner-Bohnenberger'schen Instrumentes construirte Goldblattelektrometer. Die Platten desselben sind mit den Polen einer in der Mitte zur Erde abgeleiteten, aus Zink, Kupfer und Wasser gebildeten Säule von 100 oder 200 Elementen verbunden. Die Ausschläge des Goldblattes werden an dem Ocularmikrometer eines Mikroskops bei etwa 70- oder 125facher Vergröfserung abgelesen. Die verschiedenen Theile der angewendeten Commutatoren sind nach Hankel's Angabe durch Schellack oder Siegellack isolirt. Zur Herstellung der nöthigen Verbindungen werden ausschliefslich Kupferdrähte benutzt.

Bei der gewöhnlichen Versuchsanordnung wird das zu untersuchende Object zwischen zwei in der Folge Ableiter genannte Drähte a, a' eingeschaltet, deren freie Enden durch einen Commutator mit einer Erdleitung t und einer zum Goldblatt führenden Leitung g derartig vereinigt werden, dafs in der ersten Lage a mit g, a' mit t, in der zweiten a mit t, a' mit g in Verbindung steht. Der Ausschlag — so werde kurzweg die bei der Umlegung des Commutators entstehende Ablenkung genannt — ist alsdann das Maafs des Potentialunterschiedes zwischen den Ableitern. Werden demnach nacheinander zwei offene Elemente zwischen die letzteren gebracht, so verhalten sich die Ausschläge wie die elektromotorischen Kräfte. Die Proportionalität zwischen Ausschlag und Spannungsunterschied ist dadurch verbürgt, dafs die Ablenkung durch zwei hintereinander verbundene Elemente der Summe der durch die einzelnen Elemente hervorgerufenen Ablenkungen gleich ist. So ergaben sich beispielsweise die Zahlen: erster Daniell: 15,9; 15,8; zweiter Daniell: 16,4; 16,4; erster und zweiter Daniell hintereinander: 32,0; 32,0.

Sind in der Folge mehrere Potentialdifferenzen nacheinander zu bestimmen, so wird die Vertauschung der

mit den Ableitern zu verbindenden Punkte durch einen Commutator mit herausgenommenem Kreuze bewerkstelligt, so dafs sich die zusammengehörigen Werthe der Spannungsunterschiede in wenigen Secunden ermitteln lassen.

1. *Stromesintensität.* Stehen die Ableiter mit den Enden eines in einem Stromkreise befindlichen metallischen Leiters in Contact, so sind die Ausschläge dem Gefälle und somit auch der Intensität des Stromes proportional. Ein Vorzug der elektrometrischen Methode ist es, dafs sie es erlaubt, die Stromstärke ohne Weiteres in chemischem Maafse anzugeben. Es sey nämlich d der Ausschlag durch den Potentialunterschied eines offenen Daniell'schen Elementes; es sey ferner s der Ausschlag durch den Spannungsunterschied eines in einer geschlossenen Kette befindlichen, metallischen Widerstandes von n Siem. Einheiten. Unter Berücksichtigung, dafs nach einer Bestimmung von Buff ein Strom, welcher in einer Kette von der elektromotorischen Kraft eines Daniell und dem Widerstande einer Siemen'schen Einheit circulirt, in der Secunde 0,0117 Milligramm Wasserstoff freimacht, ergiebt sich alsdann die Stromstärke i aus der Formel

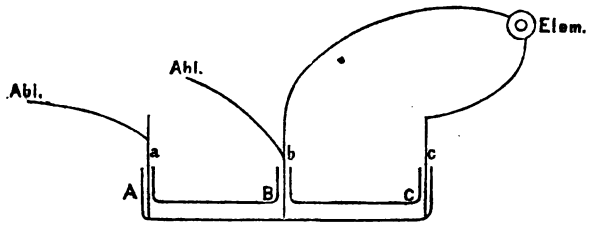
$$i = \frac{s \,.\, 0{,}0117}{d \,.\, n}$$

wobei also demjenigen Strome die Einheit der Intensität beigelegt wird, welcher in einer Secunde ein Milligr. H entbindet oder 9 Milligr. Wasser zerlegt. In den später anzuführenden Zahlenbeispielen sind die so gewonnenen Werthe noch mit 100000 multiplicirt. Die Zahlen geben alsdann die in 100000 Secunden freiwerdende Wasserstoffmenge in Milligr. an.

2. *Polarisation.* Prof. Tait hat in einer Anzahl von Versuchen mittels des Quadrantenelektrometers die Gesammtpolarisation zweier in einem Elektrolyten befindlichen Metallelektroden unmittelbar nach der Oeffnung des Stromkreises bestimmt. Man kann auf elektrometrischem Wege jedoch auch die Polarisation einer einzelnen Elektrode und

zwar — was immer vorzuziehen — bei geschlossener Kette ermitteln.

In den Schenkeln *A*, *B*, *C* einer mit dem Elektrolyten gefüllten Glasröhre stehen, bis zum Grunde derselben ragend, die drei Elektroden *a*, *b*, *c*; *a* ist die indifferente, *b* und *c* sind die den Strom zu- und abführenden Elektroden; *a* und *b* werden mit den Ableitern verbunden.



Wenn *a* und *b* gleichartige Platinelektroden sind, so entsteht vor der Herstellung des Stromkreises kein Ausschlag, da die Spannungsdifferenzen Cu | Pt + Pt | Elektrolyt + Elektrolyt | Pt + Pt | Cu sich gegenseitig aufheben. Sofort nach Schliefsung der Kette jedoch zeigt eine gewöhnlich sehr grofse Ablenkung die bei *b* entstandene Polarisation an. Da die indifferente Elektrode hier nicht zwischen der Anode und der Kathode, sondern seitwärts von einem ohne erheblichen Fehler als linear zu betrachtenden Stromesfaden steht, so kann der Ausschlag ohne Weiteres als das Maafs der an der Elektrode *b* entstandenen Polarisation angesehen werden. Sind demnach *g* und *d* die Ablenkungen durch die Polarisation und einen offenen Daniell, so ist die Gröfse der ersteren gleich $\frac{g}{d}$ Daniell.

Uebrigens wird es im Allgemeinen zweckmäfsiger seyn als indifferente eine unpolarisirbare Elektrode zu benutzen, welche eventuell in indirecter Weise unter Anwendung poröser Diaphragmen usw. mit dem Schenkel *A* in Verbindung gesetzt werden kann. Bei dieser Anordnung besteht alsdann von Hause aus zwischen den Elektroden *a*

und *b* eine Spannungsdifferenz, welche von der nach dem Kettenschlusse vorhandenen abzuziehen resp. zu derselben zu addiren ist.

Als Beispiel führe ich einen Versuch an, bei welchem die Röhre mit einer bei 16° Reaum. gesättigten Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd gefüllt war. Die im Schenkel *A* befindliche, indifferente Elektrode *a* sowie die Kathode *c* waren von Kupfer; die zu polarisirende, als Anode dienende Elektrode *b* war von Platin. Es wurde nun bestimmt:

1) der Ausschlag durch die Spannungsdifferenz der mit *a* und *b* verbundenen Ableiter vor dem Kettenschlusse (*e*) und
2) während der Durchströmung der Strecke *bc*, etwa 10 Minuten nach Herstellung des Kreises (*g*);
3) der Ausschlag durch den Spannungsunterschied eines im Stromkreise befindlichen Widerstandsetalons von 1000 Siemens'schen Einheiten (*s*);
4) der Ausschlag durch die Potentialdifferenz eines offenen Daniell'schen Elementes (*d*). Der Berechnung der Polarisation und der Stromstärke wird das Mittel aus den Werthen von *d* beim Anfange und dem Ende des Versuches zu Grunde gelegt.

Aus diesen Daten ergiebt sich

1) die ursprüngliche Potentialdifferenz α der Ableiter (Cu | Kupferlösung + Kupferlösung | Pt + Pt | Cu)

$$\alpha = \frac{e}{d} \text{ Daniell};$$

2) die Polarisation p der Elektrode *b*

$$p = \frac{g}{d} - \alpha;$$

3) die Stromesintensität i

$$i = \frac{0{,}0117 \,.\, s}{1000 \,.\, d} . 100000.$$

$d = 16{,}1;\ 16{,}2.$

Zahl der Elemente	Ausschläge	Werthe von α, p und i
0	$s = 3{,}0$	$\alpha = 0{,}19$
6	$g = 24{,}6$ $s = 35{,}5$ $g = 24{,}3$ $s = 35{,}6$	$p = 1{,}31$ $i = 2{,}56$
5	$g = 24{,}7$ $s = 28{,}0$ $g = 24{,}2$ $s = 28{,}0$	$p = 1{,}31$ $i = 2{,}02$
4	$g = 24{,}2$ $s = 20{,}5$ $g = 24{,}0$ $s = 20{,}2$	$p = 1{,}29$ $i = 1{,}46$
3	$g = 23{,}3$ $s = 12{,}4$ $g = 23{,}5$ $s = 12{,}5$	$p = 1{,}25$ $i = 0{,}90$
2	$g = 22{,}8$ $s = 4{,}4$ $g = 22{,}4$ $s = 4{,}4$	$p = 1{,}20$ $i = 0{,}32$
1	$g = 15{,}4$ $s =$ Spur $g = 15{,}4$ $s =$ Spur	$p = 0{,}76$ i unbestimmbar

$d = 16{,}3;\ 16{,}4.$

Wurde die Platinelektrode b durch eine Kupferelektrode ersetzt, so entstand bei der Durchleitung eines Stromes von 6 Dan. Elementen durch die Strecke bc ein kleiner Ausschlag von etwa 0,2 eines Scalentheiles, welcher wohl noch hauptsächlich durch die schwache Polarisation der Kupferelektrode bedingt war.

Bei der hier angewendeten seitlichen Einstellung der

indifferenten Elektrode kann daher das Stromgefälle unbedenklich vernachlässigt werden.

3. *Widerstände.* Sind α und β die Ausschläge durch die Potentialunterschiede zweier in einem Stromkreise befindlichen Leiter von dem Widerstande x und w, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze $x = \frac{\alpha}{\beta} w$. Hierbei wird natürlich vorausgesetzt, dafs an den mit den Ableitern verbundenen Stellen des zu untersuchenden Leiters keine Polarisation stattfindet. Da man nun innerhalb einer vom Strome durchsetzten Flüssigkeitsstrecke immer zwei beliebige Punkte auswählen und den Potentialunterschied derselben mit dem eines bekannten metallischen Widerstandes vergleichen kann, so dürfte die elektrometrische Methode sich namentlich zur Bestimmung des Widerstandes der Elektrolyte eignen.

Beispielsweise war 19,5 der Ausschlag durch den Potentialunterschied einer intrapolaren Nervenstrecke — 6^{mm} eines isch. ran. — und 9,7 die Ablenkung durch den Spannungsunterschied eines in derselben Kette befindlichen, metallischen Widerstandes von 17600 Siemen'schen Einheiten; der Widerstand der Nervenstrecke war demnach gleich $\frac{19,5}{9,7} . 17600 =$ abgek. 35400 Siem.

Je gröfser der zu bestimmende Widerstand ist, um so mehr ist der Gebrauch des Elektrometers, um so weniger der des Galvanometers zur Messung desselben angezeigt.

4. *Der Widerstand unpolarisirbarer Elemente.* Ist E der Ausschlag durch den Potentialunterschied eines offenen, ist s der Ausschlag durch den Spannungsunterschied der Pole desselben, durch einen bekannten Widerstand w geschlossenen Elementes, so ergiebt sich der Widerstand (W) des letzteren aus der Gleichung

$$s = \frac{w}{W + w} E, \text{ mithin } W = w\left(\frac{E}{s} - 1\right).$$

So waren in einem Versuche die Daten für ein Daniell'sches Element $w = 1$ Siem., $E = 16,0$, $s = 10,4$, also

$$W = \frac{16,0}{10,4} - 1 = 0,54 \text{ Siem.}$$

II. Das Hankel'sche Elektrometer gehört entschieden zu den vorzüglichsten Hülfsmitteln der physikalischen Untersuchung. Die Spannung der Elektricität an den Platten ist eine sehr constante; durch Aenderung der Elementenzahl in der mit den Platten verbundenen Säule kann die Empfindlichkeit des Instrumentes leicht und schnell variirt werden; bei der vortrefflichen Dämpfung des Goldblattes erfordert die Vergleichung zweier Potentialunterschiede einen Zeitraum von nur wenigen Secunden.

Dagegen läfst das Instrument als Meſsapparat Einiges zu wünschen übrig. Bei geringerer Empfindlichkeit fällt der Schätzungsfehler der Decimalen ins Gewicht; bei gröſserer ist die Stabilität des Goldblattes, die Bildschärfe des in den beiden Endlagen zu fixirenden Punktes, die Proportionalität zwischen dem Ausschlage und der Potentialdifferenz beeinträchtigt. Bei einer möglichst günstigen Disposition des Elektrometers mag der Fehler der Messung immer noch zwei Procent betragen.

Eine gröſsere Genauigkeit habe ich durch eine Vereinigung der elektrometrischen mit der Poggendorff'schen Compensationsmethode zu erreichen gesucht. Das Verfahren schlieſst sich an die von *Du Bois-Reymond* bei der Bestimmung elekromotorischer Kräfte benutzte Modification derselben an.

Man kann nach der Compensationsmethode zwar auch bei Anwendung des Galvanometers die Potentialunterschiede eines geschlossenen Kreises untereinander oder den Spannungsunterschied einer geschlossenen mit dem einer offenen Kette vergleichen. So wird dieselbe von Beetz zur Messung des inneren Widerstandes der Elemente, von Paalzow zur Messung der elektromotorischen Kräfte geschlossener, polarisirbarer Ketten verwendet. Ebenso kann man auch die vorher mit dem Elektrometer vollzogenen Bestimmungen der Stromesintensität, der Polarisation und des Widerstandes nach der ursprünglichen Compensationsmethode ausführen. Hält man den Widerstand des Maafskreises constant, so verhalten sich die nach der Compen-

sation an der Scale abgelesenen Drahtlängen wie die Potentialunterschiede und die oben angeführten Formeln bleiben demnach noch gültig, wenn die Drahtlängen für die Ausschläge des Goldblattes substituirt werden. In den Fällen jedoch, in welchen der Widerstand zwischen den auf ihren Spannungsunterschied zu untersuchenden Punkten ungewöhnlich grofs ist, in welchen der vorübergehend im Galvanometerkreise circulirende Strom den zu bestimmenden Potentialunterschied erheblich verändern würde, dürfte der hier zu beschreibende Gebrauch des Elektrometers den Vorzug verdienen.

In einem Säulenkreise (Maafskreise) befindet sich ein über eine Scale von 1000 Millimetern gespannter Platin- oder Neusilberdraht (Maafsdraht). In metallischem Contact mit demselben steht ein über der Scale beweglicher Schieber von Kupfer oder Messing, welcher an den mit der Hand anzufassenden Stellen durch Schellack wohl isolirt ist.

Das Gefälle der Elektricität im Maafsdrahte läfst sich graphisch durch eine gerade Linie darstellen, welche den Draht im Allgemeinen in irgend einem Punkte, dem Indifferenzpunkte, schneidet. Die Neigung dieser Linie ist durch die Stromesintensität im Maafskreise völlig bestimmt.

Eine feste Lage nimmt dieselbe jedoch erst an, wenn ein Punkt der Maafskette gezwungen wird, eine bestimmte Spannung unveränderlich zu behaupten; alsdann ist auch der Ort des Indifferenzpunktes, also desjenigen Punktes, an welchem die Spannung Null herrscht, festgestellt.

Der Anfang des Maafsdrahtes, d. h. die über dem Nullpunkte der Theilung befindliche Stelle desselben, wird nun der Bedingung unterworfen, nacheinander die zu vergleichenden Spannungen s_1 und s_2 anzunehmen und in beiden Fällen wird die Lage des Indifferenzpunktes im Maafsdrahte in der noch anzugebenden Weise ermittelt. Sind s_1 und s_2 positiv, so mufs der Strom der Maafskette in der Richtung vom Nullpunkte gegen das Ende

der Scale, sind sie negativ, so muſs er in umgekehrter Richtung flieſsen. Bezeichnet man nun mit l_1 und l_2 die den Spannungen s_1 und s_2 entsprechenden Abstände des Indifferenzpunktes vom Nullpunkte der Theilung, so besteht unter der Voraussetzung, daſs sich die Stromesintensität der Maaſskette in dem kurzen Zeitraume des Versuches nicht geändert hat, die einfache Relation

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Der Ort des Indifferenzpunktes wird mittelst des Elektrometers bestimmt. Man läſst das Goldblatt durch einen Commutator abwechselnd mit einer Erdleitung und dem den Maaſsdraht berührenden Schieber in Verbindung treten und führt den letzteren in die Lage, bei der jenes seine Stellung in Folge der Umlegung des Commutators nicht mehr ändert. Bei der vortrefflichen Dämpfung des Goldblattes kann der Schieber in einem Zuge auf den Indifferenzpunkt eingestellt werden. Der Abstand desselben vom Nullpunkte der Theilung wird unmittelbar an der Scale abgelesen.

Da es bei diesem Verfahren auf die Proportionalität zwischen Ausschlag und Potentialdifferenz nicht mehr ankommt, so wird man sich bemühen, dem Elektrometer den höchsten Grad der durch Plattenstellung, Säule und Mikroskop erreichbaren Empfindlichkeit zu geben. Befanden sich zwei Bunsen'sche Elemente im Maaſskreise, 370 Zink-Kupferelemente an den Platten, so umfaſste die als indifferent erscheinende Strecke des Maaſsdrahtes immer noch etwa drei Scalentheile. Da eine veränderliche Ruhelage des Goldblattes die Beobachtung ziemlich erschwert, so wird eine höhere Empfindlichkeit des Elektrometers vermuthlich eher mittels eines stärkeren Oculars als mittels einer gröſseren Säule zu erreichen seyn. Gleichwohl ist aber auch unter diesen Umständen der Fehler der Messung bei geeigneter Gröſse der zu bestimmenden Spannung kleiner als ein Procent.

Zur Erläuterung der Methode führe ich einige Ver-

suche an. Bei der Beschreibung derselben wird der über dem Nullpunkte der Theilung befindliche Anfang des Maafsdrahtes mit dem positiven, das Ende desselben mit dem negativen Pole von zwei Bunsen'schen Elementen verbunden gedacht.

1. *Elektromotorische Kräfte.* Der positive Pol eines am anderen Pole zur Erde abgeleiteten Daniell'schen Elementes wird mit dem Anfange des Maafsdrahtes vereinigt; die Lage des Indifferenzpunktes wird in der angegebenen Weise durch abwechselnde Verbindung des Goldblattes mit dem Schieber und der am negativen Pole befindlichen Erdleitung ermittelt. Ebenso wird alsdann mit einem zweiten Elemente verfahren. Sind d und b die Abstände des Indifferenzpunktes, so verhalten sich die elektromotorischen Kräfte wie d zu b.

So ergaben sich bei der Vergleichung eines Daniell'schen und eines Bunsen'schen Elementes die Zahlen: $d = 410$; $b = 673$; $d = 409$; $b = 674$. Die elektromotorische Kraft des Bunsen'schen Elementes war also gleich

$$\frac{673{,}5}{409{,}5} = 1{,}64 \text{ Daniell.}$$

Das Verfahren eignet sich namentlich zur Bestimmung der elektromotorischen Kräfte polarisirbarer oder sehr schlecht leitender Elemente.

Ist das Potential der Erdleitung nicht Null, sondern in Folge des Contactes mit der Erde bis zu irgend einem Betrage positiv oder negativ, so ist dieser Umstand doch, wie die folgende Ueberlegung zeigt, ohne allen Einfluſs auf die Bestimmung.

Je nachdem nämlich in der Erdleitung die Spannung Null, $+a$ oder $-a$ herrscht, ist der Anfang des Maafsdrahtes der Bedingung unterworfen, eine positive Spannung p, $p+a$ oder $p-a$ anzunehmen. Das Goldblatt bleibt bei der Umlegung des die abwechselnde Verbindung mit dem Schieber und der Erdleitung besorgenden Commutators in Ruhe im ersten Falle, wenn die Spannung desselben in beiden Lagen Null, im zweiten, wenn sie in beiden Lagen $+a$, im dritten, wenn sie $-a$ ist. Da nun die

Spannung im Maafsdrahte bei gegebenem Stromgefälle auf derselben Strecke vom Werthe $p + a$ bis $+ a$ oder von $p - a$ bis $- a$ wie vom Werthe p bis Null herabsinkt, so folgt, dafs der Schieber in allen diesen Fällen auf denselben Punkt des Maafsdrahtes eingestellt wird.

Ebenso läfst sich zeigen, dafs von den aus den verschiedenen Metallcontacten resultirenden Spannungsdifferenzen nur diejenigen bei der Messung in's Gewicht fallen, welche die elektromotorische Kraft des Elementes mitbestimmen.

2. Die Polarisation einer Platinelektrode, welche sich als Anode in einer bei 16° Reaum. gesättigten Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd befand, wurde mit Benutzung der Seite 159 abgebildeten Röhre ermittelt. *a* und *c* sind Kupferelektroden, *b* ist eine Platinelektrode; *a* ist mit der Erde, *b* mit dem Anfange des Maafsdrahtes vereinigt. Bei der Bestimmung des Indifferenzpunktes tritt das Goldblatt abwechselnd mit dem Schieber und der an der Elektrode *a* befindlichen Erdleitung in Verbindung. In der Tabelle bedeutet *e* den Abstand des Indifferenzpunktes vor der Durchleitung des Stromes durch den Elektrolyten. *g* ist der Abstand desselben, während der Strom einer Säule, deren Elementenzahl in der ersten Spalte angegeben ist, von der Elektrode *b* nach *c* fliefst. Die Bestimmung erfolgt 5 bis 10 Minuten nach Herstellung des Kreises.

Ferner bedeutet *d* den Abstand des Indifferenzpunktes bei Verbindung des Maafsdrahtanfanges mit dem positiven Pole eines am negativen Pole zur Erde abgeleiteten Elementes. *s* ist endlich der Abstand des Indiffererenzpunktes nach Vereinigung des Maafsdrahtanfanges mit dem positiven Ende eines im polarisirenden Stromkreise befindlichen Widerstandsetalons von 600 Siemens'schen Einheiten, dessen negatives Ende zur Erde abgeleitet wird.

Da sich das Stromgefälle im Maafsdrahte auch bei rascher Aufeinanderfolge der Bestimmungen etwas ändern kann, so werden die Werthe *d* und *s* sowohl vor als nach der Ermittlung von *g* festgestellt.

Aus den so gewonnenen Daten ergiebt sich erstens die

ursprüngliche Potentialdifferenz α zwischen den Elektroden a und b

$$\alpha = \frac{e}{d},$$

zweitens die Polarisation p der Platinelektrode

$$p = \frac{g}{d} - \alpha,$$

wobei die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes gleich Eins gesetzt wird, und

drittens die Stromesintensität in chemischem Maafse

$$i = \frac{0{,}0117 \,.\, s}{[600 \,.\, d} \,.\, 100000.$$

Zahl der Elemente	Abstand des Indifferenzpunktes	α, p und i
0	$d = 405$ $e = 94$ $d = 400$	$\alpha = 0{,}23$
5	$s = 500$ $d = 392$ $g = 569$ $d = 392$ $s = 497$	$p = 1{,}22$ $i = 2{,}48$
4	$s = 353$ $d = 394$ $g = 575$ $d = 393$ $s = 352$	$p = 1{,}23$ $i = 1{,}75$
3	$s = 209$ $d = 385$ $g = 558$ $d = 386$ $s = 209$	$p = 1{,}21$ $i = 1{,}11$
2	$s = 80$ $d = 389$ $g = 540$ $d = 389$ $s = 79$	$p = 1{,}16$ $i = 0{,}40$
1	s unbestimmbar $d = 385$ $g = 379$ $d = 385$	$p = 0{,}75$ i unbestimmbar

3. *Widerstände.* Zur Vergleichung der zwischen den Punkten p, n und p', n' liegenden Widerstände zweier Leiter werden die letzteren in den Kreis einer in der Richtung von p nach n und ebenso von p' nach n' fliefsenden Stromes gebracht. Nacheinander werden p und p_1 mit dem Anfange des Maafsdrahtes verbunden. Zur Lagebestimmung des Indifferenspunktes kann man auch hier das Goldblatt alternirend mit dem Schieber und einer bei n resp. n' befindlichen Erdleitung in Contact treten lassen; zweckmäfsiger ist es jedoch die Einrichtung zu treffen, dafs die am Schieber befindliche Goldblatt- und die bei n resp. n' befindliche Erdleitung bei der Umlegung des Commutators vertauscht werden. Der Ausschlag ist alsdann doppelt so grofs wie im ersteren Falle. Die Widerstände verhalten sich einfach wie die Abstände des Indifferenzpunktes vom Nullpunkte der Theilung. Ich habe auch dieses ganz allgemein bei den Elektrolyten anwendbare Verfahren zur Bestimmung des Widerstandes intrapolarer Nervenstrecken benutzt, wobei die Potentialdifferenz derselben mit dem Spannungsunterschiede eines Etalons von 10000 Siemens'schen Einheiten verglichen wurde.

IX. *Ueber einen Polarisationsapparat mit rotirendem Zerleger; von E. Mach.*

Bei Gelegenheit von Versuchen über den Einfluſs des Druckes auf die Doppelbrechung des Quarzes, die ich mit Herrn Studiosus Merten angestellt habe, verfiel ich auf die Construction eines Polarisationsapparates mit rotirendem Zerleger. Diese Construction ist kurz beschrieben im Anzeiger der Wiener Akademie vom 4. Februar 1875

(No. 4) und etwas ausführlicher in der am 22. Juli übergebenen Arbeit. Da ich nun im verflossenen Sommersemester den Apparat erpropt und für Vorlesungsversuche vorzüglich geeignet gefunden habe, da ferner W. Spottiswoode (wie mir durch eine mündliche Mittheilung des Herrn Prof. Rensch bekannt wurde) einige Monate nach meiner ersten Mittheilung einen ähnlichen Apparat beschrieben hat (*Philosophical Magazine* 1875, *June*, *p.* 472), so nehme ich keinen Anstand die Beschreibung hier zu geben.

Das Licht der Sonne oder der elektrischen Lampe passirt ein Nicol N_1 und geht dann durch eine etwa 40^{cm} lange, 3^{cm} weite Röhre AB, welche an den Enden A und B je in drei Frictionsrollen läuft und durch ein Schwungrad und einen in der Mitte der Röhre angebrachten Schnurlauf um ihre Axe in rasche Rotation versetzt werden kann. Am Ende A wird ein Nicol N_2 mit einer Blendung k eingefügt, welche eine quadratische oder eine spaltförmige Oeffnung enthält. Am Ende B befindet sich ein um 6 bis 10^0 ablenkendes Crownglasprisma P, welches die aus der Röhre tretenden Strahlen in der Polarisationsebene von N_2 ablenkt. An das Ende B stellt man eine Linse L, welche von der Oeffnung der Blendung k auf einen Schirm S ein scharfes Bild entwirft. Wenn nun AB sammt N_2 k und P rotirt wird, so sehen wir das analysirte Bild zugleich mit dem Azimutwechsel des Zerlegers im Kreise herumgehen.

Bei rascher Rotation sehen wir also alle Bilder in einem Ringe neben einander, die mit den gebräuchlichen Apparaten sonst nur nach einander gesehen werden können. Hiebei ergeben sich nun sehr instructive Vorlesungsversuche.

1. Lassen wir einfach durch N_1 linear polarisirtes Licht eintreten, so erhalten wir einen halben Ring, der an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen durchbrochen ist. Die Unterbrechungen werden matt oder verschwinden ganz, wenn man durch Einfügen einer Viertelundulationsplatte L zwischen N_1 und N_2 das Licht in elliptisches oder circulares umwandelt.

2. Ein senkrecht zur Axe geschnittener Quarz zwischen N_1 und N_2 eingeschaltet giebt einen Ring, in welchem alle Farben des Quarzes nebeneinander angeordnet sind. Der ganze Farbenkreis dreht sich, wenn man einen Soleil'schen Doppelkeil hinzufügt oder den Quarz senkrecht auf die Axe drückt.

3. Ein Gypsblättchen zwischen N_1 und N_2 eingeschaltet mit den Hauptschwingungsrichtungen unter 45° gegen die Polarisationsebene von N_1 giebt einen hellen Ring, in welchem complementar gefärbte Theile durch weifse Ringstücke getrennt sind.

4. Fügt man dem ablenkenden Prisma *P* noch ein Prisma II mit gerader Durchsicht hinzu, so ergeben sich neue Experimente. Man kann II so stellen, dafs in dem hellen Ring das Violet innen, das Roth aufsen erscheint, wobei natürlich eine Blendung *k* mit spaltförmiger zur Dispersionsrichtung senkrechter Oeffnung verwendet wird. Eine senkrecht zur Axe geschnittene, eingeschaltete Platte eines rechts drehenden Quarzes giebt dann einen aufsen spectral rothen, innen violetten Ring, welcher von schwarzen Spiralen durchzogen ist, die von aufsen nach rechts innen laufen, wenn der Beobachter nach der Richtung *BA* sieht, also auf einen durchscheinenden Schirm oder direct subjectiv beobachtet. — Eine dünne axenparallele Quarzplatte giebt unter gleichen Umständen einen farbigen Ring, in dem sich (wegen der spectralen Auflösung) schwarze concentrische Ringsegmente befinden.

5. Es versteht sich, dafs sich der Apparat auch mit geringen Aenderungen verwenden läfst, um Dove's Nachahmung des unpolarisirten Lichtes oder von Lang's Nachahmung des Kreuzes der Krystalllinse und der Haidinger'schen Büschel zu zeigen. Auch die Ringsysteme einaxiger Krystalle lassen sich mit Hülfe desselben nachahmen. Auf weitere Experimente, welche sich nach der Analogie von selbst ergeben, will ich hier nicht eingehen.

Wegen weiterer Details mufs ich auf die oben citirten Noten verweisen. Ich habe eine Form des Apparates für

subjective und eine andere für objective Demonstrationen verwendet. Letztere Form wird gegenwärtig von Herrn Mechanikus W. Albert in Frankfurt a. M. (Neue Mainzerstr. No. 34) angefertigt.

X. *Zur Theorie der Influenzmaschine; von W. Veltmann.*

In meiner Arbeit über die Influenzmaschine in Band 141 der Annalen ist am Schlusse (S. 530) gesagt: „Bekanntlich mufs bei der Holtz'schen Maschine die drehbare Scheibe sehr dünn seyn, je dünner sie ist, um so vollkommener verhält sie sich, wie eine für die Elektricität undurchdringliche geometrische Fläche.“ Gegen den ersteren Theil dieser Behauptung bemerkt Hr. Poggendorff in Bd. 152 der Annalen (S. 512), er habe schon im Jahre 1869 Versuche beschrieben, zufolge welchen die Scheibe eine Dicke bis zu drei Linien haben könne, ohne dafs die Wirkung merklich geringer werde. Mir war dies zwar bekannt; jedoch ist es mir bei der Ausarbeitung meiner Theorie nicht erinnerlich gewesen; vielmehr folgte ich der Angabe des Hrn. Holtz in Bd. 130 der Annalen S. 290, dafs geringe Dicke der Scheibe eine durchaus wesentliche Eigenschaft derselben sey. Blofs aus meiner Theorie würde ich diefs jedenfalls nicht gefolgert haben, wenn ich es auch als in Uebereinstimmung damit hinstellen konnte. Im Gegentheil, ein näheres Eingehen auf die in Betracht kommenden theoretischen Verhältnisse würde dasselbe Resultat ergeben haben, wie die Versuche des Hrn. Poggendorff. Es ist nämlich bekannt, dafs das Potential eine Function ersten Grades des Abstandes von derselben ist, die Wirkung in irgend einem Punkte also von dem Abstande des-

selben unabhängig ist. Dasselbe gilt nun auch bei ebenen Flächen von endlicher Gröfse für verhältnifsmäfsig kleine Abstände, demgemäfs ist also auch das in Bd. 151 S. 514 Gesagte dahin zu berichtigen, dafs die Leitungsfähigkeit der Maschine nur um eine unerhebliche Gröfse zunehmen würde, wenn die rotirende Scheibe die Eigenschaft hätte, senkrecht zu ihrer Fläche die Elektricität durchzulassen.

Wenn aber Hr. Poggendorff ferner bemerkt, meiner Theorie zufolge solle die Scheibe senkrecht zu ihrer Fläche ein Leiter seyn, so mufs dieſs auf einem Irrthume oder Mifsverständnisse beruhen. Vielmehr habe ich (S. 516 in Bd. 151) ausdrücklich gesagt, um die Erscheinungen an der Influenzmaschine zu erklären, sey es gar nicht nöthig, den Isolatoren irgend welche besondere Eigenschaften aufser den längst bekannten beizulegen. Es war dieſs gegen einen Theil der von Hrn. Rieſs in Bd. 140 der Annalen gegebenen Theorie gerichtet, wo behauptet ist, durch die Wirkung des negativen Inducenten auf den an der anderen Seite befindlichen Metallkamm würden *beide* Flächen der Scheibe positiv elektrisch. Dieſs setzt natürlich voraus, dafs positive Elektricität entweder durch die Scheibe hindurch oder aus derselben herausgezogen wird. Da nun jede Stelle der Scheibe während einer Umdrehung ihren elektrischen Zustand zweimal in den entgegengesetzten verwandelt, so würde hieraus eine so schnelle Bewegung der Elektricität im Glase folgen, wie sie nur einem Leiter zukommen kann. Sehr dünne Glasschichten lassen allerdings die Elektrität ziemlich schnell durch, wie Poggendorff durch entscheidende Versuche nachgewiesen hat (Annalen Bd. 134, S. 304). Dieſs kann jedoch keine Anwendung finden auf die Influenzmaschine, da deren Scheibe nicht entfernt eine so geringe Dicke besitzt.

XI. *Studium kalter Streifen dunkler Spectren; von HH. P. Desains und Aymonet.*

(*Compt. rend. T. LXXXI, p.* 423.)

Wenn man ein dünnes Strahlenbündel der Drummond'schen Lampe durch ein Steinsalzprisma zerstreut und die Wärmevertheilung in dem so erhaltenen Spectrum untersucht, so zeigt es keine solche kalte Streifen wie das Sonnenspectrum. Man kann aber doch diese Streifen entwickeln. Dazu braucht man nur die Strahlen zu zwingen, vor ihrem Einfall auf das Prisma, ein zweckmäfsig gewähltes Absorbens zu durchdringen. Einer von uns stellte diesen Satz schon vor einigen Jahren auf. Wasser und Salzlösungen waren die Absorbentien, welche am häufigsten angewandt wurden.

Wir haben diese Studien wieder aufgenommen und bitten um Erlaubnifs, hier einige unserer Resultate mittheilen zu dürfen.

Als Wärmequelle haben wir immer die Lampe der HH. Bourbouze und Wiesnegg angewandt. Sie ist bequemer und sicherer im Gebrauch als die von Drummond.

Bei einer ersten Reihe von Versuchen studirten wir die Entwicklung der Streifen in einem Spectrum, welches mittelst eines Steinsalzprismas von 60° gebildet worden. Die Strahlen durchdrangen ein Centimeter Wasser. Die Linsen des Apparats waren von Steinsalz.

Unter diesen Umständen konnten wir in dem dunklen Theile des Spectrums deutlich vier kalte Streifen nachweisen, deren Abstände vom äufsersten Roth waren:

19',8 30',6 42',0 52',0.

Diese Zahlen haben nicht die Genauigkeit, wie diejenigen bei der Bestimmung der dunklen Streifen im leuchtenden Spectrum und können sie nicht haben; allein sie sind doch so genau, dafs man daraus ungefähr die Lage

erkennen kann, in welche man die Säule versetzen muſs, um den Streifen zu finden, mit welchem man operiren will.

Bei unseren Versuchen war die Säule meistens $0^m,3$ von der Axe des Prismas entfernt und die Einlaſsspalte war 0,5 Mllm. Von der Axe des Prisma aus gesehen umspannte sie einen Winkel von 5′,7 und folglich machte jeder kalte Streifen seine Wirkung fühlbar in einem Winkelraum, der gleich war seiner eignen Winkelbreite vergröſsert um 5′,7. Nur beobachtete man das Minimum des thermoskopischen Effects, wenn die Mitte des Streifens ungefähr der Mitte der Oeffnung der Säule entsprach und wir nahmen immer für die Lage des Streifens diejenige der Säule, welche dem studirten Minimum entsprach. Wir fügen hinzu, daſs die Beleuchtungsspalte im Allgemeinen auch ein halbes Millimeter breit war.

Später als die Untersuchungen des Hrn. Lamanski über die kalten Streifen des Sonnenspectrums, hatte der eine von uns gesucht, die Lage einiger dieser Streifen zu bestimmen, und nach diesen Messungen haben vier derselben einen Abstand vom rothen Ende gleich

19′,0 30′,0 54′,0 51′,0.

Diese Lagen sind die der kalten Streifen, die in dem Spectrum der Lampe der HH. Bourbouze und Wiesnegg auftreten, wenn die Strahlen durch eine Wasserschicht von 1 Ctm. gegangen sind. Diese Coincidenz scheint darauf zu deuten, daſs das atmosphärische Wasser einen groſsen Antheil an der Entwicklung der kalten Streifen im dunklen Theil des Sonnenspectrums hat.

Hierauf haben wir eine andere Reihe von Versuchen gemacht, um zu studiren, welche Wirkungen auf das dunkle Spectrum Lösungen haben würden, die gebildet waren aus einem in Bezug auf die Entwicklung der Streifen inactiven Lösemittel und einem löslichen Körper, der dagegen die Bildung derselben zu bewirken vermochte. Der active Körper war Jod; die inactiven Lösemittel waren dagegen Chlorkohlenstoff, Chloroform und Schwefelkohlen-

stoff. Diese drei Flüssigkeiten lösen das Jod reichlich und die Lösungen haben fast gleiches Ansehen.

Als Schichten von 1 Ctm. Dicke in die Bahn der Strahlen gebracht, haben wir die in folgender Tafel aufgestellten Resultate erhalten. Bei diesen neuen Versuchen waren Prisma und Linsen von Flintglas.

Lage der kalten Streifen erzeugt durch Jod, gelöst in:

	Chlorkohlenstoff.	Chloroform.	Schwefelkohlenstoff.
Lage der Streifen	1° 28′	1° 30′	—
	1° 34′	—	1° 35′
	1° 55′	1° 57′	1° 56′

Wir behaupten nicht, dafs diese Streifen die einzigen seyen, welche die von uns studirten Jodlösungen hervorzubringen vermögen; wir hoffen sogar unsere Tafel in einer künftigen Mittheilung vervollständigen zu können, aber die darin enthaltenen Zahlen beweisen, dafs die Wirkung des Jods sich in den drei Lösungen erhält.

Wir fügen schliefslich hinzu, dafs wir uns bei allen unseren Versuchen immer bemüht haben, die Wirkung des mit dem Lösemittel gefüllten Troges nur auf diejenige Region des Spectrums zu untersuchen, wo die Jodlösung einen Streifen erzeugt, wodurch wir uns überzeugten, dafs die Wirkung des Lösemittels und des ganzen brechenden Systems bei der Erzeugung des studirten Phänomens entweder keine Wirkung hatte oder wenigstens eine kleine in Bezug auf die der eigentlich activen Substanz.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

1875. ANNALEN № 10.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLVI.

I. *Ueber Reibung und Wärmeleitung verdünnter Gase;*

von A. Kundt und E. Warburg.

(Schluſs von Bd. 155, S. 550.)

II. Wärmeleitung.

§. 26.

Allgemeine Uebersicht der Versuche und Resultate.

Die Berechnung der Wärmeleitung aus der Gastheorie beruht bei Weitem nicht auf so sicherer Grundlage wie die Berechnung der Reibung. Die Theorie von Maxwell, nach welcher die Gasmolecüle sich abstossen mit einer Kraft umgekehrt proportional der 5. Potenz der Entfernung, liefert den Wärmeleitungscoëfficienten der Luft nach Boltzmann[1]) $\frac{3}{2}$mal so groſs als ihn Stefan[2]) experimentell gefunden. Die Ursache liegt nach Boltzmann in der Art, wie die intramoleculare Bewegung in Rechnung gezogen ist, welche bekanntlich in den Wärmeleitungscoëfficienten eingeht, und über die man noch wenig weiſs. Es scheint daher zur Zeit nicht zweckmäſsig, die Theorie der Wärmeleitung verdünnter Gase in derselben Weise ausführlich zu entwickeln, wie die der Reibung.

Wenn es indeſs feststeht, daſs — von der Wirkung der inneren Strahlung abgesehen — die Wärmeleitung besteht in Ueberführung kinetischer Energie der Agitationsbewegung durch diese Bewegung selbst, so sieht man

1) Berichte der Wien. Akad. LXVI, S. 58–59.
2) Berichte der Wien. Akad. LXV, S. 45–49.

leicht, dafs man betreffs der Wärmeleitung verdünnter Gase zu analogen Folgerungen geführt wird, wie wir sie im ersten Theil für die Reibung entwickelt haben.

Denken wir uns nämlich eine der Schwere entzogene Gasmasse zwischen zwei festen Wänden eingeschlossen, diesen aber nicht verschiedene Translationsgeschwindigkeiten, sondern verschiedene Temperaturen beigelegt, und betrachten den stationären Wärmefluſs von einer Wand zur anderen, so sieht man zunächst durch Ueberlegungen, wie sie für die Reibung angestellt wurden, dafs die Temperaturen einer festen Wand und der ihr anliegenden Gasschicht sich um einen endlichen Werth unterscheiden müssen. Die gewöhnliche Theorie der Wärmeleitung wird ohne merklichen Fehler anwendbar seyn, so lange der Abstand der Wände gröſser ist, als ein gewisses, näher zu bestimmendes Vielfache der mittleren Weglänge. Ist diese Gröſse überschritten, so verliert der Begriff des Wärmeleitungsindex seine Bedeutung und bei gleicher Temperaturdifferenz der Wände wird die übergeführte Wärmemenge auch aus anderen Gründen, als wegen des Temperatursprunges an den Wänden, mit abnehmender Dichte abnehmen. Man kann den Coëfficienten, von welchem dieser Sprung abhängt, experimentell bestimmen, wie den Gleitungscoëfficienten, indessen ist der dazu erforderliche Apparat nicht leicht in hinreichender Vollkommenheit bezüglich der luftdichten Verschlüsse herzustellen, und wir haben uns einen für die Versuche geeigneten Apparat noch nicht verschaffen können.

Wir haben uns daher auf diesem Gebiete vorläufig darauf beschränkt, zur Vervollständigung des über die Reibung Ermittelten die Wärmeleitung verdünnter Gase zu studiren durch Versuche, bei denen die genannten Verschlüsse leicht in grofser Vollkommenheit hergestellt werden können.

Wir beobachteten nämlich die Abkühlung von Quecksilberthermometern in Hüllen verschiedener Gestalt; Versuche ähnlicher Art wurden angestellt von Dulong und

Petit, de la Provostaye und Desains[1]), Jamin und Richard[2]) und Narr[3]).

Wir stellen die von uns erhaltenen Resultate unter folgenden Gesichtspunkten zusammen.

Im ersten Theil §. 27—29 untersuchen wir, ob und unter welchen Umständen Wärmeleitungscoëfficienten mittels der von uns benutzten Apparate bestimmt werden können. Es ergiebt sich, dafs dies möglich ist — sofern die Strahlung eliminirt werden kann — wenn die Dichte des Gases hinreichend klein ist, wobei der erforderliche Grad der Verdünnung von der Gestalt der Apparate abhängt.

Die Abkühlung eines Thermometers in den genannten Apparaten beruht nämlich erstens auf Strahlung, zweitens auf Wärmeleitung. Die Wirkung der letzteren wird aber im Allgemeinen verwickelt durch die Strömungen, welche sich in Folge der Schwerkraft bilden und durch welche eine die Wärmeleitung befördernde, nicht berechenbare Verschiebung und Verzerrung der isothermen Flächen eintritt. Wir zeigen nun, dafs diese Verschiebungen mit abnehmender Dichte geringer werden müssen; wird ihre Wirkung bei hinreichend kleiner Dichte unmerklich, so kann nach der Gastheorie bei weiterer Verdünnung, da der Wärmeleitungscoëfficient vom Druck unabhängig ist, die Abkühlungszeit des Thermometers sich nicht mehr ändern, so lange die mittlere Weglänge verschwindet gegen die linearen Dimensionen des Abkühlungsraumes. Dieses Verhalten haben wir beobachtet an drei verschiedenen Abkühlungsapparaten, die weiter unten beschrieben werden und die wir dort mit den Nummern I, II und III bezeichnen.

Apparat I (Kugelapparat von Geissler).

Luft	zwischen	30^{mm}	und	0,5^{mm}	Quecksilberdruck
Kohlensäure	„	7,7^{mm}	„	1,5^{mm}	„
Wasserstoff	„	154^{mm}	„	8,8^{mm}	„

1) Pogg. Ann. 68, S. 235.

2) *Compt. rend.* 1872, *tom.* LXXV, *p.* 105 u. 453.

3) Pogg. Ann. 142, S. 123.

Apparat II (Kugelapparat mit eingeschmolzenem Thermometer).

Luft zwischen 9,8^{mm} und 1,3^{mm} Quecksilberdruck
Kohlensäure „ 9,5^{mm} „ 4,5^{mm} „

Apparat III (Cylinderapparat mit eingeschmolzenem Thermometer).

Luft zwischen 154^{mm} und 1,3^{mm} Quecksilberdruck
Kohlensäure „ 150^{mm} „ 1,3^{mm} „

Wir schliefsen daraus, dafs innerhalb vorstehender Druckdifferenzen in den bezüglichen Apparaten die Wirkung der Strömungen unmerklich war, und können daher, falls die Wirkung der Strahlung zu eliminiren ist, diese Versuche zur Bestimmung der Wärmeleitungscoëfficienten verwenden.

Diese Versuche beweisen zugleich die Unabhängigkeit des Wärmeleitungscoëfficienten vom Druck innerhalb der Gränzen 150^{mm} und circa 1^{mm} für Luft und Kohlensäure und 150 bis 9^{mm} für Wasserstoff. Es haben diese Resultate noch ein weiteres Interesse wegen ihrer Beziehung zu den Dulong-Petit'schen Versuchen über das Gesetz der Strahlung.

Bekanntlich haben Dulong und Petit ein Emissionsgesetz aufgestellt, das von de la Provostaye und Desains bestätigt ist und nach welchem der Wärmeverlust, den ein Körper von der Temperatur t in einer schwarzen Hülle von Nullgrad erfährt, gleich ist

$$m\,(a^t - 1)$$

wo m eine von der Natur des Körpers abhängige Constante und a für Centigrade $= 1{,}0077$ ist.

Dem experimentellen Beweise dieses Gesetzes liegt die Annahme zu Grunde, dafs der Wärmeverlust, den das Thermometer in den Vacuis der Dulong-Petit'schen Versuche erleidet, bis auf einen kleinen, als Correction auftretenden Bruchtheil von der Strahlung herrührt.

Man wird annehmen können, dafs Dulong und Petit bei ihren Strahlungsversuchen einen kleineren Druck als 0,5^{mm} bis 1^{mm} nicht erreicht haben. Aufserdem arbeiteten sie mit feuchter Luft. Wir werden daher zum Zweck

einer Schätzung nach unseren Versuchen dem Gase in den Dulong-Petit'schen Abkühlungsräumen den Wärmeleitungscoëfficienten der Luft zuschreiben können.

Unter dieser Annahme läfst sich mit Hülfe der von Hrn. Lehnebach[1]) auf unsere Veranlassung angestellten Versuche das Verhältnifs der durch Leitung und Strahlung übergeführten Wärmemengen, bei einer Temperaturdifferenz von 100° von Thermometer und Hülle, für die Dulong-Petit'schen Vacua berechnen. Befindet sich nämlich eine Kugel vom Radius r_1 und der Temperatur t in einer concentrischen kugelförmigen Hülle von der Temperatur 0° und dem Radius r_2, so ist das Verhältnifs der durch Strahlung und der durch Leitung entzogenen Wärmemenge

$$\delta = \frac{h_{t-0}}{k_0 \frac{r_2}{(r_2 - r_1) r_1} \cdot f(t)}$$

wo nach Maxwell's Theorie

$$f(t) = t + \frac{1}{2a} t^2$$

und h_{t-0} die Differenz der bei $t°$ und 0° per Flächeneinheit ausgestrahlten Wärmemenge bedeutet.

Nach Stefan ist $k_0 = 0{,}000055 \frac{\text{Grm.}}{\text{Cent. Sec.}}$ und nach den Versuchen des Hrn. Lehnebach

$$h_{100-0} = 0{,}015 \frac{\text{Grm. Centigrade}}{\text{Centim.}^2 \text{ Secunde}}$$

Bei Dulong und Petit war in der ersten Versuchsreihe

$r_1 = 3$ Ctm.
$r_2 = 15$ Ctm.

in der zweiten

$r_1 = 1$ Ctm.
$r_2 = 15$ Ctm.

Daraus ergiebt sich δ für die erste Versuchsreihe zu 5,54, für die zweite zu 2,16.

1) Pogg. Ann. Bd. 151, S. 96.

Hiernach kann man die Dulong-Petit'schen Versuche nicht als scharf beweisend für das auf sie gegründete Gesetz ansehen, dessen Bedeutung aufserdem nach den Verfassern selbst beeinträchtigt wird durch die Abhängigkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers von der Temperatur.

In einem zweiten Abschnitte §. 30—31 gehen wir zu höheren Graden der Verdünnung über. Wir finden es äufserst schwierig, die Störungen, welche der Wasserdampf veranlafst, zu beseitigen. Derselbe haftet mit grofser Hartnäckigkeit an den festen Wänden und geht erst bei Temperaturen weit über 100° theilweise von denselben fort. Aeufserst geringe Spuren von Wasserdampf, die manometrisch durchaus nicht nachzuweisen sind, werden mit Leichtigkeit erkannt durch die Aenderung der Wärmeleitung, welche sie bewirken, und das Thermometer erweist sich somit als ein feines Reagens auf die Beschaffenheit eines Vacuums.

Nachdem dies ermittelt war, haben wir uns die Aufgabe gestellt, ein wirkliches Vacuum in Bezug auf die Wärmeleitung in unseren Apparaten hervorzubringen. Es ist uns dies annähernd gelungen, indem wir die Apparate bei 200° trockneten. In den so getrockneten möglichst gut evacuirten Apparaten ergab sich die Abkühlungsgeschwindigkeit unabhängig von der Gestalt der Hülle, woraus folgt, dafs die Wärmeleitung auf einen kleinen Bruchtheil ihres Werthes reducirt ist.

Wir haben in erster Annäherung von dem noch übrigen Rest von Wärmeleitung abgesehen; unter dieser Voraussetzung konnten wir aus den letzterwähnten Versuchen einen angenäherten Werth des Emissionsvermögens des Glases erhalten, mittels dieses Werthes die Strahlung aus den früheren Versuchen eliminiren und so die Wärmeleitungscoëfficienten bestimmen (§. 38).

Wir finden den Wärmeleitungscoëfficienten des Wasserstoffs übereinstimmend mit Maxwell's Theorie und Stefan's Versuchen 7,1 mal so grofs als den der Luft; den

der Kohlensäure 0,082 von dem des Wasserstoffs, also merklich kleiner als ihn Maxwell's Theorie ergiebt.

Die erhaltenen absoluten Werthe der Constanten können wir nicht als zuverlässig ansehen, da der Wasserwerth unseres Thermometers von uns nur angenähert ermittelt werden konnte. Wir führen an, dafs wir das Emissionsvermögen des Glases in Uebereinstimmung mit Hrn. Lehnebach (l. c.) und den Wärmeleitungscoëfficienten der Luft zu $\frac{48}{55}$ des von Hrn. Stefan (l. c.) erhaltenen Werthes finden.

§. 27.

Beschreibung der benutzten Apparate.

Von den Apparaten, deren wir uns für unsere Versuche bedienten, sind zwei, und zwar einer mit kugelförmiger und einer mit cylindrischer Hülle, in welche das Thermometer eingeschliffen war, in Fig. 2, Taf. IX gezeichnet.

a' ist die kugelförmige Hülle, der Radius der Kugel beträgt 2,972 Ctm. An dieselbe ist für die Einführung des Thermometers ein cylindrisches Rohr von 14 Ctm. Länge und 1,1 Ctm. Durchmesser angeschmolzen. In dieses Rohr ist bei *d* das Thermometer sehr gut eingeschliffen; der cylindrische Theil hat oben einen seitlichen Auslauf mit einem Glashahn *g* und dieser Auslauf steht durch die Leitung *ghikr* mit der Pumpe in Communication.

Ein cylindrischer Abkühlungsapparat ist in der Figur mit *bb'* bezeichnet. Die Hülle ist unten bei *b'* etwas aufgeblasen, damit das Thermometer bei kleinen Erschütterungen nicht gegen die Wandungen schlägt. Bei *b* pafst gleichfalls in einen Glasschliff das Thermometer *ce*, welches in der Zeichnung sich in dem Kugelapparat befindet. Dieses in beide Apparate passende Thermometer hat ein kugelförmiges Gefäfs von 0,461 Ctm. Radius. Der Stiel von *e* bis *d* ist nur 2^{mm} dick, die Theilung zwischen *d* und *c* geht von ungefähr 15° bis 75°. Oben ist das Ther-

mometerrohr zu einer kleinen Cüvette aufgeblasen, so dafs dasselbe, ohne zu springen, bis über 200° erwärmt werden kann.

Der Cylinderapparat hat gleichfalls einen seitlichen Auslauf mit Hahn *f* und steht durch *fhikr* mit der Pumpe in Verbindung. — Die Apparate mit dem in beide passenden Thermometer sind von Geifsler in Bonn gefertigt.

Der Apparat *aa'* soll in der Folge als Apparat No. I oder Kugelapparat von Geifsler bezeichnet werden.

Aufser den beschriebenen bedienten wir uns einer Anzahl ähnlicher Apparate, bei denen indefs das Thermometer bei *d* in die äufsere Hülle eingeschmolzen war. In diesen Apparaten hatte der hineinragende Stiel des Thermometers *de* einen Durchmesser von 5^{mm}. Ein solcher Apparat, dessen Kugel einen Durchmesser von 6,2 Ctm. hatte, ist bereits oben (S. 180) erwähnt und wird in der Folge als Apparat No. II (Kugelapparat mit eingeschmolzenem Thermometer) bezeichnet. Für einen Versuch wurde zunächst der betreffende Apparat mit dem gut getrockneten Gase (cf. oben §. 16) bis zu dem gewünschten Druck gefüllt und durch den Hahn von der Leitung abgesperrt. Alsdann wurde der Apparat so lange in kochendes Wasser getaucht, dafs das Quecksilber in der Cüvette oben hinreichend hoch stand, hierauf in schmelzendes Eis gebracht, und nun beobachtete man die Abkühlungszeit des Thermometers zwischen 60° und 20° von 5 zu 5° nach einer Secundenuhr.

§. 28.

Empirisches Gesetz der Abkühlungsversuche.

Wir haben gefunden, dafs sich die Versuche befriedigend darstellen lassen durch die Annahme

$$dt = -d\vartheta\,(\alpha t + \beta t^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wo t die Temperatur, ϑ die Zeit, α und β für jeden Versuch Constanten sind.

Es folgt hieraus wenn für $\vartheta = 0$, $t = t_0$ ist

$$\vartheta \log e = \frac{1}{\alpha} \log \left\{ \frac{1 + \frac{\beta}{\alpha} t}{1 + \frac{\beta}{\alpha} t_0} \cdot \frac{t_0}{t} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Ist $\frac{\beta}{\alpha} t$ und $\frac{\beta}{\alpha} t_0$ gegen 1 zu vernachlässigen, so erhält man das Newton'sche Abkühlungsgesetz. Bei den mit Wasserstoff angestellten Versuchen fallen wegen der Kleinheit der Abkühlungszeiten die Abweichungen von diesem Gesetz innerhalb der Fehlergränzen; daher ist für die Darstellung *dieser* Versuche das genannte Gesetz beibehalten worden.

Wir lassen jetzt die vollständige Berechnung einer Reihe von Versuchen folgen, welche hernach discutirt werden sollen.

Die Versuche wurden angestellt mit dem oben beschriebenen und in der Figur gezeichneten Kugelapparat von Geifsler (No. I).

Atmosphärische Luft. $p = 19^{mm},5$.

$$\alpha = 0{,}00366.$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}0025.$$

$$\vartheta = 629{,}7 \log \left(\frac{408 + t}{t} \right).$$

t	ϑ beob.	ϑ ber.	Diff.
59,3	0	—	—
54,3	21″	21,1	+0,1
49,4	44,5	44,1	−0,4
44,4	70	70,3	−0,3
39,5	100	99,3	−0,7
34,6	132	132,5	+0,5
29,7	172	171,2	−0,8
24,7	219	218,5	−0,5
19,6	277	278,5	+1,5

Bemerkung. Auch bei 30^{mm} Druck wurde die ganze Abkühlungszeit (59°,3 bis 19°,6) zu 277″ gefunden; bei 50^{mm} hingegen merklich kleiner.

Atmosphärische Luft. Druck $p = 9^{mm}$.

$$\alpha = 0{,}00376.$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}0017.$$

$$\vartheta = 612{,}17 \log\left(0{,}0932 \frac{577 + t}{t}\right).$$

t	ϑ beob.	ϑ ber.	Diff.
59,3°	—	—	—
54,3	21″	21,4	+0,4
49,4	44,5	44,4	−0,1
44,4	70	70,7	+0,7
39,5	100	99,7	−0,3
34,6	133	132,8	−0,2
29,7	171,5	171,3	−0,2
24,7	219	218,2	−0,8
19,6	277	277,4	+0,4

Atmosphärische Luft. Druck $p = 4^{mm}$.

$$\alpha = 0{,}00368.$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}0022.$$

$$\vartheta = 626{,}1 \log\left(0{,}11691 \frac{448 + t}{t}\right).$$

t	ϑ beob.	ϑ ber.	Diff.
59,3°	—	—	—
54,3	20″,5	21,5	+0,8
49,4	45	44,3	−0,7
44,4	70,5	70,6	+0,1
39,5	100	99,7	−0,3
34,6	133	132,9	−0,1
29,7	172,5	171,7	−0,8
24,7	219	219,0	0
19,6	278	278,9	+0,9

Atmosphärische Luft. Druck $p = 0^{mm},5$.

$$\alpha = 0{,}00363.$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}0023.$$

$$\vartheta = 634{,}5 \log\left(0{,}12 \frac{435 + t}{t}\right).$$

t	ϑ beob.	ϑ ber.	Diff.
59°,3	—	—	—
54,3	21″,5	21,6	+0,1
49,4	45	44,8	+0,2
44,4	71	71,4	−0,4
39,5	101	100,7	+0,3
34,6	134	134,4	−0,4
29,7	174	173,6	+0,4
24,7	221,5	221,4	+0,1
19,6	280	282	−2,0

Kohlensäure. Druck $p = 7^{mm},7$.

$$\alpha = 0{,}00281.$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}0036.$$

$$\vartheta = 820{,}27 \log\left(0{,}1748 \frac{280 + t}{t}\right).$$

t	ϑ beob.	ϑ ber.	Diff.
59°,3	—	—	—
54,3	26″	26,2	−0,2
49,4	55	54,6	+0,4
44,4	87	87,1	−0,1
39,5	124	123,4	+0,6
34,6	165	165,1	−0,1
29,7	214	213,9	+0,1
24,7	274	273,7	+0,3
19,6	349	350,1	−1,1

Kohlensäure. Druck $p = 1^{mm},5$.

$$\alpha = 0{,}00282.$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}0033.$$

$$\vartheta = 815{,}5 \log\left(0{,}16189 \frac{307 + t}{t}\right).$$

t	ϑ beob.	ϑ ber.	Diff.
59°,3	—	—	—
54,3	26″	26″,3	−0,3
49,4	55	55	−0
44,4	87	87,8	− 0,8
39,5	124	124,2	−0,2
34,6	167	166,2	+0,8
29,7	216	215,1	+0,9
24,7	276	275,1	+0,9
19,6	350	351,5	−1,5

Wasserstoff. Druck $p = 154^{mm}$.

$$\alpha = 0{,}01671.$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}000.$$

$$\vartheta = 137{,}8 \log\left(\frac{t_0}{t}\right) \quad t_0 = 59°,3.$$

t	ϑ beob.	ϑ ber.	Diff.
59°,3	—	—	—
49,4	11″	10,9	+0,1
39,5	24	24,3	−0,3
29,7	42	41,4	+0,6
19,6	66	66,3	−0,3

Wasserstoff. Druck $p = 8^{mm},8$.

$$\alpha = 0{,}0163.$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}000.$$

$$\vartheta = 141 \log\left(\frac{t_0}{t}\right).$$

t	ϑ beob.	ϑ ber.	Diff.
59°,3	—	—	—
49,4	11″	11,2	−0,2
39,5	25	24,9	+0,1
29,7	42	42,3	−0,3
19,6	68	67,8	+0,2

Bestes Vacuum, welches erzielt werden konnte.

$$\alpha = 0{,}00159.$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}0050.$$

$$\vartheta = 1449 \log\left(0{,}22984 \frac{198{,}7 + t}{t}\right).$$

t	ϑ beob.	ϑ ber.	Diff.
59,3	—	—	—
54,3	43″	43,1	−0,1
49,4	91	90,3	+0,7
44,4	144	144,7	−0,7
39,5	206	205,4	+0,6
34,6	276	275,7	+0,3
29,7	359	358,5	+0,5
24,7	461	460,5	+0,5
19,6	588	591,5	−3,5

Auf diese Versuche werden wir hernach die numerische Bestimmung der Leitungscoëfficienten der betreffenden Gase, sowie des absoluten Emissionsvermögens gründen. Wir fügen noch zwei andere Versuche bei, welche den Einfluſs der Strömungen zeigen.

Atmosphärische Luft. Druck $p = 760^{mm}$.

$$\alpha = 0{,}00512.$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}0072.$$

$$\vartheta = 449{,}83 \log\left(0{,}30056 \frac{138 + t}{t}\right).$$

t	ϑ beob.	ϑ ber.	Diff.
59,3	—	—	—
54,3	12″	12,2	−0,2
49.4	26	25,6	+0,4
44,4	42	41,2	+0,8
39,5	59	58,7	+0,3
34,6	79	79,1	−0,1
29,7	104	103,3	+0,7
24,7	133	133,4	−0,4
19,6	171	172,4	−1,4

Kohlensäure. Druck 760^{mm}.

$$\alpha = 0{,}00463.$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}0068.$$

$$\vartheta = 496{,}95 \log\left(0{,}28885 \frac{146+t}{t}\right).$$

t	ϑ beob.	ϑ ber.	Diff.
59,3°	—	—	—
54,3	15″	14,5	+0,5
49,4	31	30,5	+0,5
44,4	49	49	0
39,5	70	69,8	+0,2
34,6	94	94	0
29,7	123	122,7	+0,3
24,7	158	158,3	—0,3
19,6	203	204,3	—1,3

Das Versuchsthermometer war mit einem Normalthermometer verglichen worden, und unter der Rubrik t ist in den Tabellen die so corrigirte Temperatur angegeben; t_0 ist gleich 59,3°. Die Reduction auf das Luftthermometer haben wir bei den benutzten niedrigen Temperaturen nicht für nöthig gehalten. Zur Berechnung der Constanten $\frac{\beta}{\alpha}$ und α wurde ein Verfahren benutzt ähnlich demjenigen, welches O. E. Meyer[1]) bei einer ähnlichen Gelegenheit angewendet hat.

Nur in der letzten Beobachtung jeder Versuchsreihe zeigt sich eine die Beobachtungsfehler übersteigende Abweichung zwischen Rechnung und Beobachtung, und zwar findet die Abweichung immer in demselben Sinne statt. Indefs beträgt dieselbe nie 1 Proc. des beobachteten Werthes und wir haben es daher nicht für zweckmäfsig gehalten, sie durch Anwendung einer complicirteren Formel zu beseitigen.

Da $\frac{\beta}{\alpha}$ aus den Abweichungen vom Newton'schen Abkühlungsgesetz berechnet wird, so ist die Bestimmung die-

1) Pogg. Ann. 142, S. 513 ff.

ses Werthes keine sehr genaue. Nichtsdestoweniger lassen die Versuche deutlich erkennen, dafs das quadratische Glied um so kleiner wird, je mehr die Wirkung der reinen Leitung gegen die der Strahlung oder der Strömungen hervortritt. Dies zeigt folgende Zusammenstellung der erhaltenen Werthe des $\frac{\beta}{\alpha}$. Wir müssen dabei vorgreifend bemerken, dafs, wie hernach gezeigt wird, bei Atmosphärendruck die Wirkung der Strömungen bedeutend war, unmerklich hingegen, wenn die Gase in so verdünntem Zustande angewandt wurden, wie in den drei letzten Versuchsreihen nachfolgender Tabelle.

	Druck mm	$\frac{\beta}{\alpha}$
Atm. Luft	760	0,0072
Kohlensäure	760	0,0068
Bestes Vacuum		0,0050
Kohlensäure	7,7	0,0036
	1,5	0,0033
Atm. Luft	19,5	0,0025
	9	0,0017
	4,0	0,0022
	0,5	0,0023
Wasserstoff	154	0,0000
	8,8	0,0000

Wir erwähnen noch, dafs für den Fall, in welchem die Abkühlung merklich allein durch reine Wärmeleitung bewirkt wird, nach Maxwell's Theorie, in welcher der Wärmeleitungscoëfficient eines Gases sich der absoluten Temperatur proportional ergiebt

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{1}{546} = 0{,}0018 \text{ ist.}$$

§. 29.

Theorie der Versuche.

Wir betrachten die dünnwandige, mit Quecksilber gefüllte Thermometerkugel nach Dulong und Petit wie

einen Körper von durchweg gleicher Temperatur; wir sehen ab von der sehr kleinen Vermehrung der Masse durch das Herabsinken des Quecksilbers aus dem Stiel in die Kugel und nehmen weiter an, dafs die Temperatur dieses Körpers in jedem Moment an der Thermometerscala richtig abgelesen werde, sehen also ab von der sehr kleinen Correction wegen des herausragenden Quecksilberfadens. Wir sehen ferner ab von dem schwer genau zu bestimmenden Einfluſs des Stiels des Thermometers, dessen Wirkung sich bei dem für obige Versuche benutzten Apparat nicht merklich machte, während dieselbe bei anderen Apparaten mit dickerem Stiel allerdings aus dem Gesetz der Abkühlung erkannt wurde. Unter diesen Annahmen beruht die Abnahme der am Thermometer abgelesenen Temperatur

1) auf Wärmeleitung des Gases, modificirt durch Strömungen, welche sich in Folge der Schwere bilden;
2) auf Wärmestrahlung.

Nehmen wir zunächst an, der Apparat sey der Schwere entzogen, und die Temperaturen der inneren Kugel und äufseren Hülle seyen constant bezüglich t^0 und 0^0. Die der inneren Kugel in dem Zeitelement dz durch Leitung entzogene Wärmemenge dW_1 ist dann

$$dW_1 = 4\pi k_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} f(t) . dz \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wo k_0 der Werth der Wärmeleitungsconstante bei 0^0 und $f(t)$ abhängt von dem Gesetz, nach welchem sich k mit der Temperatur ändert. Ist k entsprechend Maxwell's Theorie proportional der absoluten Temperatur

$$a + t = 273 + t$$

so ist

$$f(t) = t + \frac{1}{2a} t^2.$$

Nehmen wir sodann an, die Temperatur der inneren Kugel ändere sich mit der Zeit. Verstehen wir jetzt unter t die Temperatur zur Zeit z, so wird im Allgemeinen dW_1 nicht genau durch (3) angegeben, weil die Lage der iso-

thermen Flächen zur Zeit z nicht genau diejenige ist, welche dem thermometrischen Gleichgewicht für die Temperatur t des Thermometers entspricht. Durch eine einfache Betrachtung können wir aber zeigen, daſs für einen Theil unserer Versuche dennoch die Gleichung (3) benutzt werden darf. Sie wird unter den Umständen, welche wir betrachten, um so genauer richtig seyn, je gröſser k. Wir wollen daher, um einen Ueberschlag zu gewinnen, dem Gase durchweg den kleinsten in den Versuchen vorkommenden Werth von k nämlich k_0 beilegen; ferner setzen wir, was gleichfalls nahe in den Versuchen der Fall ist

$$t = t_0 e^{-\alpha z}.$$

Dann wird die Temperatur des Gases im Abstand r vom Mittelpunkt zur Zeit z angegeben durch die Gleichung

$$rt = t_0 r_1 e^{-\alpha z}\left\{\frac{x}{c} - \frac{2}{\pi}\sum_1^\infty (-1)^n \sin\left(\frac{n\pi x}{c}\right)\frac{\eta}{n(n^2\eta-\alpha)}\right\},$$

$$\text{wo } a^2 = \frac{k}{\varrho C},\quad r_2 - r_1 = c$$

$$\eta = \frac{a^2\pi^2}{c^2}.$$

$$x = r_2 - r,$$

wo ϱ die Dichte und C die specifische Wärme bei constantem Volumen ist. Denn diese Gleichung genügt der Differentialgleichung

$$\frac{\partial(rt)}{\partial z} = a^2\frac{\partial^2(rt)}{\partial r^2}$$

und den Bedingungen

$$\text{für } r = r_1 \qquad t = t_1 = t_0 e^{-\alpha z}$$
$$\text{für } r = r_2 \qquad t = 0.$$

Für welches System auch gesetzt werden kann:

$$rt = u$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\quad \begin{cases} x = c & \begin{cases} x = 0 \\ u = 0 \end{cases} \\ u = t_0 r_1 e^{-\alpha z} & \end{cases}$$

Der Anfangszustand braucht nicht berücksichtigt zu werden, wenn, wie es in den Versuchen der Fall war, für

jeden vorkommenden Werth von z, $e^{-\eta z}$ gegen $e^{-\alpha z}$ zu vernachlässigen war.

Aus der Thermometerkugel tritt in der Zeit dz aus die Wärmemenge

$$-k\frac{dt}{dr}_{r=r_1} . 4r_1^2\pi . dz = 4\pi k \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}\left\{1 - 2.\frac{r_1}{r_2}\delta\right\} dz$$

wo, wie sich leicht zeigen läfst

$$\delta < 1{,}64\frac{\psi}{1-\psi}\,;\ \psi = \frac{\alpha}{\eta}.$$

Setzen wir nun nach Stefan für 760^{mm} Druck für Luft $a^2 = 0{,}25\ \frac{cent.}{sec.}$, so hat man mit Benutzung der später mitzutheilenden Resultate in runder Zahl:

	a^2
für H	1,8
„ Luft	0,25
„ CO_2	0,15.

Ist der Wärmeleitungscoëfficient unabhängig vom Druck, so ist a^2 umgekehrt proportional dem Druck.

Es war $c = r_2 - r_1 = 2{,}51$ Ctm.

Hieraus findet man, wenn aus den betreffenden α die η berechnet werden für

Wasserstoff	bei	154^{mm}	bis	$8{,}8^{mm}$	Druck η	zu	14	bis 250
Luft	„	195^{mm}	„	$0{,}5^{mm}$	„	„	15	„ 590
Kohlensäure	„	$7{,}7^{mm}$	„	$1{,}6^{mm}$	„	„	23	„ 110.

Gefunden wurden die α bei diesen Drucken:

	α
Wasserstoff .	0,017
Luft . . .	0,0037
Kohlensäure .	0,0028.

Berücksichtigt man, dafs $\frac{r_1}{r_2} = 0{,}155$ war, so findet man mittels der gegebenen Zahlen leicht, dafs $\frac{2\delta r_1}{r_2}$ bei diesen Versuchen gegen 1 zu vernachlässigen ist und dafs daher

auch in dem zuletzt betrachteten Falle dW_1 richtig durch Gl. (3) angegeben wird.

Wir wollen jetzt endlich auch die Voraussetzung, dafs das Gas der Schwere entzogen sey, fallen lassen. Durch die Strömungen, welche sich jetzt in Folge der im Gase vorhandenen Temperaturdifferenzen und der Schwerkraft bilden, tritt eine Verschiebung und Verzerrung der isothermen Flächen ein, und hierdurch wird der Wärmefluſs am Thermometer modificirt.

Verstehen wir nun unter Θ die kleinste Zeit, nach Ablauf deren durch die Strömungen eine solche Verschiebung der isothermen Flächen eintreten würde, dafs durch diese Verschiebung die dem Thermometer entzogene Wärmemenge eine merkliche Aenderung erlitte.

Die Zeit τ sey weiter folgendermafsen definirt. Denken wir uns den Apparat, nachdem derselbe durchweg auf die Temperatur t_1 gebracht ist, plötzlich in Eis getaucht, so dafs die Temperatur der Hülle plötzlich auf 0° erniedrigt wird, das Thermometer werde fortwährend durch irgend eine Ursache auf der Temperatur t_1 gehalten. τ sey nun die Zeit, nach Ablauf deren der der stationären Temperaturvertheilung entsprechende Differentialquotient $\frac{dt}{dr}$, dem die entführte Wärmemenge proportional ist, sich an der Kugel bis auf den Bruchtheil γ herstellt. Ist nun $\frac{\tau}{\Theta}$ unendlich klein, so können die Strömungen die Wirkung der Wärmeleitung nicht modificiren. Es ist daher für diese Versuche von Interesse, die Zeit τ zu berechnen. Legen wir wieder dem Gas durchweg den Leitungscoëfficienten bei 0° bei, so können wir τ finden. In dem gedachten Experiment wäre die Temperatur t mit Beibehaltung der früheren Bezeichnungen gegeben durch

$$t = \frac{t_1}{r}\left\{\frac{r_1 x}{c} + \frac{2r_1}{\pi}\sum_1^\infty \sin\left(\frac{n\pi x}{c}\right)\frac{e^{-n^2\eta z}}{n}\right\}$$

woraus

$$\frac{dt}{dx_c} = -\frac{dt}{dr_{r_1}} = \frac{t_1 r_2}{r_1 (r_2 - r_1)} \{1 - 2\delta\},$$

wo

$$\delta = \sum_1^\infty (-1)^{n-1} e^{-n^2 \eta z}$$

$$\delta < e^{-\eta z}$$

oder in den zu betrachtenden Fällen sehr nahe

$$\delta = e^{-\eta z}.$$

Setzen wir nun etwa $2\delta = \gamma = \frac{1}{110}$, so finden wir mit Benutzung der angegebenen Werthe von η für z $(= \tau)$:

	Druck	η	τ
Wasserstoff	154,5^{mm} bis 8,8^{mm}	14 bis 250	0″,4 bis 0″,02
Luft	19,5^{mm} bis 0,5^{mm}	15 bis 590	0″,4 bis 0″,009
Kohlensäure	7,7^{mm} bis 1,6^{mm}	23 bis 110	0″,2 bis 0″,05

Um jetzt zu entscheiden, unter welchen Umständen $\frac{\tau}{\Theta}$ hinreichend klein sey, müssen wir das Experiment zu Rathe ziehen, da wir über Θ Nichts wissen. Einen Anhalt zur Beurtheilung dieser Frage bietet die Aenderung der Abkühlungsgeschwindigkeit mit dem Druck. Da nämlich τ dem Druck umgekehrt proportional ist, während für eine Verkleinerung des Θ mit abnehmendem Druck kein Grund vorliegt, da endlich k nach der Gastheorie vom Druck unabhängig ist, so kann man schliefsen, dafs, wenn mit abnehmendem Druck keine Aenderung der Abkühlungsgeschwindigkeit mehr eintritt, dann die Strömungen keinen merklichen Einfluſs mehr ausüben. Die folgenden Tabellen zeigen, innerhalb welcher Gränzen der Drucke dies für drei verschiedene Apparate der Fall ist.

Von diesen Apparaten ist No. I derjenige, mit welchem die oben in den Tabellen (S. 185 ff.) mitgetheilten Versuche ausgeführt wurden. No. II ist diesem nahe gleich an Gröfse und Gestalt, nur ist das Thermometer nicht mit Glasschliff in die äufsere kugelförmige Hülle eingesetzt, sondern ein-

geschmolzen [1]). In Apparat No. III ist Hülle und Thermometergefäfs cylindrisch.

ϑ bedeutet hier die Zeitdauer der Abkühlung von 60° Cels. bis 20°.

Apparat No. I. Kugelapparat von Geifsler.

Kohlensäure.

Druck	ϑ
760mm	203″
155	274
7,7	349
1,50	350
0,5	355

Luft.

Druck	ϑ
760mm	171″
148	234
19,5	277
9	277
4	278
0,5	280

Wasserstoff.

Druck	ϑ
760mm	59″,5
154	66
8,8	68
3	72

Apparat No. II.

Kohlensäure.

Druck	ϑ
760mm	277″
150	380
9,5	460,5
4,5	459
1,26	470

Luft.

Druck	ϑ
760mm	225″
154	313
9,8	363
4	369
1,3	364

Wasserstoff.

Druck	ϑ
760mm	81″,5
150	90,5
9,2	92
5	95
0,9	105,5

Apparat No. III.

Kohlensäure.

Druck	ϑ
760mm	261″
150	300
9,5	306,5
4,5	295
1,26	302

Luft.

Druck	ϑ
760mm	219″
154	223
9,8	225
4	226
1,26	225

Wasserstoff.

Druck	ϑ
760mm	46″
150	45,5
8,3	49,5
4,4	51
1,26	66,5

1) cf. S. 184.

Wir schliefsen aus diesen Tabellen gemäfs den angestellten Ueberlegungen, dafs innerhalb der Druckgränzen, welche durch wagerechte Striche markirt sind, die Strömungen einen merklichen Einfluſs nicht gehabt haben. Diese Druckgränzen sind natürlich abhängig von der geometrischen Gestalt der Apparate; so ist z. B. die obere Gränze bei dem cylindrischen Apparat III eine viel höhere, als bei I und II.

Es folgt aus diesem Ergebnifs, dafs diese Versuche zur Bestimmung der Wärmeleitungsindices benutzt werden können, falls man die Strahlung zu eliminiren im Stande ist.

Zugleich sind die in Rede stehenden Versuche zu betrachten als Beweise für die Unabhängigkeit des Wärmeleitungscoëfficienten vom Druck. (Bei der Kohlensäure z. B. zwischen 150^{mm} und 0,5^{mm}.)

Wir bemerken hier, dafs ähnliche Versuche schon angestellt wurden von de la Provostaye und Desains. Die graphische Darstellung unserer Resultate liefert ähnliche Curven, wie sie von den genannten Physikern gezeichnet sind (cf. Pogg. Ann. l. c.).

§. 30.

Einfluſs des Wasserdampfes auf die Wärmeleitung sehr verdünnter Gase (Vacua).

Wir gehen jetzt über zur Untersuchung der „Vacua“ in Hinsicht auf Wärmeleitung und beschreiben zunächst die Versuche, durch welche wir die störende Wirkung des Wasserdampfes aufgefunden und studirt haben. Wir brachten in einem der früher erwähnten cylindrischen Abkühlungsapparate mittels der Quecksilberluftpumpe ein Vacuum hervor und mafsen die Zeit, innerhalb deren das Thermometer von 60° bis 20° sank. Ueberliefsen wir nun den Apparat längere Zeit sich selbst und wiederholten den Versuch, so ergab sich jedesmal, dafs die Abkühlungsgeschwindigkeit gewachsen war. In den folgenden Tabellen ist ϑ die Abkühlungszeit von 60° auf 20° C.

Luftvacuum.

Zeit der Beobachtung.	ϑ.	Differenz.
0	300″	—
gleich darauf	295″	5″
12 Stunden später	289″	11″

Luftvacuum.

0	351″	—
12 Stunden später	307″,5	43″,5

Wasserstoffvacuum.

0	340″,5	—
gleich darauf	331″,0	9″,5
12 Stunden später	312″,0	28″,5.

Wir bemerken, dafs die obigen Vacua, wie alle anderen dieses Paragraphen, ohne Benutzung des Hahnes H_2 der Pumpe erhalten wurden.

Aus diesen Tabellen ist ersichtlich:

1. dafs, wenn man einen Raum, der mit einem Gase gefüllt ist, sorgfältig trocknet und mit einer Quecksilberluftpumpe auspumpt, man Vacua erhält, die sich in Bezug auf Abkühlungsgeschwindigkeit sehr verschieden verhalten (cf. oben 300″, 351″, 340″,5).
2. dafs die Beschaffenheit und Zusammensetzung der in diesen Vacuis noch vorhandenen gasförmigen Körper sich mit der Zeit ändert.

Nachdem wir diese Facta constatirt hatten, untersuchten wir, ob man constante Abkühlungszeiten erhält bei *kleinen* aber *genau reproducirbaren* Drucken, und ob sich bei solchen kleinen Drucken die Beschaffenheit des Gases in Bezug auf die Wärmeleitung mit der Zeit merklich ändert.

Zu den folgenden Versuchen dienten zwei Abkühlungsapparate mit cylindrischer Hülle mit eingeschmolzenen Thermometern; die Apparate waren miteinander verbunden, konnten mithin zusammen ausgepumpt und gefüllt und dann je durch einen Glashahn abgesperrt werden.

Luft.

	Druck.	ϑ Apparat *A.*	Apparat *B.*
	7,12mm	225″	—
neue Füllung	7,12mm	226″,5	—
	0,8mm	235″,5	217″
neue Füllung	0,8mm	234″,5	216″,5
neue Füllung	0,8mm	236″,5	217″.

Die Versuche lehren, dafs, wenn in die getrockneten Apparate trockene Luft von 0,8mm Druck eingelassen wird, dieselbe in Bezug auf Wärmeleitung stets gleiche Beschaffenheit zeigt.

Dies ist schon nicht mehr der Fall für einen Druck von 0,1mm.

Wir fanden z. B.:

	Druck.	ϑ Apparat *A.*	Apparat *B.*
	0,1mm	281″,5	259″
neue Füllung	0,1mm	271″	250″.

Die Drucke wurden genommen in der früher (§. 15) beschriebenen Weise durch die an der Pumpe angebrachte Millimeterscale.

Wir constatirten ferner, dafs die mit der Zeit eintretenden Veränderungen der Gase verschwinden, wenn die Drucke hinreichend grofs sind. So ergab sich z. B die Abkühlungsgeschwindigkeit constant während 12 Stunden in Wasserstoff von 2mm Druck. Wir fanden mit einem Apparat:

Wasserstoff.

	ϑ.
23. October Abends	122″.
24. October Morgens	121″.

Die Veränderlichkeit der Vacua mit der Zeit schien erklärt werden zu können durch die Annahme, dafs Wasser, welches an Glaswänden bekanntlich sehr hartnäckig

haftet, mit der Zeit langsam verdampft und so die Wärmeleitung des sehr dünnen Gases vermehrt.

Es ist uns gelungen, dies experimentell zu beweisen, indem wir jene Ablösung des Wassers, die sich mit der Zeit langsam von selbst herstellt, künstlich durch Glühen einzelner Stellen der Glaswände beschleunigten.

Der Apparat *B* (S. 200) wurde evacuirt und darauf durch Abschmelzen von der Pumpe getrennt. Wir fanden:

Zeit der Beobachtung	ϑ
26. Mai	269
gleich darauf	268
27. Mai	267.

Jetzt wurde der Apparat in der Nähe der abgeschmolzenen Spitze, wo er beim Abschmelzen nicht rothglühend geworden war, bis zur Rothgluth erhitzt. Es ergab sich

$$\vartheta = 255'',5.$$

Der Apparat *A* (S. 200) wurde durch einen Glashahn von der Pumpe abgesperrt und gab:

Zeit der Beobachtung	ϑ
26. Mai	299″
27. Mai	282″,5
gleich darauf	282″
an einer Stelle zur Rothgluth erhitzt	274″,5
an einer zweiten geglüht	264″,5
28. Mai, Morgens	273″
28. Mai, Nachmittags	272″.

In den mit dem letzten Apparate angestellten Versuchen hat sich somit Folgendes gezeigt: nachdem die Abkühlungszeit des sich selbst während eines Tages überlassenen Apparates um 17″ gesunken war, wurde sie durch Glühen zweier Stellen der Wandung um weitere 17″ herabgedrückt. Als darauf der Apparat sich selbst 12 Stunden lang überlassen ward, stieg sie wieder um 8″,5 und blieb fortan constant. Es scheint demnach, daſs das durch Glühen von den Wänden vertriebene Wasser sich zum Theil langsam

wieder an dieselben hinbegeben hat. Es scheint sich ein von der Temperatur abhängiger Gleichgewichtszustand zwischen dem an der Wand condensirten und dem als Dampf vorhandenen Wasser herzustellen und dieser Gleichgewichtszustand bei dem letzten Versuch in dem Sinne überschritten zu seyn, dafs mehr Wasser von der Wand gelöst war, als der Zimmertemperatur entsprach.

Wir haben uns überzeugt, dafs Erhitzung auf 100° das Wasser nicht von den Wänden entfernt.

Um das Glühen bequemer ausführen zu können, wurden in anderen Versuchen an einen Apparat seitlich Röhren angeschmolzen und diese hernach an einzelnen Stellen durch einen Bunsen'schen Brenner geglüht.

Es ergab sich z. B.:

Luft.

Zeit der Beobachtung	ϑ
29. Mai	290″
gleich darauf	284″,5
geglüht	265″
30. Mai	265″.

Dieser Versuch und andere, die nicht speciell angeführt werden sollen, bestätigen die früheren Resultate.

Wir haben endlich noch einen Versuch gemacht zum Beweise dafür, dafs nur in *sehr dünnen* Gasen (Vacuis) und nicht in Gasen von einigen Millimetern Druck die Wärmeleitung merklich modificirt wird durch die Spuren von Dampf, die durch das Glühen von den Wänden abgelöst werden.

Luft.

Druck 5,2^{mm}.

	ϑ
Vor dem Glühen	212″,5
Nach dem Glühen	212″,5.

Die Quantitäten von Wasserdampf, um die es sich hier handelt, sind aufserordentlich klein und mit dem Manometer durchaus nicht nachzuweisen. *Die Abkühlungs-*

geschwindigkeit eines Thermometers, — welche mit grofser Schärfe gemessen werden kann — erweist sich somit als ein äufserst feines Reagens auf die Güte eines Vacuums und wir zweifeln, ob ein feineres gefunden werden kann.

§. 31.

Herstellung eines möglichst guten Vacuums.

Nachdem die obigen Thatsachen constatirt waren, haben wir uns die Aufgabe gestellt, von den in unseren Abkühlungsapparaten vorhandenen Spuren von Materie soviel herauszuschaffen, dafs die betreffenden Räume in Bezug auf die Wärmeleitung als wirkliche Vacua zu betrachten seyen. Zunächst gelang es uns mit Hülfe des Hahnes H_2 der Pumpe, die Abkühlungszeit zu vergröfsern. Die folgenden Versuche wurden mit dem oben S. 184 mit No. II (Kugelapparat) bezeichneten Apparat angestellt:

Atm. Luft.

Druck	ϑ
9,3^{mm}	363″
4,0^{mm}	369″
1,2^{mm}	364″
3 weitere Evacuirungen Vacuum I	. . 444″
5 weitere Evacuirungen Vacuum II	. . 555″
So lange gepumpt bis durch H_2 nichts mehr hindurchging . . Vacuum III . . .	. . 602″

Das Vacuum I ist etwa als ein solches zu betrachten, welches man ohne Benutzung von H_2 nur mit Benutzung des oberen Hahnes H der Pumpe erhält.

Es gelang uns nicht, durch weiteres Pumpen die Abkühlungszeit ϑ über 602″ hinaus (Vacuum III) zu steigern. Es gelang uns indefs, dieselbe erheblich zu vergröfsern

dadurch, daſs wir den Apparat bei 200° im Oelbad trockneten, bei dieser Temperatur mittels des Hahnes H_2 so weit als möglich evacuirten und sodann bei derselben Temperatur mittels eines Glashahnes von der übrigen Leitung absperrten.

Es ergab sich so:

	Luft	Kohlensäure
Bestes Vacuum, bei 200° getrocknet, evacuirt und abgesperrt	$\vartheta = 712{,}5''$	708″.

Man sieht, daſs durch dieses Verfahren die Abkühlungszeit noch im Verhältniſs von 6 : 7 gesteigert ist.

Es handelte sich nunmehr darum, zu untersuchen, ob in dem so hergestellten Vacuum die Abkühlungszeit noch merklich durch Wärmeleitung der immerhin noch vorhandenen Spuren gasiger Materie beeinfluſst werde.

Um dies zu entscheiden, benutzten wir den in der Fig. 2, Taf. IX gezeichneten, von Geiſsler angefertigten Apparat. Das Thermometer wurde successive in die kugelförmige und in die cylindrische Hülle eingesetzt, es wurde jedesmal mit dem sehr gut getrockneten Apparat zunächst eine Reihe von Versuchen bei höheren Drucken gemacht, und endlich auf die oben beschriebene Weise durch Trocknen und Auspumpen bei 200° ein möglichst gutes Vacuum erzeugt.

Die folgende Tabelle zeigt die Resultate:

Wasserstoff.

Druck	ϑ Thermometer in kugelförmiger Hülle	ϑ Thermometer in cylindrischer Hülle
760^{mm}	60″	25″
154^{mm}	66″	25″
8,8^{mm}	68″	30″
Bestes Vacuum	586″	578″

Luft.

760mm	171″	114″
148mm	234″	114″
9,5mm	270″	116″
0,5mm	280″	154″
Bestes Vacuum	576″	576″.

Kohlensäure.

Bestes Vacuum	588″	578″.

Die Abkühlungszeit ϑ von 59,3°C. bis 19,6°, welche für mittlere Drucke beim Kugelapparat über doppelt so grofs ist, als beim Cylinderapparat, unterscheidet sich in den besten Vacuis um nicht 2 Proc. bei beiden Apparaten. Wir schliefsen daraus, dafs in diesen Vacuis die dem Thermometer entzogenen Wärmemengen bis auf wenige Procente von der Strahlung herrühren. Allerdings ergiebt die Gastheorie, dafs von gewissen Graden der Verdünnung an die übergeleitete Wärmemenge nur abhängig ist von der Zahl der Molecüle in der Raumeinheit und unabhängig von den Dimensionen des Gefäfses. Allein bei solchen Graden der Verdünnung ist die totale übergeführte Wärmemenge ein äufserst kleiner Bruchtheil von der bei normalen Drucken übergeführten.

Wir erwähnen noch, dafs die Veränderlichkeit mit der Zeit auch bei den besten Vacuis trotz aller Bemühungen nicht verschwand, und daher die Beobachtung immer möglichst schnell nach Herstellung des Vacuums ausgeführt wurde. Bei einem Versuch sank z. B. die Abkühlungszeit in mehreren Stunden von ihrem gröfsten Werth 576″ auf 466″.

Ob die Dämpfe, welche dies bewirken, sich von den Wänden loslösen, oder aus dem Fett, welches zum Schmieren der Glasschliffe nöthig ist, sich entwickeln, wissen wir nicht anzugeben.

Die Zusammensetzung der Spuren gasiger Materie, die in unsern besten Vacuis noch vorhanden ist, wird jeden-

falls eine ziemlich complicirte seyn, es werden in den Vacuis enthalten seyn Spuren des ausgepumpten Gases, Quecksilberdampf, Wasserdampf, der sich von den Wänden oder von dem Fett ablöst, Zersetzungsproducte dieses Fettes selbst, und möglicher Weise gar Zersetzungsproducte des Glases.

§. 31.

Aenderung der Wärmeleitung in sehr dünnen Gasen mit der Dichte.

Nehmen wir dem Vorhergehenden gemäfs an, dafs die in dem besten Vacuum erhaltene Abkühlungszeit (ϑ) nicht merklich von der Wärmeleitung beeinflufst wird, so können wir die mit dem Kugelapparat (cf. S. 203) angestellten Versuche benutzen, um die stufenweise Abnahme der Wärmeleitung in den successiven Vacuis zu zeigen.

Wir wollen bei der folgenden Schätzung absehen von den Abweichungen der Abkühlungsgeschwindigkeit von dem Newton'schen Gesetz. Dann sind die beobachteten Werthe von ϑ umgekehrt proportional den früher durch α bezeichneten Coëfficienten, folglich, wenn wir durch α_0 den betreffenden Coëfficienten für die reine Strahlung bezeichnen, die Werthe von $\alpha - \alpha_0$ proportional den übergeleiteten Wärmemengen. Hiernach ergiebt sich aus den mitgetheilten Versuchen:

Apparat II.

Atmosphärische Luft.

Druck	α	$\alpha - \alpha_0$
$1^{mm},3$	0,00275	0,00135
3 weitere Evacuirungen. Vacuum I		
nach Mariotte's Gesetz und Evacuirungen gerechnet $p = 0^{mm},03$	0,00225	0,00085
5 weitere Evacuirungen. Vacuum II	0,00180	0,00040
Vacuum III	0,00166	0,00026
Bestes Vacuum	0,00140	0,0000

Man sieht, dafs entsprechend den für die Reibung erhaltenen Resultaten verhältnifsmäfsig grofse Quanta von Energie durch Spuren gasiger Materie in der Zeiteinheit transportirt werden können.

§. 32.

Berechnung der Wärmeleitungscoëfficienten und der Strahlungsconstante.

Wir wollen nun zum Schluſs die oben mitgetheilten Versuche benutzen, um aus ihnen die Wärmeleitungscoëfficienten der drei Gase Luft, H und CO_2 und die Strahlungsconstante des Glases zu berechnen.

Setzen wir den Wasserwerth der Thermometerkugel gleich $C_0 (1 + \varepsilon t)$, ferner die durch Strahlung per Flächeneinheit und Zeiteinheit entzogene Wärmemenge, da ein cubisches Glied in den Versuchen nicht erkennbar

$$\sigma_1 t + \sigma_2 t^2$$

und die durch Leitung entzogene

$$\lambda_1 t + \lambda_2 t^2,$$

so haben wir, wenn Strömungen ausgeschlossen sind

$$C_0 (1 + \varepsilon t)\, dt = - d\vartheta\, 4\pi r_1^2 [(\sigma_1 + \lambda_1) t + (\sigma_2 + \lambda_2) t^2].$$

Entwickeln wir unter der Annahme, dafs $\varepsilon t < 1$, so erhalten wir

$$dt = - d\vartheta \frac{4\pi r_1^2}{C_0} [(\sigma_1 + \lambda_1) t + P t^2].$$

Durch Vergleichung mit der empirischen Formel (S. 184) hat man

$$\alpha = \frac{4\pi r_1^2}{C_0} (\sigma_1 + \lambda_1),$$

wo

$$\lambda_1 = k_0 \frac{r_2}{(r_2 - r_1) r_1},$$

so lange das normale Gesetz besteht, dafs die Wärmeleitung vom Druck unabhängig ist.

Für unser bestes Vacuum setzen wir $\lambda_1 = 0$; die Abkühlung in diesem Vacuum führt mithin zur Bestimmung

von σ_1, und damit können wir sodann λ_1 für die verschiedenen Gase aus den betreffenden Versuchen finden.

Für absolute Bestimmungen muſs C_0 genau bekannt seyn, wir besitzen indessen nur eine genäherte Schätzung dieses Werthes. Wir können daher den absoluten Werthen von k_0 und σ_1, wie sie sich aus diesen Versuchen ergeben, keinen groſsen Grad von Sicherheit beilegen. Für genaue Messungen wird man Eis als calorimetrische Substanz benutzen müssen.

Aus dem gemessenen Radius $r_1 = 0{,}4609$ Ctm. der Thermometerkugel und Regnault's Bestimmung der specifischen Wärme des Quecksilbers bei 0° schätzen wir:

$$C_0 = 0{,}15663 \text{ Grm. Centigrad.}$$

Wir haben nun für das beste Vacuum

$$\alpha = 0{,}00159,$$

mithin

$$\sigma_1' = \frac{\alpha C_0}{4\pi r_1^2} = 0{,}00093.$$

Um dieses Resultat mit dem von Hrn. Lehnebach auf anderem Wege gefundenen zu vergleichen, wollen wir das Dulong-Petit'sche Gesetz zu Grunde legen, nach welchem die totale, bei der Temperatur t ausgestrahlte Wärme $= ma^t$ ist, wo a in Bezug auf Centigrade $= 1{,}0077$. Die Constante m ergiebt sich dann aus unseren Versuchen in Bezug auf die Flächeneinheit für Glas $= 0{,}0121$ und daraus die von Hrn. Lehnebach durch

h_{100-0} bezeichnete Zahl

$$h_{100-0} = 0{,}014 \ \frac{\text{Grm. Centigrad.}}{\text{Centim.}^2 \ \text{Secunde.}},$$

Hr. Lehnebach fand 0,015.

Wir beabsichtigen, die Versuche über diese Strahlungsconstante später wieder aufzunehmen und fortzusetzen.

Um weiter den Wärmeleitungscoëfficienten k_0 der Luft zu finden, benutzen wir die bei Drucken zwischen 20^{mm} und $0^{mm},5$ angestellten Versuche. Es ist gefunden worden:

p.	α.
19,5^{mm}	0,00366
9	376
4	368
0,5	363
Mittel	0,00368.

Rechnet man nach der angegebenen Formel und benutzt den gefundenen Werth von σ_1, so ergiebt sich

$$k_0 = 0{,}000048 \frac{\text{Grm.}}{\text{Cent. Secunden.}}$$

Stefan findet aus Versuchen bei Drucken von 1 bis $\frac{1}{2}$ Atmosphäre

$$k_0 = 0{,}000055.$$

Wegen der Unsicherheit in der Bestimmung von C_0 legen wir der Abweichung unserer Zahl von der Stefan'schen keine Bedeutung bei[1]).

Bezeichnen wir endlich durch α_0 den Werth der Gröfse α für das beste Vacuum, durch α_1 und α_2 denselben Werth für 2 Gase 1 und 2, so verhalten sich die Wärmeleitungscoëfficienten derselben wie:

$$\frac{\alpha_1 - \alpha_0}{\alpha_2 - \alpha_0}.$$

Wir heben hervor, dafs diese Beziehung unabhängig ist von der Gestalt des Thermometers und der Hülle. Dies ergiebt sich aus der Bemerkung, dafs die Lage der isothermen Flächen in der zwischen Thermometer und Hülle befindlichen leitenden Substanz unabhängig ist von der Leitungsfähigkeit dieser, mag sie nun ein Metall oder ein Gas seyn. Vorausgesetzt ist dabei, dafs die Lage der iso-

1) In unserer Mittheilung an die Akademie in Berlin (Sitzung vom 25. Februar 1875) haben wir in Folge fehlerhafter Berechnung des α statt 0,000048 für k angegeben 0,000050, d. i. $\frac{10}{11}$ des von Hrn. Stefan erhaltenen Werthes. Wir bitten jenen Werth durch den hier gegebenen (0,000048) zu ersetzen. In Folge des erwähnten Fehlers in der Berechnung des α erleidet auch der Werth des relativen Wärmeleitungs-Coëfficienten der Luft bezogen auf den des Wasserstoffs als Einheit eine kleine Modification. Der Werth 0,137 des Auszuges ist auf der folgenden Seite durch den richtigen 0,140 ersetzt.

thermen Flächen in jedem Moment diejenige ist, welche dem thermometrischen Gleichgewicht für die augenblickliche Temperatur des Thermometers entspricht. Ueber die Bedingungen, unter welchen dies der Fall ist, vergl. man S. 193.

Bei der Berechnung benutzen wir die folgenden Werthe:

		α	
Vacuum		0,00159	
Kohlensäure	7,7mm	0,00284	0,002815
	1,6mm	0,00282	
Luft . . .	19,5mm	0,00366	0,00368
	9,0mm	0,00376	
	4,0mm	0,00368	
	0,5mm	0,00363	
Wasserstoff	15,4mm	0,0167	0,0165.
	8,8mm	0,0163	

Es ergeben sich sodann mittels der Werthe α der vorstehenden Tabelle die relativen Wärmeleitungsindices folgendermafsen.

Relative Wärmeleitungscoëfficienten.

	k_0 beob.	k_0 nach Maxwell berechnet
Luft	1	1
Kohlensäure	0,59	0,70
Wasserstoff	7,1	7,0

oder

Wasserstoff	1	1
Luft	0,140	0,142
Kohlensäure	0,082	0,99.

Das Verhältnifs der Leitungscoëfficienten der Luft und des Wasserstoffs stimmt, wie auch schon Stefan gefunden hat, mit dem aus der Theorie berechneten nahe überein.

Der relative Wärmeleitungscoëfficient der Kohlensäure kann aus der Theorie nicht genau berechnet werden, da das Verhältnifs der specifischen Wärmen der Kohlensäure mit der Temperatur veränderlich ist und in der Theorie diese Veränderlichkeit nicht berücksichtigt ist. — Benutzt wurde für die Berechnung des obigen Werthes das Verhältnifs des Reibungscoëfficienten der Kohlensäure zu dem der Luft 0,806. Ferner:

$\frac{C_p}{C_v}$ für Luft = 1,405

$\frac{C_p}{C_r}$ für CO_2 = 1,305.

Dichte der Kohlensäure = 1,5291.

Der benutzte Werth von $\frac{C_p}{C_r}$ für CO_2 ist von Hrn. Röntgen (cf. diese Annalen Bd. 148) bei 19° C. experimentell bestimmt. — Nimmt man die am angeführten Ort gegebenen, aus Regnault's Beobachtungen berechneten Werthe:

$\frac{C_p}{C_v}$ = 1,3220 bei 0°

$\frac{C_p}{C_v}$ = 1,2603 bei 100°,

so erhält man für den Wärmeleitungscoëfficienten der Kohlensäure bezogen auf den der Luft als Einheit die beiden Gränzwerthe 0,66 und 0,82.

Selbst der kleinste dieser Werthe ist noch merklich gröfser, als der von uns bei Drucken von circa 1 — 8^{mm} experimentell ermittelte Werth. Schliefslich sey noch bemerkt, dafs die in unserer Mittheilung an die Akademie angegebenen, nach Maxwell berechneten relativen Coëfficienten für Luft (0,141) und CO_2 (0,103) durch die genaueren hier gegebenen zu ersetzen sind, bei deren Berechnung die oben angegebenen, uns am zuverlässigsten erscheinenden Werthe für $\frac{C_p}{C_r}$ (für Wasserstoff ist der gleiche Werth $\frac{C_p}{C_r}$ wie für Luft genommen) benutzt wurden.

II. *Weitere Beiträge zur Theorie der Schallbildung; von Prof. Dr. S. Stern.*

(Schluſs von S. 78.)

Sollen alle bisher angeführten Thatsachen ihre causale Begründung erhalten, so muſs man aufser den bereits oben formulirten Fragen noch zwei andere in Betracht ziehen.

Warum tönen Stimmgabeln und bestimmte Resonatoren, auf die ein tönender Resonanzkasten einwirkt, in unmittelbarer Nähe des Ohres so unverhältnifsmäfsig laut, während man ihren Ton auf Distanz gar nicht oder nur sehr schwach hört? Warum verhalten sich Töne, die durch longitudinale Impulse erregt werden, sowohl bezüglich der Erregung von Resonanz, als auch bezüglich der Interferenz so auffallend verschieden von Tönen, die durch transversale Impulse erregt werden, und in welchem Verhältnisse stehen überhaupt transversale und longitudinale Schwingungen zu einander? Eine eingehende Betrachtung zeigt, dafs alle diese Fragen nur im Zusammenhange zu beantworten sind, da in der Beantwortung der einen *implicite* auch schon die der anderen enthalten ist. Gehen wir also vor allem von den schon früher formulirten Fragen aus. Warum tönen Stimmgabeln ohne Resonanzboden überhaupt so schwach? Höhere aber doch lauter als tiefere?

Da, wie wir bereits oben gesehen, weder die Gröfse der Berührungsfläche mit der Luft, noch auch die Gröfse der transversalen Excursionen auf die Tonstärke direct Einfluſs nehmen, so mufs man sich in erster Linie die Frage stellen: Bestehen nicht vielleicht in der Masse der Stimmgabeln aufser den transversalen Verschiebungen auch noch andere Bewegungsrichtungen? Nun, diese Frage läfst sich allerdings ganz entschieden beantworten. Faſst man nämlich den Bau der Stimmgabeln näher in's Auge, namentlich den Umstand, dafs die geradlinigen Zinken am Verbindungsstück eine bogenförmige Krümmung erleiden, so mufs es sofort einleuchten, dafs die Lageveränderung, die die Massentheilchen der Gabel während der Schwingung erleiden, an jenen Zinkenquerschnitten, die in gerader Linie über einander liegen, eine wesentlich verschiedene ist von jener, die an den, den Verbindungsbogen constituirenden Querschnitten entstehen mufs. Man kann sich hiervon am einfachsten überzeugen, wenn man eine Anzahl von Punkten in Gabelform aneinanderreiht, die Verschiebungen wenigstens zweier, die in gerader Linie, und zweier, die im Bogen liegen, construirt und mit einander vergleicht

Die ersteren Massentheilchen ändern ihre Lage gegen einander, dabei ist die Aenderung ihrer Entfernung von einander im Verhältnifs zur ganzen Bahn, die sie beschreiben, nur klein. Die letzteren ändern ihre Lage zu einander nur sehr wenig oder auch gar nicht, die Aenderung ihrer Entfernung von einander ist bei ihnen jedoch im Verhältnisse zu ihrer ganzen Bahn viel gröfser oder auch gleich dieser Bahn. Mit einem Worte: Am Verbindungsbogen entstehen Verdichtungen und Verdünnungen κατ' ἐξοχήν, an den Zinken selbst Verschiebungen ganz anderer Art. ***Verdichtungen und Verdünnungen müssen in homogenen Massen sich nach allen Richtungen der Kugeloberfläche ausbreiten.*** Dieser überaus wichtige Satz, der bisher bei allen Berechnungen, die sich auf longitudinale Schwingungen beziehen, aufser Acht gelassen wurde, ergiebt sich mit gröfster Sicherheit aus Folgendem. Bei Stimmgabeln ist es bekannt, dafs der Stofs, der eine Zinke trifft, in der zweiten auch genau dieselbe Bewegung bewirkt wie in der unmittelbar getroffenen. Diese Bewegung kann offenbar nur durch Vermittlung des Verbindungsbogens zu Stande kommen und mufs somit die bewegende Kraft aus der horizontalen in die verticale Richtung übergehen.

Wenn der Stimmgabelstiel an seinem Ende longitudinal oder an seiner Seitenfläche selbst in einer Richtung, die senkrecht steht auf der Schwingungsebene der Zinken, gestofsen wird, oder wenn das Verbindungsstück, in welcher Richtung immer selbst an der Bogenconcavität genau longitudinal gestofsen wird, entsteht immer der Grundton; auch das ist nur möglich, wenn der Stofs sich nach den verschiedensten Richtungen ausbreiten kann. — Dafs Glocken auch dann ihren Grundton hören lassen, wenn ihren Griff ein longitudinaler Stofs trifft, ist entschieden nur durch eine Ausbreitung des Stofses nach allen Richtungen, wenigstens einer Halbkugel, möglich.

Aber auch *a priori* läfst sich dieser Satz gewissermafsen aus der Structur der homogenen Materie, bei der sämmtliche Theilchen in ganz gleichen Abständen von ein-

ander gedacht werden müssen, mit Bestimmtheit deduciren, wie das bereits im Aufs. II, S. 15 — 17 auseinandergesetzt ist. — Aus diesem Satze ergeben sich weiter mehrere wichtige Consequenzen. Zunächst sey hervorgehoben, dafs die Verdichtung und Verdünnung, die sich bei Stimmgabeln am Verbindungsbogen entwickelt, sich nicht nur durch das ganze Verbindungsstück, sondern auch durch den Stiel und durch die Masse der Zinken selbst nach aufwärts ausbreiten. Die Verschiebungen, die die Verdichtung und Verdünnung in der Masse der Gabel bewirkt, sind selbstverständlich bezüglich ihrer Form, Richtung, der Zu- und Abnahme ihrer Geschwindigkeit von den transversalen wesentlich verschieden.

Es ist somit die Frage, ob in der Masse der Gabel, aufser der transversalen auch noch andere Bewegungsrichtungen bestehen, ganz entschieden zu bejahen. Daraus folgt aber weiter, dafs die Schwingungsform der Massentheilchen einer Gabel, ganz abgesehen von solchen Schwingungen, die den Obertönen zu Grunde liegen, so complicirt ist, dafs sie mit einer einfachen Pendelschwingung kaum verglichen werden kann.

Nachdem nun die transversalen Schwingungen erwiesenermafsen keinen directen Einfluſs haben auf die Schallstärke, so mufs man sich consequenterweise weiter fragen, ob nicht jene Verschiebungen, die aus den Verdichtungen und Verdünnungen am Verbindungsbogen resultiren, die Schallstärke beeinflussen. Die Thatsache, dafs notorisch longitudinale Stöfse, die den Gabelstiel oder die Concavität des Verbindungsbogens treffen, die denn doch blofs Verdichtung zur Folge haben können, den Grundton der Gabel hervorrufen, deutet darauf hin, dafs die Verdichtung allein schon nicht blos die Schallstärke beeinflussen, sondern das Erklingen des Grundtones überhaupt bewirken könne. Allein hier könnte man sich noch vorstellen, dafs die Verdichtung, indem sie sich über den ganzen Verbindungsbogen ausbreitet, zu einer transversalen Bewegung der Zinken führe und erst diese letztere das Tönen zur

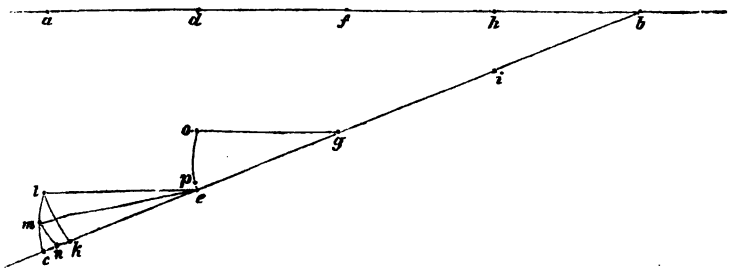
Folge habe. Diese Vorstellung verliert aber vollkommen ihre Haltbarkeit, wenn man ihr gegenüberhält, dafs der Grundton bis zur Dauer eines klopfenden Schalles abgekürzt ist, wenn der Gabelstiel in seinen Schwingungen gehemmt wird. Würde der Ton erst durch die indirect erregten transversalen Bewegungen zu Stande kommen, so müfste er, sobald er einmal zu Stande gekommen, persistiren; da die Transversalbewegungen der Zinken durch die Abdämpfung der Stielschwingungen erfahrungsgemäfs nicht beeinflufst werden. Ebensowenig liefse sich die oben erwähnte Vorstellung mit der Thatsache in Einklang bringen, dafs der Grundton auch dann erklingt, wenn man den Stiel einer an einem Faden hängenden Gabel an seiner Seitenfläche senkrecht auf die Schwingungsebene der Zinken wiederholt schwach stöfst.

Wenn also die gröfste Wahrscheinlichkeit vorliegt, dafs die durch Verdichtung bewirkten Verschiebungen schon den Grundton hervorbringen, so bleibt nur noch zu prüfen, ob diese Verschiebungen auch die anfangs erwähnten auffälligen Erscheinungen in der Tonstärke der Gabeln zu erklären geeignet seyen. Zu diesem Zwecke mufs man die Intensität dieser Verschiebungen bei gleicher Stofskraft und verschiedenen Gabeldimensionen feststellen und diese mit der empirisch gefundenen Tonstärke vergleichen. Experimentell die Intensität der Verdichtungsverschiebungen zu bestimmen, ist offenbar unmöglich.

Die Berechnung dieser Verdichtung würde eine der schwierigsten Aufgaben für die analytische Mechanik abgeben. Bei Berechnung der Schwingungszahlen transversal schwingender Stäbe — zu denen auch die Stimmgabeln zu zählen sind — geht man bekanntlich von der Annahme aus, es sey die Kraft, welche den Stab während seiner Schwingungen aus der Lage der gröfsten Ausbiegung in die Ruhelage zurücktreibt, gleich der Last, die an seinem freien Ende angebracht werden mufs, um ihn aus der Ruhelage in die der gröfsten Ausbiegung zu versetzen. Bei Berechnung dieser Last wird aber vorausgesetzt, es be-

stehe im ganzen Stabe auch nach dessen Belastung Gleichgewicht, d. h. der Widerstand gegen die Ausbiegung oder die Kraft, die zur Ruhelage zurückdrängt, sey am Befestigungspunkte des Stabes ebenso grofs als an seinem freien Ende. Sie ist bekanntlich durch die Gleichung ausgedrückt: $P = F \frac{a b d^3}{l^3}$, wo F das Product einer Constanten in den Elasticitätscoëfficienten, a die Amplitude, b die Breite, d die Dicke, l die Länge des Stabes ist. Diese Voraussetzung ist aber nur während der Belastung richtig, weil die Last als eine ***continuirlich wirkende Kraft*** zu betrachten ist. Anders verhält sich die Sache während der Schwingungen. So wie der Stab vermöge der Elasticität zur Ruhelage zurückkehrt, concentrirt sich die bewegende Kraft auch wieder am freien Ende, indem die Querschnitte in der Nähe vom befestigten Ende einen um so gröfseren Theil ihrer elastischen oder bewegenden Kraft übertragen müssen auf die Querschnitte am freien Ende, je näher sie dem ersteren; die Bewegungsgeschwindigkeit ist mithin am freien Ende am allergröfsten und wird gegen den Befestigungspunkt hin immer kleiner.

Anmerkung. Dafs die elastischen Kräfte, mithin auch die Verschiebungen zwischen den einzelnen Querschnitten von schwingenden Stäben, die an einem Ende befestigt sind, ungleich seyn müssen, läfst sich durch folgende Betrachtung klarstellen.



Denkt man sich, es bestehe ein Stab aus den einfachen Punkten $adfhb$ der obenstehenden Figur, und sey derselbe in b befestigt; es werde der Stab durch eine bei a einwirkende Last in die Lage $cegib$ gebracht; es habe diese Linie, die hier der Ein-

fachheit halber als gerade dargestellt ist, eine entsprechende Krümmung, wobei aber doch die Abstände der einzelnen Punkte von einander, mithin auch die zwischen ihnen wirksamen elastischen Kräfte gleich grofs sind, da die Belastung so lange andauert, bis das Gleichgewicht hergestellt ist. Die Gröfse der elastischen Kraft sey durch die Vergröfserung der Abstände der Punkte von einander ausgedrückt. Wird nun die Last von dem Punkte c (respective a) entfernt und kehrt der Stab in die Gleichgewichtslage zurück, so mufs vor allem festgestellt werden, wo die Bewegung *beginnt*? Da die Punkte $e g i$ durch ganz gleiche elastische Kräfte nach zwei entgegengesetzten Richtungen gezogen werden — nämlich e gegen c und gegen g, obenso g gegen e und gegen i usw. — so kann keiner dieser Punkte sich zu bewegen beginnen, sondern, da auch b befestigt ist, nur der Endpunkt c (respective a). Die Geschwindigkeit, mit der c die Bewegung beginnt, ist der elastischen Kraft zwischen c und e und diese der Verschiebung aus der Ruhelage proportional. Ziehen wir le parallel und gleich ad und schneiden $ek = le = ad$ ab, so ist ck die Länge, $\angle lec$ der Winkel der Verschiebung, die Bewegungsrichtung für den Punkt c mufs sonach in dem Bogen cl liegen. Nehmen wir nun an, es gelange c in der Zeit τ, die verstreichen mufs, bis sich die Bewegung dem nächsten Theilchen mittheilt, bis m, so beträgt die Annäherung von c an e cn, wenn $me = ne$ ist; der Verschiebungswinkel wird um den $\angle mec$ verkleinert. Durch beides wird die elastische Kraft vermindert. Bezeichnen wir sie mit p und berücksichtigen wir nur die geradlinige Annäherung der Punkte an einander, so ist die elastische Kraft im zweiten Zeittheilchen

$$\tau = p - p\,\frac{cn}{ck}.$$

Wäre e unbeweglich, so würde die Beschleunigung sowohl im zweiten, als auch in jedem der nächstfolgenden Zeittheilchen τ blos um eine bestimmte Gröfse verkleinert. Da jedoch e auch beweglich ist, so mufs es in dem Momente, wo c in m anlangt, auch in Bewegung gerathen, weil $eg > me$; die Richtung seiner Bewegung mufs im Bogen eo liegen, und die bewegende Kraft gleich seyn der Differenz zwischen den Kräften, die einerseits zwischen e und g, andererseits zwischen m und e wirken, d. i. $= p\,\frac{cn}{ck}$, also jedenfalls kleiner als p.

Nehmen wir an, es gelange e in dem zweiten Zeittheilchen τ etwa bis p, so wird die Verschiebung des Punktes e nicht blos auf g, sondern auch auf c zurückwirken, denn indem er sich g nähert, entfernt er sich wieder von c. Durch die Entfernung wächst aber wieder die elastische Kraft zwischen c (respective m)

und e, die durch die Bewegung des c allein abnehmen müfste, um eine bestimmte Gröfse an, d. h. es mufs die zwischen e und g wirksame Kraft zum Theil sich auch auf c übertragen. — Im dritten Zeittheilchen τ wird auch g in Bewegung seyn. Seine bewegende Kraft wird wieder kleiner seyn als die des e war im zweiten Zeittheilchen. Die Bewegung des g wirkt sowohl auf i als auch zurück auf e ganz in derselben Weise, wie die Bewegung des e auf c zurückwirkte, d. h. die zwischen g und i wirksame Kraft mufs sich zum Theil auf e übertragen. Von e mufs sich aber auch die übertragene Kraft ebenso wie die ihm ursprünglich eigen gewesene weiter auf c übertragen usw. Es ist sonach zu ersehen, dafs die bewegende Kraft der Querschnitte vom befestigten Ende sich übertragen mufs auf die Querschnitte am freien Ende, so dafs die Endgeschwindigkeit der letzteren schliefslich einen grofsen Theil der elastischen Kräfte zwischen allen Querschnitten in sich concentrirt, Dafs diese Ungleichheit während der schwingenden Bewegung sich nicht mehr ausgleichen könne, ist bereits im Texte hervorgehoben und leicht einzusehen.

Hat der Stab die Ruhelage erreicht und bewegt er sich vermöge der Trägheit über diese hinaus, so kann diese Bewegung nur als eine solche betrachtet werden, die durch eine *momentan wirkende Kraft* erzeugt wird. Da die Geschwindigkeit am freien Ende weitaus gröfser ist als an irgend einem anderen Punkte, so mufs ihr Ueberschufs während der Bewegung sich successive allen Querschnitten des Stabes mittheilen und dadurch schliefslich auf 0 reducirt werden. Die transversale Verschiebung, die die einzelnen Querschnitte in Folge der neuerlichen Ausbiegung nach entgegengesetzter Richtung erleiden, mufs ihrer Bewegungsgeschwindigkeit proportional seyn. Die Bewegungsgeschwindigkeit mufs aber, weil sie ursprünglich schon gegen das befestigte Ende immer kleiner war, und weil selbst die Acceleration, die vom freien Ende ausgeht, *um so kleiner wird, je gröfser die Zahl der Querschnitte, auf die sie bereits übergegangen ist*, gegen das befestigte Ende immer kleiner, somit auch die transversale Verschiebung immer kleiner werden. Am Verbindungsbogen, wo die transversale Verschiebung in eine Verdichtung übergeht, mufs die Verdichtung consequenterweise ebenfalls um

so kleiner ausfallen, je gröfser die Anzahl der Querschnitte auf die sich die vom freien Ende ausgehende Acceleration vertheilen mufs, oder je länger der Stab. In welchem Verhältnisse die Abnahme der Bewegungsgeschwindigkeit gegen das befestigte Ende stattfindet, mögen — falls diese ganze Betrachtung richtig befunden wird — die Fachmathematiker berechnen. Für die Richtigkeit der soeben entwickelten Anschauung kann übrigens auch als thatsächlicher Beweis die Krümmungsform der schwingenden Stimmgabelzinken angeführt werden. Es wurde bereits oben mitgetheilt, dafs diese Krümmung gegen das freie Ende am stärksten ist, es mufs also da auch die horizontale Verschiebung die gröfste seyn. Es braucht wohl kaum noch hervorgehoben zu werden, dafs in dieser Anschauung wenigstens *ein* Erklärungsgrund enthalten ist für die Thatsache, dafs hohe Gabeln lauter tönen als tiefe, sobald das Tönen als durch die Verdichtung bewirkt erkannt ist. Die Thatsache, dafs die Ausbiegung dicker Zinken tiefer hinabreicht gegen das befestigte Ende als die dünner, steht nach dieser Anschauung wenigstens ebenfalls im Einklang mit dem Lautertönen der ersteren.

Dafs der Verbindungsbogen in Folge der Verdichtung, die er erleidet, auch eine transversale Ausbiegung nach entgegengesetzter Richtung als die Zinken machen müsse, ist selbstverständlich, allein die Amplitude dieser Ausbiegung mufs gleich der eines an beiden Enden befestigten Stabes bekanntlich aus derselben Formel berechnet werden, wie die eines blos an einem Ende befestigten; nur der constante Coëfficient ändert sich; es mufs also diese Amplitude nach der oben erwähnten Gleichung, wenn wir sie mit a' bezeichnen, $= \frac{P l^3}{F' b d^3}$ seyn, wobei F' wieder den Elasticitätscoëfficienten, multiplicirt mit einer andern Constanten, bedeutet. Da nun die Länge des Verbindungsbogens verschwindend klein ist, namentlich im Verhältniss zur Dicke, so ist es seine Amplitude ebenfalls. In der That kann man sich überzeugen, dafs bei weitem dünnem Verbin-

dungsbogen seine Excursionen wenigstens für den Tastsinn leichter bemerkbar werden am Gabelstiele, als bei engeren.

Nach alledem dürfte es kaum mehr gewagt erscheinen, die Behauptung auszusprechen, dafs das Tönen der Stimmgabeln hauptsächlich von jenen Verschiebungen abhänge, die in Folge der Verdichtung und Verdünnung am Verbindungsbogen in der ganzen Masse der Gabel entstehen; da nur diese Verschiebungen, von denen es durch Thatsachen bereits nachgewiesen wurde, dafs sie überhaupt tönen können, genau von denselben Bedingungen abhängen, von denen auch die Gehörsphänomene sich abhängig erweisen, somit nur sie mit diesen letzteren sich vollständig decken.

Aus dieser Behauptung erklären sich folgende der bereits angeführten Erscheinungen.

Die hohen Obertöne, die durch den Stofs mit harten Körpern besonders in gröfseren Gabeln gebildet werden, müssen aus der Verdichtung, die an der Stofsstelle sich bildet, unmittelbar hervorgehen, denn man kann sie auch durch longitudinalen, überhaupt durch jeden, nach welcher Richtung immer geführten Stofs erregen, während sie beim Streichen der Gabeln mit dem Bogen constant fehlen; überdies sind sie um so lauter, je härter der stofsende Körper. In hohen kurzen Gabeln können die hohen Obertöne nicht so deutlich hervortreten, weil sie bei der Kürze der Zinken von zu kurzer Dauer sind und weil sie durch den hier schon viel lauteren Grundton gedeckt werden. Bei transversalen schwingenden Stäben hat die transversale Bewegung an den meist concaven und convexen Punkten ähnliche Verdichtungen und Verdünnungen zur Folge wie bei Stimmgabeln. Die aus den Verdichtungen resultirende Druckkraft mufs auch hier mit der Länge des Stabes ab-, mit seiner Dicke zunehmen, so dafs die Stärke der Töne auch hier sich mit der Intensität der longitudinalen Verschiebungen vollständig deckt.

Der durchdringend laute hohe Ton, den man bei stär-

kerem Andrücken des Bogens, namentlich an die Randflächen, erhält, geht offenbar aus direct gebildeten Verdichtungs- und Verdünnungsverschiebungen hervor, was man auch schon daran erkennt, dafs dieser Ton nur so lange oder nur kaum merklich länger dauert als das Streichen mit dem Bogen, während die gleichzeitig entstehende transversale Bewegung jenen lange überdauert.

Aus dieser Thatsache, dafs Verdichtungen und Verdünnungen sich in jeder homogenen Masse nach allen Richtungen ausbreiten, ergiebt sich weiter die sehr wichtige Consequenz, dafs die durch dieselben bewirkten Verschiebungen unmöglich geradlinig seyn können. Es mufs nämlich durch die Verdichtung aufser dem longitudinalen auch noch ein lateraler oder transversaler Druck zu Stande kommen. Der Widerstand gegen den Druck überhaupt ist aber im Innern der Masse offenbar weitaus gröfser als an den freien Flächen. In dem Momente also, wo der laterale Druck die Aufsenfläche erreicht, weichen ihm die Massentheilchen leichter aus, indem sie sich nach aufsen bewegen. Die Folge davon ist, dafs jeder Oberflächenpunkt in zweierlei Art auf die Massentheilchen zurückwirken mufs. Einmal, indem er sich bei vermindertem Widerstande schneller nach aufsen bewegt als die inneren Theilchen und durch seine Bewegung *transversal* neue Impulse abgiebt. Ein zweitesmal aber auch, indem durch seine Bewegung nach aufsen der Widerstand gegen den Druck im Innern nach dieser einen Richtung sich vermindert, somit die Massentheilchen dem allseitigen Drucke nach dieser einen Richtung ausweichen; da nun das seitliche Ausweichen continuirlich immer neue Oberflächentheile trifft, so mufs auch das Ausweichen im Innern der Masse, d. i. die Veränderung der Bewegungsrichtung eine continuirliche seyn, d. h. *die Verschiebungsbahnen müssen krummlinig seyn.*

Bezüglich fester Körper ist dieses Verhältnifs bekanntlich schon inductiv direct erwiesen, indem sich gezeigt

hat, dafs bei der Erregung von longitudinalen Schwingungen immer auch transversale auftreten, beide zusammen aber nothwendig krummlinige Bahnen zur Folge haben. Aber auch von Luftsäulen, die von starren Wänden begrenzt sind, läfst sich dasselbe mit Entschiedenheit behaupten, da sonst durch die Schwingungen der ersteren nicht auch die letzteren in Schwingungen versetzt werden könnten, was bekanntlich immer der Fall ist. Andererseits ist dieses Verhältnifs auch schon im Aufs. II, S. 22 als Postulat einer vorausgegangenen Analyse hingestellt. Die krummlinigen Bahnen sind aus stärker und schwächer gekrümmten oder auch geradlinigen Bestandtheilen zusammengesetzt; letztere rühren von der Excursion der Massentheilchen an den freien Flächen her und müssen um so mehr über die ersteren überwiegen, je gröfser diese Excursionen ausfallen, und umgekehrt. Das Andauern von schwingenden Bewegungen ist nur durch geradlinige Excursionen möglich, was sich schon aus der Thatsache ergiebt, dafs Schwingungen, die durch dauernde äufsere Einwirkung (z. B. durch longitudinales Streichen von Stäben etc.) angeregt werden, nur so lange dauern, als die äufsere Kraft einwirkt; da die Bildung einer regelmäfsigen geradlinigen Bewegung durch die andauernde ununterbrochene Wirkung der äufsern Kraft verhindert wird. Aus alledem erklärt sich manche Thatsache, so z. B. dafs man bei Glas-, Stein- und Metallplatten und Stäben constant durch Klopfen ganz dieselben Klänge erhält, wenn man den Stofs longitudinal, als wenn man ihn transversal führt; ebenso alle an Stimmgabeln beschriebenen Erscheinungen, wenn man auf den Stiel oder das Verbindungsstück klopft.

Aus der Art und Weise, wie durch Verdichtungen und Verdünnungen krummlinige Bewegungen entstehen, ergiebt sich, dafs dieselben um so complicirter ausfallen müssen, je gröfser die Stoffmasse und deren freie Flächen. Nun hat sich aber aus vielen Thatsachen, die in den Aufs. III und IV mitgetheilt sind, der Schlufs ergeben, dafs die

Stärke des Schalles innerhalb gewisser Gränzen einen gewissen Parallelismus einhält mit dem Complicationsgrade der Schwingungsform; folglich muſs, da der Complicationsgrad von der Gröſse der Stoffmasse und der Gröſse ihrer freien Flächen abhängt, die Schallstärke auch zu diesen beiden Factoren innerhalb bestimmter Gränzen in geradem Verhältnisse stehen. Im Allgemeinen erfordern tiefe Töne bei gleicher Tonstärke einen höheren Complicationsgrad, also gröſsere Stoffmassen, als hohe, oder umgekehrt gröſsere Stoffmassen, gröſserer Flächeninhalt, geben *caeteris paribus* tiefere Töne als kleinere. Dieser Satz erhält seine Bestätigung schon durch eine groſse Anzahl von Thatsachen, die im Aufs. I angeführt sind, nur muſs dort überall der erste oder Eigenschall der Körper sorgfältig von dem viel lauteren Schall der umgebenden Luft unterschieden werden. So z. B. nimmt die Intensität des ersten Schalles mit der Stoſsstärke bei gröſseren Körpern viel länger zu als bei kleineren etc. (Aufs. I, S. 18, 19). Aehnliche Erscheinungen finden sich unter dem Capitel „Schallhöhe“ (I, S. 28 u. f.). Aus dem Aufsatz II ist unter vielen nur die eine Thatsache zu citiren, daſs der zweite Schall bei Platten, d. i. der als Luftresonanz bezeichnete, um so tiefer und lauter wird, je gröſsr und dünner die Platte (Aufs. II, S. 7, 8 u. f.). Im Aufsatze III wurde die Thatsache angeführt, daſs Stimmgabeln im allgemeinen nur in Platten von bestimmter Gröſse Resonanz erregen, daſs die Minimalgröſse der Plattenmasse zu der Tiefe der Töne im geraden, zu der Dichte der Stoffe in umgekehrtem Verhältnisse stehe (vergl. III, S. 2 bis 4); daſs zu kleine Platten tönend werden, wenn ihre Hauptfläche mit einer bestimmten Menge Wasser in Contact gesetzt wird (III, S. 7). Von nicht geringerer Beweiskraft ist auch noch die Thatsache, daſs Lufträume überhaupt nur dann Resonanz zeigen, wenn sie selbst und auch ihre Berührungsfläche mit der äuſseren Luft eine bestimmte Gröſse haben (vergl. V, S. 3 bis 4). — Dieses Verhältniſs dürfte dazu beitragen, daſs die zweite der oben auf-

gestellten Fragen, „warum nämlich Stimmgabeln an und für sich überhaupt nicht hinreichend laut tönen“, zufriedenstellend beantwortet werden könne. Es scheint nämlich die Stoffmasse der Gabeln für den ihnen durch die transversalen Schwingungen gewissermafsen aufgezwungenen Ton zu klein zu seyn, und zwar dies um so mehr, je kleiner ihre Dimensionen. Der Eigenton der Gabelmasse, d. h. derjenige, der durch unmittelbar angeregte Verdichtungs-Verschiebungen erzeugt würde, müfste nämlich naturgemäfs weitaus höher seyn als ihr jetziger Grundton, wie sich das auch in der That an den direct angeregten Obertönen zeigt. Dieses Verhältnifs erklärt auch vollkommen befriedigend, dafs Gabeln mit gröfseren Dimensionen bei gleicher Höhe lauter tönen als solche mit kleineren.

Da Verdichtungen und Verdünnungen schon für sich allein geeignet sind, Schall zu geben, und andererseits die transversalen Excursionen, wie wir gesehen, auf die Stärke des Schalles gar keinen directen Einfluſs haben, so kann man wohl ohne weiteres die Behauptung aufstellen, ***dafs wenigstens bei Stimmgabeln*** (wahrscheinlich aber auch bei allen anderen Formen tönender Körper) ***transversale Bewegungen an und für sich keinen Schall geben.*** Da aber transversale Excursionen an und für sich immer entweder geradlinig oder nur sehr flach gekrümmt, d. i. nahezu geradlinig sind; da eine geradlinige Bewegung immer nur einen einzelnen, wenn auch kräftigen Impuls abgiebt im Gegensatze zur krummlinigen, die sehr viele, wenn auch sehr schwache Impulse abgeben, so läfst sich obige Behauptung auch so ausdrücken: Ein einfacher Impuls afficirt das Gehörorgan noch nicht, sondern nur eine periodisch wiederkehrende Summe von Impulsen. Die transversalen oder geradlinigen Bewegungen sind überall ausnahmslos nur als Erreger longitudinaler Verschiebungen für den Schall nothwendig, und wirken ebensowohl auf den transversal schwingenden Körper selbst zurück, als auch auf alle anderen mit ihm in Contact stehenden Stoff-

massen, inclusive die Luft; indem sie in letzteren durch directe Stöfse Verdichtungen und Verdünnungen, d. i. eigentliche Schallschwingungen erregen. Die Wirkung der transversalen Bewegung besteht sonach, indem sie Verdichtung und Verdünnung erregt, darin, dafs sich die geradlinige Bewegungsform in eine krummlinige umsetzt. Haben sich alle geradlinigen Bestandtheile einer Bewegung in krummlinige umgesetzt, so hört in der That die weitere schallerregende Wirkung derselben auf. *Hierin liegt der Unterschied zwischen einfacher Schallleitung und Schallverstärkung oder Resonanz.* Hieraus erklärt es sich, dafs die Stärke von secundär erregtem Schall in erster Linie von der Gröfse der transversalen oder geradlinigen Excursionen des erregenden Körpers abhängt; je kleiner diese letzteren, um so weniger Resonanz erregen sie. Dieses Verhältnifs erklärt in der That alle jene Thatsachen, die oben als auf die resonanzerregende Wirkung des Schalles bezüglich angeführt wurden, dafs nämlich an Stimmgabeln die hohen Obertöne, die man durch Klopfen mit harten Körpern erhält, von dem Resonanzkasten viel weniger verstärkt werden als der Grundton, und von andern Resonanzböden fast gar nicht.

Ferner, dafs die Excursionen an der cylindrischen Seitenfläche des Stimmgabelstiels viel schwächere Resonanz erregen als die der kleinen Endfläche, offenbar werden letztere durch die transversalen Excursionen des Verbindungsstückes *in toto* wesentlich verstärkt. Selbst die Ausnahmen, die erwähnt wurden, bestätigen die Regel, da sie hohe Gabeln mit dickeren breiteren Zinken betreffen, bei denen die transversalen Excursionen *eo ipso* kleiner, die longitudinalen Verschiebungen intensiver ausfallen müssen. Man könnte allerdings darauf hinweisen, dafs die Schraubengänge am Gabelstiele auch eine schräg nach abwärts gerichtete Fläche haben, die die abwärts gerichteten Excursionen des Verbindungsstückes auch übertragen könnten; allein diese Schraubengänge sind denn doch schräg, ihre Flächen sehr schmal, und ihre Stöfse gehen

nicht unmittelbar auf die Kastenwand, sondern auf die ebenfalls schrägen sehr schmalen und dünnen Schraubenmutterwindungen über.

Ebenso erklärt es sich, dafs bei einfachen Stäben der durch Streichen mit dem Bogen bei starkem Drucke hervorgerufene durchdringende Ton, der, wie oben erwähnt, aus directen Verdichtungs- und Verdünnungs-Verschiebungen hervorgeht, durch die Unterlage des Stabes gar nicht verstärkt wird — was auch von den hohen Tönen, die durch Klopfen mit einem Metallknopf erregt werden, gilt.

Schliefslich erklärt das angegebene Verhältnifs auch die Thatsache, dafs Stäbe, die durch longitudinales Streichen tönend werden, entweder gar keine oder nur sehr wenig Resonanz erregen.

Faſst man die bisher aufgestellten Behauptungen: „es tönen blos Verdichtungs- und Verdünnungs-Verschiebungen“; „die Stärke der Töne hängt unter andern auch von der Gröfse der tönenden Stoffmasse ab“; und „nur transversale oder geradlinige Excursionen erregen Resonanz“, zusammen, so erklären sich auch noch die folgenden bereits angeführten Thatsachen. Zunächst die, dafs Stimmgabeln in der Nähe des Ohres unverhältnifsmäfsig laut tönen usw. Es erklärt sich dieses Factum durch die Annahme, dafs das Gehörorgan selbst, namentlich die Luftsäule des äufseren Gehörganges, das Trommelfell, Mittelrohr und wahrscheinlich auch ein Theil des knöchernen Gehäuses, gewissermafsen einen Resonanzboden bilde, der durch transversale Schwingungen tönend gemacht wird, wie das doch bekanntlich von den Schädelknochen überhaupt gilt, wenn man den Gabelstiel irgendwo an dieselben ansetzt. Diese Annahme, wie gesagt, erklärt ganz ungezwungen alle hierher gehörigen Erscheinungen. Da nämlich die Complication der Schwingungsform eine wesentliche Bedingung der Schallbildung ist, und diese eine bestimmte Gröfse der Stoffmasse voraussetzt, so mufs,

wenn die Schallschwingungen sich erst im Gehörorgane selbst bilden sollen, offenbar ein mehr oder weniger bedeutender Theil der Schädelknochen mit dazu beitragen, der Bewegung die entsprechende Complication zu verleihen. Hat die Bewegung aber schon in der Luft die entsprechende Complication, so ist das Mitschwingen der Schädelknochen, mit Ausnahme der Gehörknöchelchen, nicht nothwendig. Es ist mithin ganz klar, dafs im ersten Falle die Stofskraft der primären Schwingungen, da sie sich auf eine grofse Stoffmasse vertheilen mufs, auch viel rascher ungenügend wird als im letzteren. Ebenso klar ist es, dafs die mächtigeren Excursionen tieferer Gabeln noch auf viel gröfsere Distanzen Resonanz erregen als die der höheren; dafs letztere in unmittelbarer Nähe einen viel schrillernden Ton hören lassen, da neben dem Resonanzton auch noch der Eigenton vorhanden ist. Auch der ganz verschiedene Charakter der tiefen und hohen Töne, der anfangs erwähnt wurde, wäre vielleicht aus dem Umstande zu erklären, dafs bei ersteren die Luft in der Umgebung der Gabelenden sich viel mehr an der Schallbildung betheiligt als bei letzteren. Zu erwähnen wäre nur noch, dafs die hier ausgesprochene Annahme speciell für die medicinische Diagnostik ungemein wichtig sey.

Ferner ist nach den erwähnten Sätzen auch die Thatsache einfach zu erklären, dafs selbst Stimmgabeln, die an und für sich nicht tönen, doch laute Resonanz erregen können. Eben deshalb ist es wohl überflüssig, in minutiöse Details hierbei einzugehen. Es genügt, darauf hinzuweisen, dafs z. B. feste Resonanzböden nur durch die geradlinigen Excursionen der Stieloberfläche in Schwingungen versetzt werden, dafs durch dieselben im Resonanzboden zunächst nur Verdichtungen und Verdünnungen, und erst mittelst dieser bei gröfseren Platten auch transversale Bewegungen gebildet werden (vergl. III, S. 12 u. 13); insbesondere ergiebt sich das Vorhandenseyn transversaler Bewegungen u. a. aus dem Verhalten der Tonstärke von Resonanzkästen, wenn dieselben frei in

der Luft gehalten werden, also auch transversal schwingen können, und wenn sie auf einer festen Unterlage auf soliden Stegen ruhen, in welchem Falle sie nicht transversal schwingen können (vergl. IV, S. 7). Während die Verdichtungen und Verdünnungen in der an und für sich schon grofse Flächen darbietenden und viel leichter verschiebbaren Masse des Resonanzkastens hinreichend complicirte Bewegungsformen erzeugen, wirken die transversalen Excursionen ihrer Oberfläche auch noch auf die Luft, erzeugen in ihr neue Verschiebungen, wobei zum Ueberflusse auch noch die Luft des Hohlraumes auf die äufsere Luft schallerregend wirkt (vergl. II, S. 19—21).

Auch die Interferenzphänomene, die an den Stimmgabeltönen auftreten, wenn auf den Resonanzkasten ein Resonator einwirkt, lassen sich nach dem Vorausgegangenen leicht erklären. Es verhalten sich, wie schon erwähnt, tiefe Gabeln anders als hohe; bei ersteren entsteht nur geringe, bei letzteren bedeutende Schwächung, sogar vollständiges Schwinden des Tones, und bleibt überdies im Resonator ein sehr schrillender Ton hörbar, auch wenn von aufsen gar nichts zu hören ist. Die Erklärung dieser Erscheinungen ist im Folgenden enthalten:

Bei den tiefen Gabeln, deren Resonanzkästen grofse Lufträume, dickere und gröfsere Wände haben, erreichen die mitgetheilten Schwingungen schon innerhalb des Resonanzkastens jene Complication, die zum Tönen nothwendig ist (vergl. Aufs. III, S. 2, 3 u. f.). In der freien Luft steigert sich die Complication der Schwingungen noch weiter und der Ton wird lauter, ohne seine Klangfarbe zu ändern; es bleibt also nur *ein* Ton. Die in den Resonator eindringenden Schallschwingungen erzeugen in ihm nach den bekannten Gesetzen (vergl. II, S. 10 u. 11) einen neuen Resonanzton, der aufsen mit dem ursprünglichen sich interferirt. In gröfserer Entfernung hebt die Interferenz nur jenen Antheil des Kastentones auf, der in der freien Luft sich bildet, dabei bleibt noch der Eigenton des Kastens, der hinreichend laut ist und die gleiche

Klangfarbe hat. Bei gröfserer Annäherung trifft die Interferenz auch schon den im Innern des Kastens gebildeten Ton, so dafs die Schwächung noch bedeutender wird; doch kann der letztere Tonantheil vermöge der räumlichen Verhältnisse nicht so ganz aufgehoben werden, wie der in der äufsern Luft gebildete.

Bei Verdeckung der Kastenmündung fällt der in der freien Luft gebildete Tonantheil weg, aber es bleibt noch der Eigenton des Kastens.

Bei der Annäherung des Resonators an die Gabelenden erzeugen die starken transversalen Excursionen der letzteren im ersteren eine hinreichend laute Resonanz, die sich mit der Kastenresonanz interferirt; in gröfster Nähe ist jedoch die Resonanz des Resonators so laut, dafs sie jene des Kastens weit überragt, so dafs die Wirkung der Interferenz nicht bemerkt werden kann.

Bei hohen Gabeln haben die Resonanzkasten einerseits viel dünnere kleinere Wände, andererseits ist auch das Volumen der Luft in ihrem Hohlraume ein viel kleineres, so dafs die übertragenen Schwingungen im Innern des Kastens noch nicht hinreichend complicirt sind, um für sich allein schon laut zu tönen. Erst in der äufseren Luft bildet sich allmälig der entsprechende Complicationsgrad der Bewegungsform aus, hier erst entsteht der laute, frei hörbare Resonanzton.

In den Resonator dringen somit in gröfserer Entfernung schon wirkliche Schallschwingungen ein, die nach ihrer Reflexion, die in der äufseren Luft gebildeten tönenden Schwingungen aufheben, so dafs dann nur noch die nicht tönenden Eigenschwingungen des Kastens übrig bleiben, deshalb verschwindet hier der Resonanzton fast vollständig. In gröfserer Nähe entsteht zunächst eine Verstärkung der nicht tönenden Schwingungen des Kastens sowohl in diesem als auch im Resonator; hierbei hört man von aufsen selbstverständlich doch nichts oder nur sehr wenig; namentlich dürfte die Klangfarbenänderung, die der von aufsen noch hörbare äufserst schwache Ton erleidet,

hierauf zu beziehen seyn. Diese Verstärkung wurde auch bei den tiefen Tönen, aber als wirkliche Tonverstärkung, constatirt. Bei noch gröſserer Annäherung beider Hohlräume interferiren sich auch die an und für sich nicht tönenden Schwingungen im Innern des Kastens und des Resonators, und werden in dem Grade schwächer, als die Annäherung zunimmt. Durch das Höhrrohr wirken aber die an und für sich nicht tönenden Schwingungen genau so auf das Gehörorgan, wie die Enden der schwingenden Gabelzinken in nächster Nähe; sie erzeugen nämlich jenen schrillen Ton, der als theils für sich allein, theils neben dem wirklichen Resonanzton bestehend constatirt wurde.

Bei Verdeckung der Kastenmündung bleiben im Innern desselben gar keine schallgebenden Schwingungen, und selbst durch das Höhrrohr wirken die vorhandenen nicht tönenden Schwingungen weitaus nicht so intensiv auf das Gehörorgan, als die aus dem Innern des Resonators; offenbar weil letztere in dem viel kleineren Raume viel concentrirter. auſserdem aber wahrscheinlich auch complicirter geformt sind als erstere.

In der Nähe der Gabelenden entstehen im Resonator wegen der Kleinheit der transversalen Excursionen offenbar schon zu schwache Schallschwingungen, um an der Kastenresonanz Interferenzerscheinungen hervortreten zu lassen.

Es bleibt nun noch die Frage zu beantworten: Warum bei Schwingungen, die durch longitudinale Impulse erregt werden, jene Interferenzerscheinungen fehlen, die bei Transversalschwingungen auftreten? und warum die Töne von Labialpfeifen in Bezug auf Interferenz so sehr abweichen von den Tönen der Zungenpfeifen?

Diese Frage dürfte vielleicht durch folgende Betrachtung ihre Lösung finden. Vor allem ist wiederholt hervorzuheben, daſs auch die in der Luft unmittelbar erregten Schallschwingungen krummlinig seyn müssen, und nur

insofern geeignet seyen, Resonanz zu erregen, als die im Allgemeinen krummlinigen Bahnen auch geradlinige Bestandtheile enthalten; da doch die mechanischen Bedingungen in begränzten Lufträumen ganz analog sind denjenigen fester Körper; es besteht nur der Unterschied, dafs bei letzteren an der Oberfläche der Widerstand gegen Verdichtungsverschiebungen sich vermindert, bei ersteren hingegen sich theils vermehrt — den starren Wänden entlang — theils vermindert — an der Oeffnung des Hohlraumes. Aufserdem war doch schon früher darauf hingewiesen worden, dafs das Mitschwingen der Luftraumwandungen nothwendigerweise auch einen lateralen Druck anzeigt. Im freien Luftraume müssen die geradlinigen Impulse schon zufolge der im Aufs. II, S. 16, 17 gegebenen Andeutungen nothwendigerweise krummlinig werden, da doch überdies eine gleichmäfsige Ausbreitung der Bewegung nach allen Richtungen einer Kugeloberfläche gar nicht denkbar wäre, wenn die Bewegung aller Theilchen eine geradlinige bliebe.

Vergegenwärtigt man sich nun das Wesen der Interferenz, so mufs es *a priori* schon einleuchten, dafs sich nur geradlinige Bewegungen gegenseitig derart beeinflussen können, dafs die Wirkung des Einflusses während der ganzen Dauer einer Schwingung gleichmäfsig bleibt, während bei krummlinigen Bewegungen die genannte Wirkung eine in jedem Momente wechselnde, mithin oft innerhalb einer Schwingungsdauer eine sich selbst entgegengesetzte seyn kann; in welchem Falle sie dann nach aufsen selbstverständlich entweder gar nicht oder nur in geringem Grade erkennbar seyn wird. Denkbar ist wohl auch der Fall, dafs sich die Impulse zweier krummliniger Schwingungen doch auch an allen Punkten der Schwingungsbahn in vollkommen gleichmäfsiger Weise decken; doch dürfte dieser Fall wohl nur unter besonders günstigen Bedingungen eintreten, z. B. wenn etwa die entgegengesetzten Schwingungen noch innerhalb eines und desselben Raumes, in dem sie gebildet werden, sich auch schon interferiren

wie das bei den Interferenzversuchen von R. Kane (Poggendorff's Annal. Bd. 37) der Fall ist.

In jedem anderen Falle könnte man, wie gesagt, *a priori* behaupten, dafs sich nur die geradlinigen Bestandtheile der bezüglichen Schwingungsbahnen gleichmäfsig und nach aufsen erkennbar interferiren werden, ***dafs mithin insbesondere die Schwächung eines Schalles durch Interferenz um so auffälliger seyn wird, je gröfser die geradlinigen Bestandtheile seiner Schwingungen.*** Dieser Satz ist es in der That, durch den sowohl die bezüglichen Interferenzphänomene an Platten und Scheiben, namentlich die Differenz zwischen transversalen und longitudinalen Schwingungen, als auch die an Labial- und Zungenpfeifen beschriebenen Phänomene, ihre ungezwungene Erklärung finden. Was erstere anbelangt, so gehen von den Hauptflächen der Platten bei longitudinalem Stofse offenbar krummlinige, bei transversalem auch geradlinige Impulse aus, daher nur in letzterem Falle Interferenz. Klänge gehen offenbar theils als in den Scheiben schon gebildete krummlinige, theils als erst in der Luft umzuwandelnde geradlinige Bewegungen von den festen Körpern aus.

Von den Pfeifen dürfte Folgendes gelten:

Im Innern der Labialpfeifen bilden sich durch das Anblasen schon hinreichend complicirte krummlinige Schwingungen, die aber der Octave des Grundtones entsprechen. An der Oeffnung der Pfeife, wo sich der Widerstand gegen die Verschiebungen nach einer Richtung vermindert, verlängern sich dieselben nach jener Richtung, bilden dadurch gewissermafsen eine geradlinige Bewegung. Dieses geradlinige Stück der Bewegungsbahn bildet in der äufsern Luft in der schon im Aufs. II angegebenen Weise ein neues System von Verschiebungen, aus denen der tiefere, d. i. der eigentliche Grundton hervorgeht. Die Bildung dieses Tones kann nun durch Interferenz, so lange die dieselbe veranlassende Bewegung geradlinig ist, verhindert werden, während der im Innern schon gebildete höhere Ton, eben weil er bereits aus krummlinigen Bewegungen

hervorgeht, nicht mehr der Interferenz unterliegt, mithin auch durch einen gleichgestimmten Resonator nicht mehr geändert wird. Aber auch jener tiefere Ton wird nur so lange der Interferenz unterliegen, bis die ihn veranlassende geradlinige Bewegung sich in eine krummlinige umgesetzt hat, was doch nur mit Hülfe eines bestimmten Quantums der äufseren Luft möglich ist; ist diese Umsetzung vollständig bewirkt, so unterliegt auch der tiefere Ton nicht mehr der Interferenz; deshalb läfst sich auch hier eine Wiederholung der Schwächung und Abänderung des Tones durch den Resonator durchaus nicht mehr constatiren. Hierin liegt auch schon ein unterscheidendes Moment zwischen Orgelpfeifen- und Stimmgabel-Resonanztönen. Bei letzteren ändert sich nämlich der geradlinige Theil der Schwingungsbahn nicht vollständig in eine krummlinige um, deshalb wiederholt sich in bestimmten Distanzen die Interferenz. In der That ist auch die Ausbreitung dieses Resonanztones im Luftraume keine nach allen Richtungen gleichmäfsig fortschreitende wie die der Orgelpfeifentöne, sondern man hört denselben constant in der Richtung der Axe des Resonanzkastens wesentlich lauter als in allen andern Richtungen; es kann sogar geschehen, dafs man ihn eben nur noch in jener einen Richtung deutlich hört, in allen anderen gar nicht.

Bei Zungenpfeifen erreichen die Schwingungen schon durch die Bewegung der Zunge den höchsten Grad der Complication. Aufserdem wird sowohl die Kraft des Luftstromes durch die Zunge gebrochen, als auch seine ursprüngliche Richtung abgeändert. Das Rohrstück, dessen Mündung durch die Zunge abgeschlossen wird, ist verhältnifsmäfsig sehr klein, erweitert sich etwas nach oben; das sind Momente, die die Bildung geradliniger Elongationen an der freien Mündung nicht begünstigen, deshalb fehlen auch diese, mithin auch ein in der freien Luft gebildeter Eigenton, folglich kann auch keine Interferenz auftreten. Bei den aufschlagenden Zungen entstehen in der Metallmasse der Zunge sehr intensive Schwingungen,

die die Bildung einer Resonanz in den Resonatoren möglich machen, während dieselbe bei durchschlagenden Zungen viel zu schwach ist.

Als Schlufsbetrachtung mögen nun noch einige wenige Worte gestattet seyn. Der menschliche Organismus ist zur Perception schwingender Bewegungen mit vier verschiedenen Sinnesorganen ausgestattet. Nach den herrschenden Anschauungen sind diese Sinnesorgane theils in verschwenderischer, theils in zu knapper Weise vertheilt. Es sind das nämlich: der Tastsinn, Gehörsinn, Wärme- und Lichtsinn. Tast- und Gehörsinn decken sich nach den herrschenden Ansichten über die dem Schall zu Grunde liegenden Bewegungen zum grofsen Theile, während zwischen Gehör- und Wärmesinn eine auffallend grofse Lücke besteht. Sind aber die hier entwickelten Ansichten über die Natur der Schallschwingungen richtig, d. h. bestehen sie wirklich aus den so überaus feinen Theilen der krummlinigen Verdichtungsverschiebungen, so decken sich Tast- und Gehörsinn offenbar nicht mehr, jener percipirt blos die geradlinigen Theile der Schwingungsbahnen als Zittern, dieser blos die krummlinigen. Zwischen den feinsten Schall- und den gröbsten Wärmebewegungen ist offenbar entweder gar keine oder nur eine minder bedeutende Discontinuität.

Dafs sich aus den entwickelten Gesetzen für die ganze Wellenlehre und speciell für die Thermomechanik und Optik wichtige Consequenzen ergeben müssen, scheint wohl aufser Zweifel.

III. *Ueber die Phasenveränderung des parallel zur Einfallsebene polarisirten Lichtes durch Reflexion; von Paul Glan.*

Dafs sich die Phase des parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtes durch Reflexion in verschiedener Weise ändert, ist vielfach Gegenstand der Untersuchung gewesen und wir besitzen daher für eine grofse Reihe von Körpern sichere numerische Angaben über den Phasenunterschied der beiden Hauptcomponenten für verschiedene Einfallswinkel. Das allgemeine Ergebnifs dieser Bestimmungen ist bekanntlich, dafs jede Reflexion einen linear polarisirten, weder parallel noch senkrecht zur Einfallsebene schwingenden Lichtstrahl in einen elliptisch polarisirten verwandelt, dafs aber die Form dieser Ellipse für durchsichtige und stark absorbirende Körper wesentlich verschieden ist. Diese Beobachtungen haben auch in den Cauchy'schen Reflexionsformeln einen zusammenfassenden Ausdruck gefunden, der den Phasenunterschied und das Amplitudenverhältnifs der beiden Hauptcomponenten mit in den meisten Fällen hinreichender Genauigkeit zu berechnen gestattet, wenn der Polarisationswinkel und das Hauptazimuth bekannt sind.

Nach eben diesen Formeln würde nun aber nicht nur der Phasenunterschied, der bei der Reflexion zwischen den beiden Hauptcomponenten entsteht, anders für durchsichtige als für stark absorbirende Körper seyn, sondern auch vor allem die Phasenveränderung, die die parallel zur Einfallsebene polarisirte Componente allein erleidet.

Die Versuche, ihren Werth zu ermitteln, haben zu einem sicheren Resultate bis jetzt nicht geführt. Quincke[1]) sucht in seinen umfassenden Arbeiten über diesen Gegenstand die Hauptschwierigkeit in der richtigen Deutung der Beobachtungen. Erzeugt man, wie es bei den meisten

1) Pogg. Ann. Bd. 142, S. 192.

Versuchen geschehen ist, durch die getrennten Hälften einer Linse zwei reelle, oder durch ein Interferenzprisma oder schwach gegen einander geneigte Spiegel zwei virtuelle Bilder eines leuchtenden Punktes, läfst das eine Lichtbündel an Glas reflectiren, des andere zum Theil an Glas, zum Theil an Metall, so beobachtet man eine Interferenzerscheinung, die anders ist, als die ohne Reflexion entstehende. Nach der einfachsten Annahme wäre die Wirkung der Reflexion folgende: Der Spiegel erzeugt zwei virtuelle Bilder der beiden leuchtenden Punkte, die wir als reelle leuchtende Punkte ansehen können. Die von dem einen ausgehende Kugelwelle besteht dann aber aus zwei Theilen, welche getrennt werden durch eine Fläche, die durch den leuchtenden Punkt und die Gränze des Metall- und Glasspiegels geht. Zwischen ihnen besteht ein Phasenunterschied, der durch die verschiedenartige Reflexion bedingt ist. Jeder Punkt dieser Gränze wird nun auch von einem Strahle getroffen, der von dem zweiten leuchtenden Punkte ausgeht, Strahlen, die alle an Glas reflectirt worden sind. Auf der einen Seite interferirt daher Licht, dessen Phasenunterschied nur von der verschiedenen Länge der durchlaufenen Wege abhängt, auf der andern Licht, das auch durch die verschiedenartige Reflexion einen Phasenunterschied erlitten hat und man sollte danach erwarten, dafs sich die dunklen Streifen an dieser Gränze plötzlich um eine Gröfse verschieben, die von der Verschiedenheit der Phasenveränderung bei der Reflexion abhängt. Dem entspricht nun aber die Beobachtung nicht. Jeder dunkle Streifen der einen Hälfte hängt nach den Beobachtungen von Quincke meist durch zwei dunkle Bogen mit zwei Streifen der anderen zusammen und es bedarf daher erst einer vollständig durchgeführten Theorie, die von einem passend gewählten Anfangszustande beider Wellen ausgehend nach dem Huyghens'schen Princip alle Strahlen berücksichtigt, die sich in dem beobachteten Punkte schneiden.

Für einen Fall besitzen wir schon eine solche voll-

ständig durchgeführte Theorie[1]), wenn die Strahlen eines leuchtenden Punktes von einem Spiegel reflectirt werden, der zur Hälfte aus Glas, zur Hälfte aus Metall besteht. Die dunklen Streifen, die dabei auftreten, hängen sowohl von dem Intensitäts- als Phasenunterschied des von Metall und Glas reflectirten Lichtes ab und ihre nach den Cauchy'schen Formeln berechnete Lage stimmte mit der von Quincke beobachteten ziemlich gut überein. Indefs auch diese Theorie, die von einem leuchtenden Punkte ausgeht, während wir es in Wirklichkeit mit einer kleinen leuchtenden Fläche, dem von einer Linse von 25^{mm} Brennweite entworfenen Sonnenbildchen, zu thun haben, konnte die Entstehung eines Interferenzstreifens, der nach der Seite der nur am Glas reflectirten Strahlen lag und den die Beobachtung ergab, nicht erklären und somit bleibt auch dieser Versuch unvollständig erklärt.

Einfacher als die vorhergehenden Methoden ist die Anwendung Newton'scher Ringe. Denkt man sich eine planconvexe Linse nach einander auf Platten aus verschiedenem Material gelegt, stets so, dafs sich Linse und Platte unmittelbar berühren, so werden die Ringe kleiner seyn bei Substanzen, die die Phase des reflectirten Lichtes mehr verzögern und die Messung der Ringdurchmesser im polarisirten Lichte würde zur Bestimmung dieser Verzögerung führen. Nun besitzen wir aber, wie Quincke mit Recht hervorgehoben hat, keine Mittel eine unmittelbare Berührung mit Sicherheit herzustellen. Dieselbe Linse und Platte mehrmals in gleicher Weise sorgfältig gereinigt und aufeinander gelegt geben Ringe von verschiedenem Durchmesser, also ein Zeichen, dafs auch die sorgfältigste Reinigung nicht alle Ursachen zu beseitigen vermag, die eine vollkommene Berührung hindern und wir wissen so bei einem Kleinerwerden der Ringe nicht, wie weit es von einer Phasenveränderung, wie weit von einer unvollkommenen Berührung herrührt.

Auf einander folgende Beobachtungen für verschiedene

1) Jochmann, Pogg. Annal. Bd. 136, S. 565.

Farben ergeben dagegen die Differenz der Phasenveränderungen für die entsprechenden Wellenlängen unabhängig von dem veränderlichen, unbekannten Abstande der Linse und Platte und ich habe daher derartige Bestimmungen für parallel zur Einfallsebene polarisirtes Licht auszuführen gesucht. Als durchsichtigen Körper habe ich Glas gewählt und Fuchsin und Eisenglanz, weil sie für verschiedene Farben sehr verschiedene Phasenveränderungen erwarten liefsen.

Die Beobachtungen wurden mit zwei planconvexen Linsen von 171^{mm} und 470^{mm} Brennweite angestellt, deren Dicke 2,7^{mm} und 2^{mm} betrug und die ein Gewicht von 6,6 Gr. und 5,03 Gr. hatten. Die Gröfse des Durchmessers des n^{ten} dunklen Ringes senkrecht zur Einfallsebene hängt dann für parallel zur Einfallsebene polarisirtes Licht mit dem Einfallswinkel, der Phasenveränderung und dem Radius der Linse zusammen durch die Gleichung:

$$\frac{\varrho^2}{r}\cos i + \psi + 2\Delta\cos i = (2n+1)\frac{\lambda}{2},$$

wo i den Einfallswinkel, r den Radius der Linse, 2ϱ den Durchmesser des n^{ten} dunklen Ringes, Δ den Abstand der Linse von der Platte im Mittelpunkte der Ringe und λ die Wellenlänge des einfallenden Lichtes bezeichnen. Die Phasenveränderung $\frac{2\pi}{\lambda}\psi$ setzt sich zusammen aus der Summe der Phasenveränderung bei der Reflexion an der Platte in Luft und der bei der Brechung aus Glas in Luft und aus Luft in Glas stattfindenden Phasenveränderung, weniger der Phasenveränderung bei der Reflexion in Glas an Luft im parallel zur Einfallsebene polarisirten Lichte. Vernachlässigt sind hierbei nur diejenigen Glieder mit der *minus* zweiten Potenz von r, welche nicht mit der Tangente oder der Secante des Einfallswinkels multiplicirt sind, also diejenigen Factoren nicht enthalten, welche ihnen überhaupt einen merklichen Werth geben können und die rechte Seite der Gleichung könnte auch statt der oben

gewählten Form ein beliebiges Vielfaches einer Wellenlänge mehr oder weniger enthalten.

Zur Beobachtung diente ein Goniometer mit verticalem Theilkreis von 15 Ctm. Durchmesser, der direct in 20 Minuten getheilt mit Hülfe von Nonien halbe Minuten ablesen liefs. Die Fernröhre, in bekannter Weise geprüft, waren senkrecht zur Drehungsaxe. Beide konnten durch eine kleine Convexlinse in Mikroskope verwandelt werden, die auf den Mittelpunkt des Kreises eingestellt waren und in beiden sah man dann eine im Mittelpunkte des Kreises befestigte Stahlspitze in der Mitte des Gesichtsfeldes. In dem einen wurde die Ocularlinse entfernt und vor die Blendung des Oculars ein Nicol mit Theilkreis aufgeschraubt, der direct in halbe Grade getheilt mit dem Nonius Ablesungen auf Minuten gestattete. Das andere Fernrohr wurde durch ein Mikroskop mit Fadenmikrometer von etwa zwanzigfacher Vergröfserung ersetzt; wie sie Meyerstein seinen grofsen Spectrometern beigiebt und so eingesetzt, dafs man die Stahlspitze im Mittelpunkt des Kreises in der Mitte des Gesichtsfeldes sah. Fest verbunden mit dem Theilkreis war ein Tischchen, das nur vertical verschiebbar gegen den Kreis nicht geneigt werden konnte. Auf dasselbe wurden die zu untersuchende Linse und Platte zur Beobachtung der Ringe aufgelegt.

Einige Schwierigkeiten machte wegen der mikroskopischen Beobachtung eine genaue Bestimmung des Einfallswinkels; ich habe mich folgenden Verfahrens bedient. Auf das dem Mikroskop gegenüber befindliche Ende des Rohres, das nur mit der Ocularblendung und der Objectivlinse versehen war, wurde eine kleine dem Apparat beigegebene Convexlinse aufgesetzt, die zur Röhrenaxe centrirt war. Sie entwarf etwa 2 Ctm. von der Mitte des Theilkreises ein Bild der kleinen Oeffnung, die sich in der Mitte der Ocularblendung befand und das Mikroskop wurde dann so lange gedreht, bis man das Bild dieser Oeffnung in der Mitte des Gesichtsfeldes sah. Zwei derartige Einstellungen ergaben am Nonius des Mikroskops

169° 40′ und 169° 48′; bei 169° 44′ bilden demnach die Axen der beiden Röhren einen Winkel von 180°. Vor Beginn der Messungen wurde die Ocularblendung des der Flamme zunächst befindlichen Rohres in den Brennpunkt der Objectivlinse gebracht und das Mikroskop auf die Stahlspitze im Mittelpunkt des Kreises eingestellt. Die Ringe werden dann durch paralleles Licht erzeugt. Um den vorderen Nicol parallel zur Einfallsebene zu stellen, legte ich eine Glasplatte auf das Tischchen des Apparates, liefs das Licht unter dem Polarisationswinkel einfallen und stellte auf das Minimum der Helligkeit ein; eine Drehung um 90° machte dann die Polarisationsebene des Nicols parallel der Einfallsebene.

Bei den Messungen liefs ich die Linse leicht auf die Platte auffallen, so dafs sie nur mit ihrem Gewicht auf sie drückte, stellte die Ringe durch verticale Verschiebung des Tischchens und horizontale der Linse und Platte scharf in die Mitte des Gesichtsfeldes ein, so dafs man mit ihnen zugleich die feinen Risse der unteren Linsenfläche sah, und drehte das Mikroskop nach dem Augenmaafs so, dafs seine Fäden senkrecht zur Längsaxe der elliptisch erscheinenden Ringe waren. Die Stellung des Mikroskops, wie sie der erste Versuch ergab, habe ich dann auch bei den folgenden Messungen beibehalten.

Die Formel, die ich vorher für die durch eine planconvexe Linse erzeugten Newton'schen Ringe gegeben habe, ist unter der Voraussetzung berechnet, dafs die obere Fläche der Linse und die untere Platte parallel seyen und es blieb noch zu untersuchen, ob dies bei unseren Versuchen der Fall war. Legte man die Linse auf eine Glasplatte, so dafs man die Ringe in der Mitte des Gesichtsfeldes sah und brachte durch einen schwachen Druck auf den Rand andere Punkte der Linse mit der Platte in Berührung, so kehrten die Ringe beim Aufhören des Druckes stets wieder auf die Mitte des Gesichtsfeldes zurück. Man durfte demnach annehmen, dafs bei mehrmaligem Auflegen stets dieselben Punkte der Linsen die

Platten berühren und in dieser stets gleichen Lage waren die obere Fläche der Linse und die Platte parallel; denn als ich Linse und Platte um 180° drehte, blieb die Gröfse der Ringdurchmesser ungeändert. Es ergab eine Beobachtung im Tageslicht unter einem Einfallswinkel von 53° mit rothem Glase für den Durchmesser des ersten dunklen Ringes senkrecht zur Einfallsebene für die Linse mit grofsem Radius in Scalentheilen der Trommel der Mikrometerschraube

$$2\varrho = 693,$$

nach einer Drehung um 180°

$$2\varrho = 694{,}5$$

und nach einer weiteren Drehung um 180°

$$2\varrho = 696{,}5,$$

also in beiden Stellungen denselben Werth und entsprechend für die Linse mit kleinem Radius

$$2\varrho = 515,$$

nach einer Drehung um 180°

$$2\varrho = 511$$

und nach einer weiteren Drehung um 180°

$$2\varrho = 505.$$

Nach diesen Versuchen glaubte ich annehmen zu können, dafs sich die Linsen mit ihren oberen Flächen stets parallel zur unteren Platte legen und ich habe daher weitere Prüfungen bei den folgenden Versuchen nicht mehr angestellt.

Aus denselben Gründen, die ich bereits früher erörtert habe, habe ich die Gröfse $(\psi + 2\Delta \cos i)$ nur aus dem Verhältnifs des ersten und dritten Durchmessers bestimmt und auch hier nur solche Messungen benutzt, bei denen die Ringe symmetrisch zur Mitte lagen und in denen die Differenz der Quadrate des ersten und zweiten und zweiten und dritten Ringdurchmessers nicht mehr verschieden waren, als die Fehler der mikroskopischen Messung erwarten liefsen. Setzt man dann:

$$\alpha = \frac{2}{\frac{\varrho_2^2}{\varrho_1^2} - 1},$$

so ist:

$$\psi + 2\Delta \cos i = (1{,}5 - \alpha)\,\lambda$$

und man erhält aus zwei Beobachtungen in verschiedenfarbigem Lichte

$$\psi - \psi' = (1{,}5 - \alpha)\,\lambda - (1{,}5 - \alpha')\,\lambda',$$

also diese Differenz nur abhängig von der Kenntnifs des ersten und dritten Ringdurchmessers und der Wellenlängen der entsprechenden Farben.

Benutzt habe ich rothes Glas, Natronlicht, eine 3 Ctm. dicke Schicht gesättigter Kupfervitriollösung und eine Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak. Letztere wurde zu den Beobachtungen am Glas durch Zusatz von Ammoniak zu einer Kupfervitriollösung hergestellt und durch Wasser soweit verdünnt, dafs das durchgelassene Licht gerade genügende Helligkeit für die Beobachtungen hatte. Die mittleren Wellenlängen der verschiedenen Farben ergeben sich aus vergleichenden Beobachtungen im Natronlicht nach der Formel:

$$\lambda = \frac{\varrho_2^2 - \varrho_1^2}{\varrho_2'^2 - \varrho_1'^2}\,\lambda_D,$$

in der ϱ' die Ringdurchmesser im Natronlicht und ϱ ihre Werthe im andersfarbigen Lichte bezeichnen. So erhielt ich für rothes Glas

$$\lambda = 0{,}000631^{mm},$$

für Kupfervitriol

$$\lambda = 0{,}000523^{mm}$$

und für schwefelsaures Kupferoxydammoniak

$$\lambda = 0{,}000498^{mm}.$$

Diese mittleren Wellenlängen entsprechen den Strahlen, die für sich ein Ringsystem erzeugen würden, zu dem die von stärker und schwächer brechbarem Lichte herrührenden Ringe symmetrisch liegen, so dafs durch ihre Uebereinanderlagerung die Mitte der dunklen Ringe dieses Sy-

stems nicht verschoben erscheinen. Es schien mir wünschenswerth direct zu untersuchen, ob die Werthe der Phasenveränderung, wie sie sich so für die mittleren Wellenlängen aus Beobachtungen im zusammengesetzten Lichte ergeben, übereinstimmen mit denen, die man aus Beobachtungen im homogenen Lichte von derselben Wellenlänge erhält und ich habe daher einige vergleichende Messungen angestellt. Ich ersetzte das Ocular des Beobachtungsfernrohres eines Spectralapparates durch einen Spalt, stellte ihn in den Brennpunkt der Objectivlinse ein und erhielt so homogenes Licht, dessen Farbe ich durch geringe Drehungen des Prismas ändern konnte. Das aus dem Spalt austretende Licht wurde durch einen auf dem Nicol aufgesetzten drehbaren Spiegel auf das Tischchen des Apparates reflectirt und die Newton'schen Ringe so mit homogenem Lichte erzeugt. Ich habe Versuche mit dem am wenigsten homogenen Lichte der Kupfervitriollösung und einem Fuchsinspiegel angestellt. Die Beobachtungen wurden unter 25° Einfallswinkel einmal im directen Licht mit Einschaltung der Kupfervitriollösung gemacht und dann unmittelbar darauf im homogenen Lichte. Die Farbe des letzteren wurde so gewählt, dafs der Durchmesser des ersten dunklen Ringes in beiden Beobachtungen nahezu denselben Werth hatte. Im unzerlegten Lichte sah ich 8 bis 9 Ringe, im homogenen war das ganze Gesichtsfeld von ihnen erfüllt, so dafs ich mehr als 30 Ringe unterscheiden konnte.

Es ergab sich für die Linse mit kleinem Radius im directen Lichte der Durchmesser des ersten dunklen Ringes in Scalentheilen der Trommel der Mikrometerschraube

$$2\varrho = 234$$

und

$$\psi + 2\Delta \cos i = 1{,}027\ \lambda$$

und im homogenen Lichte

$$2\varrho = 231$$

$$\psi + 2\Delta \cos i = 1{,}017\ \lambda$$

und bei Wiederholung der ersten Messung im gemischten Lichte

$$2\varrho = 233$$

$$\psi + 2\Delta \cos i = 1{,}004\,\lambda.$$

Die Mittel aus beiden 1,015 λ für gemischtes und 1,019 λ für homogenes Licht, stimmen gut mit einander überein. Eine entsprechende Uebereinstimmung ergab sich für die Linse mit grofsem Radius und ich habe daher die folgenden Beobachtungen wegen der einfacheren Anordnung der Versuche nur mit unzerlegtem Lichte angestellt, das durch Einschaltung der verschiedenen Medien gefärbt wurde.

Die ersten Versuche wurden mit Glas angestellt. Ich habe sie bereits früher im Einzelnen beschrieben und theile daher hier nur ihr Gesammtresultat zur Vergleichung mit den an anderen Körpern erhaltenen Werthen mit. Die folgenden Tabellen geben die Mittelwerthe von $(\psi - \psi')$ bei verschiedenen Einfallswinkeln für Licht mit den Wellenlängen λ und λ'; sie enthalten aufserdem die Anzahl der Beobachtungen. Es ergab sich:

Glas.

$\psi - \psi'$

$\lambda = 0{,}000631^{mm}$. $\lambda' = 0{,}000589^{mm}$.

i	beob.	ber.	n
24° 30′	0,000015mm	0,000021mm	2
44 30	0,000022	0,000021	2
64 30	0,000012	0,000021	2

$\lambda = 0{,}000631^{mm}$. $\lambda' = 0{,}000523^{mm}$.

i	beob.	ber.	n
24° 30′	0,000054mm	0,000054mm	7
44 30	0,000054	0,000054	7
64 30	0,000051	0,000054	7

$\lambda = 0{,}000631^{mm}$. $\lambda' = 0{,}000498^{mm}$.

i	beob.	ber.	n
24° 30′	0,000061mm	0,000066mm	2
44 30	0,000063	0,000066	2
64 30	0,000064	0,000066	2

Entsprechend den Cauchy'schen Formeln sind die Zahlen der dritten Reihe unter der Annahme berechnet, daſs sich die Phase nur bei der Reflexion in Luft an Glas um 180° ändert.

Zu dieser Aenderung des Vorzeichens der Amplitude, die bei der Reflexion an einem durchsichtigen, optisch dichteren Medium allein stattfindet, tritt nun noch bei den stark absorbirenden Körpern nach eben diesen Formeln eine Phasenverzögerung p, die sich für parallel zur Einfallsebene polarisirtes Licht aus dem Polarisationswinkel P, dem Hauptazimuth H und dem Einfallswinkel i bestimmen läſst durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} p = \sin 2H \operatorname{tg} 2\left(\operatorname{arc\,tg} = \frac{\cos i}{\sin P \operatorname{tg} P}\right)$$

und nach ihr müſsten Körper, bei denen P und H für verschiedene Farben sehr verschieden sind, für die Differenz der Phasenveränderungen wesentlich andere Werthe ergeben, als wir sie beim Glas gefunden haben.

Ich habe diese Folgerung am Fuchsin und am Eisenglanz zu prüfen gesucht. Die Fuchsinspiegel wurden aus einer concentrirten alkoholischen Lösung hergestellt. Ich tauchte gut gereinigte Glasplatten in die Lösung ein und lieſs sie dann in verticaler Stellung auf Flieſspapier trocknen; ihre oberen Theile gaben meist vollkommen glatte, gut spiegelnde Flächen. Durch mehrmaliges Eintauchen wurden sie so dick gemacht, daſs das an der Gränze von Fuchsin und Glas reflectirte Licht mit dem in Luft an Fuchsin reflectirten nicht mehr interferirte. Es gab das von ihnen reflectirte Sonnenlicht im Spectralapparat untersucht ein Spectrum, in dem Interferenzstreifen nicht zu bemerken waren. Die folgenden Tabellen geben die Re-

sultate, die ich aus Versuchen an sechs Fuchsinspiegeln erhalten habe. Die Spiegel wurden zum Theil unmittelbar nach der Bereitung, zum Theil einige Wochen später untersucht.

Fuchsin.

$\psi - \psi'$

$\lambda = 0{,}000631^{mm}$. $\lambda' = 0{,}000589^{mm}$.

i	beob.	ber.	W. F.	n
24° 30′	0,000012mm	0,000012mm	±0,000006mm	12
44 30	0,000018	0,000015	±0,000003	10
64 30	0,000012	0,000017	±0,000006	7

$\lambda = 0{,}000631^{mm}$. $\lambda' = 0{,}000523^{mm}$.

i	beob.	ber.	W. F.	n
24° 30′	0,000025mm	0,000028mm	±0,000004mm	20
44 30	0,000028	0,000034	±0,000002	16
64 30	0,000037	0,000041	±0,000003	13

Um die Zahlen der dritten Verticalreihe der vorhergehenden Tabellen zu berechnen, bedurfte es einer genauen Bestimmung des Polarisationswinkels und des Hauptazimuths. Ich habe sie nach bekannter Methode mit dem Babinet'schen Compensator für zwei Spiegel bestimmt, die vollkommen ebene, gut spiegelnde Flächen hatten, sie wurden nach Beendigung der übrigen Messungen einige Monate nach der Bereitung untersucht. Das eine Rohr eines Goniometers trug hierzu einen Nicol mit Theilkreis, ein Fadenkreuz und eine Convexlinse, die so eingestellt war, dafs sie etwa in der Mitte des andern mit dem Compensator und einem zweiten Nicol versehenen Rohres ein Bild des Fadenkreuzes entwarf. An der Stelle dieses Bildes befand sich im zweiten Rohr ebenfalls ein Fadenkreuz, so dafs man durch eine vor das Auge gehaltene starke Convexlinse beide zugleich sehen konnte, dadurch dafs man sie im directen und reflectirten Lichte zur Coincidenz brachte, liefsen sich die Einfallswinkel bei ein-

maliger Einstellung mit Sicherheit auf zwei Minuten genau bestimmen. Phasendifferenz und Amplitudenverhältnifs wurden in der Nähe des Polarisationswinkels von 30′ zu 30′ gemessen und dann P und H durch Interpolation bestimmt. So ergab sich für die beiden Spiegel:

λ	P	H
0,000631mm	71° 59′	12° 50′
	71° 18′	12° 45′
0,000589mm	69° 1′	15° 32′
	70°	16° 37′
0,000523mm	65° 26′	22° 38′
	65° 30′	21° 35′

Die Mittel von P und H sind der Berechnung zu Grunde gelegt.

In derselben Weise habe ich die natürliche Fläche einer Eisenglanzplatte im rothen und blauen Lichte untersucht. Die blaue Lösung wurde durch Auflösen eines Kupfervitriolkrystalles in Ammoniak hergestellt und es ergab sich für die mittlere Wellenlänge des durch sie hindurchgelassenen Lichtes

$$\lambda' = 0{,}000465^{mm}.$$

Für den Polarisationswinkel und das Hauptazimuth fand ich:

λ	P	H
0,000631mm	71° 40′	4° 33′
0,000465mm	72° 45′	14° 31′

Ich habe im Ganzen vier Beobachtungsreihen angestellt, deren einzelne Ergebnisse die folgende Tabelle enthält:

Eisenglanz.

$\psi - \psi'$

$\lambda = 0{,}000631^{mm}$. $\lambda' = 0{,}000465^{mm}$.

24° 30′	44° 30′	64° 30′
0,000059mm	0,000036mm	0,000096mm
0,000049	0,000063	0,000080
0,000103	0,000074	0,000091
0,000049	0,000084	0,000072
0,000077		
0,000056		
Mittel: 0,000065mm	0,000064mm	0,000085mm
ber. 0,000072	0,000074	0,000078

Beide Körper ergeben in der That andere Werthe für die Differenz der Phasenveränderungen, als Glas, und bei beiden lassen sich die erhaltenen Werthe für die vorliegenden Beobachtungen mit genügender Genauigkeit durch die Cauchy'sche Formel wiedergeben.

Die vorhergehenden Untersuchungen haben gezeigt, dafs die Reflexion an einem optisch dichteren Medium bei parallel zur Einfallsebene polarisirtem Lichte nicht nur das Vorzeichen der Amplitude umkehrt, sondern auch bei den stark absorbirenden Körpern die Phase für verschiedene Farben verschieden ändert, aber sie sagen nichts über den Werth der Phasenveränderung, den der einzelne homogene Lichtstrahl erleidet. Ich habe bereits hervorgehoben, dafs die Newton'schen Ringe zur directen Bestimmung dieser Gröfse überhaupt ungeeignet sind. Eine vollkommene Berührung der Linse und Platte läfst sich eben mit Sicherheit nicht erreichen und aus der Gleichung:

$$\frac{\varrho^2}{r}\cos i + 2\Delta\cos i + \psi = (2n-1)\frac{\lambda}{2},$$

kann man ψ und Δ durch die mefsbaren übrigen Gröfsen nicht getrennt berechnen. Wenn wir dagegen $(\psi + 2\Delta\cos i)$ für eine Reihe von Einfallswinkeln bestimmt haben, so können wir aus einer Beobachtung Δ finden, wenn wir

für ψ den Cauchy'schen Werth annehmen; den so erhaltenen Werth von Δ können wir dann in die übrigen Beobachtungen einsetzen, aus ihnen ψ bestimmen, und die so für verschiedene Einfallswinkel gefundenen Phasenveränderungen mit den Cauchy'schen Formeln vergleichen.

Ich habe derartige Messungen im rothen Lichte für Glas, Diamant — einem durchsichtigen Körper mit hohem Brechungsexponenten — Fuchsin, Eisenglanz und Stahl ausgeführt und gebe im Folgenden die erhaltenen Resultate.

Δ wurde in der angegebenen Weise aus den Beobachtungen unter dem kleinsten Einfallswinkel berechnet und dann ψ für die übrigen Einfallswinkel bestimmt. Es ergab sich für Glas im Mittel aus vier Beobachtungen:

ψ.

$\lambda = 0{,}000631^{mm}$.

Glas.

i	beob.	ber.	n
24° 30′	0,500	0,500	4
44 30	0,497	„	4
64 30	0,508	„	4

In dieser wie in den folgenden Tabellen sind die Phasenveränderungen in Bruchtheilen der Wellenlänge angegeben.

Für Diamant fand ich:

Diamant.

i	beob.	ber.	n
20°	0,500	0,500	3
30	0,502	„	3
40	0,524	„	3
50	0,510	„	2
60	0,485	„	2

Die einzelnen Beobachtungen wichen bei beiden mehr von einander ab, als die Mittelzahlen von den berechneten Werthen.

Für Fuchsin, Eisenglanz und Stahl ergab sich:

Fuchsin.

$P = 71^0\ 38'$. $H = 12^0\ 47',5$.

i	beob.	ber.	n
24° 30′	0,547	0,547	11
44 30	0,522	0,536	11
64 30	0,516	0,521	7

Eisenglanz.

$P = 71^0\ 40'$. $H = 4^0\ 33'$.

i	beob.	ber.	n
24° 30′	0,518	0,518	4
44 30	0,503	0,513	4
64 30	0,513	0,508	4

Stahl.

$P = 75^0\ 56'$. $H = 28^0\ 21'$.

i	beob.	ber.	n
24° 30′	0,563	0,563	4
44 30	0,546	0,549	4
64 30	0,529	0,530	4

Auch hier sind die Unterschiede zwischen den nach der Cauchy'schen Formel berechneten Werthen und den arithmetischen Mitteln kleiner als die der einzelnen Beobachtungen unter einander.

Berlin, den 9. Juni 1875.

IV. *Experimenteller Beweis, daſs der galvanische Leitungswiderstand von der Bewegung des Leiters abhängig ist; von E. Edlund.*

1.

In meiner Abhandlung „*Théorie des phénomènes électriques*“ [1]) habe ich auf theoretischem Wege zu beweisen gesucht, daſs der galvanische Leitungswiderstand der Stromstärke proportional seyn muſs. Diese Schluſsfolgerung aus der Theorie widerspricht der allgemeinen bisher angenommenen Ansicht, nach welcher der Leitungswiderstand von der Stromstärke unabhängig seyn soll. Bei einer genauern Untersuchung der Verhältnisse findet man jedoch, daſs die bisher angestellten experimentellen Untersuchungen zu einer solchen Annahme keinesweges berechtigen. Ich habe nämlich in der genannten Abhandlung gezeigt, daſs die verschiedenen Methoden, die um den Widerstand zu messen, bisher angewandt worden sind, in der That ganz unentschieden lassen, ob der Leitungswiderstand von der Stromstärke abhängig ist oder nicht [2]). Um die Frage auf experimentellem Wege zu lösen, habe ich deswegen folgende Versuche angestellt.

Wenn i die Stromstärke, a der Querschnitt des Leiters, δ die Masse des freien Aethers in der Volumeneinheit des Leiters (welche Masse, wenn es sich um den galvanischen Strom handelt, als unveränderlich betrachtet werden kann) und h die Geschwindigkeit des Aethers bedeutet, so hat man nach der Theorie $i = \delta a h$. Die Stromstärke wird also durch die Aethermasse gemessen, welche den Querschnitt des Leiters in der Zeiteinheit durchfliefst. Dieses Maaſs habe ich das mechanische Maaſs der Stromstärke

1) *K. Svenska Vetenskaps Akademiens Handlingar*: *Stockholm*, *Norstedt et Söner*. Leipzig bei F. A. Brockhaus.

2) Ibid. S. 25.

genannt[1]). Wenn r_0 den Leitungswiderstand der Längeneinheit des Leiters, wenn er von der Einheit der Stromstärke durchflossen wird, bezeichnet, so ist r_0 der Leitungswiderstand in der bisher gewöhnlichen Bedeutung, und diesen Widerstand habe ich, um denselben von denjenigen Widerständen, die bei anderen Stromstärken stattfinden, zu unterscheiden, den principalen Leitungswiderstand genannt[2]). Wenn r den Widerstand bei der Stromstärke i bezeichnet, so hat man folglich nach der genannten Theorie $r = r_0 i$, oder, wenn i eliminirt wird, $r = r_0 \delta a h$.

Nach der Theorie ist also der Leitungswiderstand r der *relativen* Geschwindigkeit zwischen den Aethermolecülen und den Molecülen des Leiters proportional. Wenn folglich der Leiter eine Geschwindigkeit h_1 in derselben Richtung, in der der Aether strömt, erhält, so wird der Widerstand r vermindert; es wird nämlich dann

$$r = r_0 \delta u (h - h_1).$$

Wenn man dagegen dem Leiter dieselbe Geschwindigkeit h_1 aber in entgegengesetzter Richtung ertheilt, so wird der Widerstand vergrößert und man erhält

$$r = r_0 \delta a (h + h_1).$$

Nachdem die Stromstärke constant geworden, muß nach der Theorie die elektromotorische Kraft der Kette der Summe aller Leitungswiderstände gleich seyn. Wenn also die elektromotorische Kraft und der principale Leitungswiderstand der Kette respective mit E und R_0 bezeichnet werden, und wenn r_0 den principalen Widerstand in dem Leiter, der die Pole der Kette verbindet, und i die Stromstärke bedeuten, so ist: $E = R_0 i + r_0 i$; woraus $i = \frac{E}{R_0 + r_0}$.

Wenn nun dem Leiter, dessen principaler Leitungswiderstand r_0 ist, eine Geschwindigkeit $\pm h_1$ ertheilt wird,

1) Ibid. S. 10.

2) *Théorie des phénomènes électriques p.* 24.

so wird zufolge des oben Gesagten, wenn i_1 die Stromstärke bedeutet:

$$E = R_0 i_1 + r_0 (i \mp \delta a h_1);$$

woraus

$$i_1 = \frac{E \pm r_0 \delta a h_1}{R_0 + r_0}.$$

Der Unterschied der beiden Ströme wird folglich:

$$i - i_1 = \frac{\mp r_0 \delta a h_1}{R_0 + r_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Die Veränderung in der Stromstärke, die dadurch entsteht, dafs der Leiter in Bewegung versetzt wird, ist also der Geschwindigkeit h_1 und dem Querschnitte a des Leiters proportional. Wenn der Widerstand R_0 so gering ist, dafs derselbe im Vergleich mit r_0 vernachlässigt werden kann, so wird die Veränderung der Stromstärke von dem Leitungswiderstande unabhängig.

Beim ersten Anblick könnte man vermuthen, dafs die Geschwindigkeit h_1, die mit zugänglichen Hülfsmitteln dem Leiter ertheilt werden kann, so gering sey im Verhältnifs zu der Geschwindigkeit h des Aethers, dafs die fragliche Veränderung der Stromstärke auch mit dem empfindlichsten Galvanometer nicht beobachtet werden könne. Die Erklärung, die ich in der genannten Abhandlung (S. 56) über Quincke's Diaphragmenströme gegeben, deutet jedoch darauf hin, dafs die Beobachtungen ausführbar seyn müssen. Ich beschlofs deswegen das theoretische Resultat auf experimentellem Wege zu prüfen.

2.

Besondere mechanische Anordnungen würden erforderlich seyn, wenn man *festen* Leitern die für diese Versuche nöthige Geschwindigkeit geben wollte. Ich habe deswegen Flüssigkeiten angewandt, welche mit Leichtigkeit in eine hinreichend grofse Geschwindigkeit versetzt werden können. Dabei zeigen sich jedoch zwei Uebelstände, deren schädliche Einwirkungen sorgfältig vermieden werden müssen. Der eine dieser Uebelstände ist die galvanische

Polarisation auf den Polplatten, durch welche der galvanische Strom in die Flüssigkeit hineingeleitet und aus derselben ausgeführt wird; der andere besteht darin, dafs es schwierig ist, die beiden Polplatten in galvanischer Hinsicht einander so gleich zu machen, dafs nicht dadurch ein schwacher Strom entsteht, sobald dieselben in die Flüssigkeit eingesetzt werden. Weder die Polarisation der Polplatten noch deren Ungleichheit in galvanischer Hinsicht würde indessen eine für die Versuche schädliche Wirkung haben, wenn diese beiden Umstände sich nicht veränderten, sobald die Flüssigkeit in Bewegung kommt; es zeigt sich aber, dafs eine solche Veränderung wirklich stattfindet. Die Versuche können deswegen nicht auf die einfache Weise angestellt werden, dafs man einen galvanischen Strom durch die Flüssigkeit gehen läfst und die Stromstärke mifst, erstens während die Flüssigkeit in Ruhe ist und zweitens nachdem man dieselbe in Bewegung gesetzt hat; denn da sowohl die Polarisation wie die galvanische Beschaffenheit der Polplatten sich durch die Bewegung der Flüssigkeit verändert, so kann man den beobachteten Unterschied der Stromstärken eben sowohl von dieser Veränderung wie von einer Veränderung in dem Leitungswiderstande der Flüssigkeit herleiten.

Nachdem einige vorgeschlagene Beobachtungsmethoden, für welche eine nähere Erörterung hier nicht nöthig seyn dürfte, practisch geprüft und nicht vortheilhaft befunden worden, wählte ich schliefslich folgendes Verfahren, welches gute Resultate lieferte. (Siehe Fig. 1 Taf. I.)

a b ist ein cylindrisches Glasrohr, das überall dieselbe Weite hat und mit drei Seitenrohren *c*, *d* und *e* versehen ist. Die Abstände zwischen *c* und *d* und zwischen *d* und *e* sind so weit möglich gleich grofs. In jeder dieser Seitenröhren ist mittelst Kork und Siegellack ein Golddraht befestigt, auf dessen Ende eine kreisrunde Goldscheibe sitzt. Auf jedem Ende des Glasrohres ist eine mit Schraubengängen versehene Metallhülse befestigt, mittelst deren das Glasrohr auf das Kupferrohr, durch welches die zu unter-

suchende Flüssigkeit in das Glasrohr hineinströmt, geschraubt werden kann. *G* stellt das bei den Versuchen benutzte Magnetometer vor, dessen fast vollständig astatisches Nadelsystem an einem feinen silbernen Draht aufgehängt ist. Die Gleichgewichtslage des Nadelsystems ist beinahe ganz unabhängig von den Veränderungen des erdmagnetischen Declinationsplanums, weil dieselbe fast ausschliefslich von der Torsion der Drähte bestimmt wird. Die Schwingungszeit des Nadelsystemes macht ungefähr 28 Secunden aus. Durch eine dicke Kupferhülse, die die eine Magnetnadel umgiebt, wird eine so starke Dämpfung hervorgebracht, dafs das Nadelsystem nach wenigen Schwingungen seine Gleichgewichtslage einnimmt. Die Ablesung geschieht auf gewöhnliche Weise mit Hülfe von Fernrohr und Scale. Obgleich die Empfindlichkeit des Magnetometers durch eine andere Anordnung möglicherweise hätte gröfser seyn können, besitzt es doch den grofsen Vortheil einer fast unveränderlichen Gleichgewichtslage, welcher Umstand von grofsem Werthe ist. Bei den Versuchen wurden zwei von den Drahtlagen des Magnetometers, in welchen der Leitungswiderstand und die Anzahl der Veränderungen gleich grofs waren, benutzt. Die Enden des Drahtes in der einen Drahtlage sind mit den Klemmschrauben *f* und *g*, und die des Drahtes in der andern mit *h* und *n* verbunden. Bei *k* ist ein Elektromotor eingeschaltet, dessen einer Pol mit *g* und *h* und der andere mit dem Golddraht in dem mittleren Seitenrohr *d* verbunden ist. Die Golddrähte der äufseren Seitenröhren *c* und *e* sind mittelst Leitungsdrähte mit *f* und *n* vereinigt.

Wenn das Glasrohr mit Flüssigkeit gefüllt ist und diese sich in Ruhe befindet, so theilt sich der Strom des Elektromotors zwischen den zwei Leitungen, und diese zwei Stromtheile gehen durch die Umwindungen des Magnetometers in entgegengesetzter Richtung. Die Widerstände der zwei Leitungen sind so gleich wie möglich und die Polarisation in der einen mufs ebenso der in der

anderen gleich seyn; weil die Polarisation der Goldscheibe in dem mittleren Seitenrohr dieselbe Wirkung auf beide Stromtheile ausübt, und die Polarisation der beiden äufseren Polscheiben von derselben Art und Gröfse seyn mufs. Die beiden Stromtheile müssen deswegen fast dieselbe Gröfse haben und die Summe ihrer Wirkungen auf das Magnetometer beinahe gleich Null werden. Es zeigte sich auch bei den Versuchen, dafs die Gleichgewichtslage des Nadelsystems nur um wenige Scalentheile von der Gleichgewichtslage, die das Nadelsystem einnahm, wenn kein Strom die Umwindungen des Magnetometers durchlief, verschieden war.

Wenn die Flüssigkeit sich z. B. von *a* nach *b* bewegt, so geht der eine Theil des galvanischen Stroms in derselben Richtung wie die strömende Flüssigkeit, der andere Stromtheil aber in entgegengesetzter Richtung gegen dieselbe. Ist der positive Pol des Elektromotors mit der Goldscheibe in dem mittleren Seitenrohr verbunden, so gehen der Flüssigkeitsstrom und der galvanische Stromtheil *de* in derselben Richtung; der Stromtheil *cd* aber in umgekehrter Richtung gegen den Strom der Flüssigkeit. Ist dagegen der negative Pol der Kette mit derselben Goldscheibe vereinigt, so ist das Verhältnifs umgekehrt. Wenn nun der Leitungswiderstand, wie es die Theorie fordert, von der Bewegung der Flüssigkeit abhängig ist, so werden die zwei Stromtheile nicht gleich grofs, und die Magnetnadel des Magnetometers mufs demzufolge einen Ausschlag machen, dessen Richtung sich leicht vorher bestimmen läfst. Es giebt aber auch eine andere Ursache dazu, dafs die Magnetnadel ihre Gleichgewichtslage verändern kann. Sobald die Flüssigkeit in Bewegung kommt, wird die Polarisation der drei Goldscheiben verändert. Die Veränderung der Polarisation auf der mittleren Polplatte hat jedoch keinen Einfluſs auf die *relative* Stärke der beiden Stromtheile, weil diese Polplatte gemeinschaftlich für beide ist und die Veränderung der Polarisation eine gleiche Wirkung auf beide Ströme aus-

üben mufs. Eine Veränderung in der Polarisation dieser Polplatte kann also keinen Ausschlag der Magnetnadel verursachen. Die äufseren Polplatten aber verhalten sich nicht auf dieselbe Weise. Obgleich man so viel wie möglich versucht, diesen Platten dieselbe Gröfse, Form und Lage zu geben, so kann sich doch eine kleine Verschiedenheit zwischen beiden in dieser Hinsicht vorfinden, und zufolge derselben kann die Veränderung, die das Ausströmen der Flüssigkeit in der Polarisation bewirkt, etwas gröfser auf der einen Platte als auf der anderen ausfallen. Eine Verschiedenheit zwischen den beiden Polplatten ist unter allen Verhältnissen vorhanden, und diese besteht darin, dafs, während des Ausströmens der Flüssigkeit, die obere Polscheibe einem gröfseren Drucke als die untere ausgesetzt ist. Es ist also möglich, dafs die Magnetnadel aus dieser Ursache einen kleinen Ausschlag machen kann. Den Ausschlag, der durch die Veränderung der Polarisation entsteht, kann man jedoch so gering wie man will machen, wenn man für die Versuche Flüssigkeiten wählt, die einen hinreichend grofsen Widerstand besitzen. Uebrigens geht es aus den angestellten Versuchen hervor, dafs die *Richtung* des Ausschlages ausschliefslich dadurch bestimmt wird, dafs der Widerstand der Flüssigkeit geringer wird, wenn dieselbe sich in gleicher Richtung mit dem galvanischen Strome bewegt, aber gröfser, wenn die Richtung entgegengesetzt ist.

Die Versuche gestalteten sich folgendermafsen: Wenn der positive Pol des Elektromotors mit der Goldscheibe in dem mittleren Seitenrohr verbunden war, erhielt ich, sobald die Flüssigkeit in Bewegung von a nach b versetzt wurde, einen Ausschlag, der zu erkennen gab, dafs derjenige Stromtheil, der die Flüssigkeitssäule de durchlief, das heifst also der Stromtheil, der gleiche Richtung mit dem Flüssigkeitsstrom hatte, eine gröfsere Stärke als der andere besafs. Die Ursache hierzu könnte nun entweder darin liegen, dafs der Widerstand in der Flüssigkeitssäule de geringer und in der Säule cd gröfser wurde, als wenn

die Flüssigkeit in Ruhe war, oder auch möglicherweise darin, daſs durch die Bewegung der Flüssigkeit die Polarisation der Polscheibe *e* schwächer als die der Polscheibe *c* wurde. Wenn eine verschiedene Veränderung in der Polarisation der beiden Polplatten durch die Bewegung der Flüssigkeit wirklich entstand, so muſste dieses darauf beruhen, daſs die Polplatten in den Seitenröhren *c* und *e* in Hinsicht auf Gröſse, Form und Lage von einander etwas verschieden waren, oder auch, daſs die eine einem gröſseren Drucke als die andere ausgesetzt war. Aus einem einzigen Versuch kann man also nicht mit Sicherheit schlieſsen, daſs der Leitungswiderstand von der Bewegung der Flüssigkeit abhängig ist. Darauf wurde das Glasrohr umgekehrt, so daſs die Flüssigkeit das Rohr von *b* nach *a* durchlief, während alles Uebrige unverändert blieb. Die Richtung des erhaltenen Ausschlages war der früheren entgegengesetzt, woraus folgt, daſs derjenige Stromtheil, der die Flüssigkeitssäule von *d* nach *c* durchströmte, also dieselbe Richtung wie der Flüssigkeitsstrom hatte, stärker als der andere war. Aus diesen beiden Versuchen folgt, daſs die Verschiedenheit, die zwischen den beiden äuſseren Polscheiben in Hinsicht auf Gröſse, Form und Lage stattfinden konnte, und die darauf beruhende Veränderung der Polarisation keinen Einfluſs auf die Richtung des Ausschlages hatte. Wenn wie in dem ersten Versuche die Flüssigkeit sich von *a* nach *b* bewegte, und der negative Pol des Elektromotors statt des positiven mit der Goldscheibe in dem mittleren Seitenrohre verbunden war, gab der erhaltene Ausschlag zu erkennen, daſs der Stromtheil, der die Flüssigkeitssäule *cd* durchging, also derjenige, der dieselbe Richtung wie der Flüssigkeitsstrom hatte, eine gröſsere Stärke als der andere besaſs. In den zwei ersten Versuchen ging also der stärkere galvanische Stromtheil zwischen der mittleren Polscheibe und derjenigen der zwei äuſseren, die dem *geringeren* Drucke von der strömenden Flüssigkeit ausgesetzt war; in dem letzten Versuche aber ging der stärkere Strom zwischen der mitt-

leren Polscheibe und derjenigen der beiden äufseren, die den *gröfseren* Druck erlitt. Die Verschiedenheit in dem Drucke, dem die zwei äufseren Polscheiben während der Strömung der Flüssigkeit ausgesetzt waren, konnte also keinen Einfluſs auf die Richtung des Ausschlages ausüben. Dagegen zeigte es sich bei allen den angestellten Versuchen, daſs derjenige Stromtheil, der dieselbe Richtung wie der Flüssigkeitsstrom hatte, immer der stärkere war, und zu diesem Ergebniſs kann es keine andere Ursache geben, als daſs der galvanische Leitungswiderstand geringer wird, wenn der galvanische Strom sich in derselben Richtung wie die Flüssigkeit bewegt, und gröſser, wenn die Richtung entgegengesetzt ist.

Damit die Ausschläge regelmäſsig ausfallen, muſs die benutzte Flüssigkeit einen groſsen Widerstand leisten. Welche Bedeutung der Widerstand in dieser Beziehung hat, ersieht man aus folgender Berechnung.

Wir bezeichnen mit r die Summe der principalen Widerstände in der Flüssigkeitssäule cd, in dem Leitungsdraht cf und in der einen Drahtlage des Magnetometers, und auf entsprechender Weise mit $r + \varrho$ die Widerstandssumme in der Flüssigkeitssäule de, in dem Leitungsdraht en und in der anderen Drahtlage. Weil diese Widerstandssummen einander so gleich wie möglich gemacht worden sind, muſs ϱ eine sehr kleine Gröſse seyn. Wenn man nun annimmt, daſs der negative Pol des Elektromotors mit der Goldscheibe in dem mittleren Seitenrohr verbunden ist, und daſs die angewandte Flüssigkeit Wasser ist, so bedeckt sich diese Goldscheibe mit Wasserstoff, dessen polarisations-elektromotorische Kraft w genannt werden mag. Die beiden äufseren Polscheiben werden dagegen mit Sauerstoff überzogen, dessen polarisations-elektromotorische Kraft wir in dem Seitenrohr c mit s und in dem Seitenrohr e mit $s + \sigma$ bezeichnen. Weil die Polarisation auf diesen beiden Scheiben beinahe vollkommen gleich ist, so muſs σ einen unbedeutenden Werth haben. Mit i bezeichnen wir den Stromtheil, der die Flüssigkeitssäule cd

und mit i_1 denjenigen, der die Säule *de* durchströmt. Die elektromotorische Kraft des Elektromotors wollen wir E, den principalen Widerstand desselben R und die ungetheilte Stromstärke J nennen. Dann hat man nach den Kirchhoff'schen Gesetzen für die Vertheilung des Stromes zwischen mehreren Leitern:

$$E - (w + s) = RJ + ir;$$

$$E - (w + s + \sigma) = RJ + i_1 (r + \varrho)$$

und

$$J = i + i_1.$$

Hieraus erhält man:

$$i_1 = \frac{Er - R\sigma - r(w + s + \sigma)}{2Rr + r^2 + R\varrho + r\varrho} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und

$$i = \frac{E(r + \varrho) + R\sigma - (r + \varrho)(w + s)}{2Rr + r^2 + R\varrho + r\varrho} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

und folglich

$$i - i_1 = \frac{E\varrho + 2R\sigma + r\sigma - \varrho w - \varrho s}{2Rr + r^2 + R\varrho + r\varrho} \quad . \quad . \quad (4).$$

Dieser Unterschied $i - i_1$ bestimmt die Gleichgewichtslage der Magnetnadel, wenn die Flüssigkeit in Ruhe ist. Wenn aber die Flüssigkeit in Bewegung kommt, so verwandelt sich s in $s + \beta$, $s + \sigma$ in $s + \sigma + \beta_1$ und w in $w + \pi$. Werden die Stromtheile, die durch die Flüssigkeitssäulen *cd* und *de* strömen, respective mit $i_{''}$ und $i_{'''}$ bezeichnet, so erhält man auf dieselbe Weise:

$$i_{'''} = \frac{Er + R\beta - R\sigma - R\beta_1 - r(w + \pi + s + \sigma + \beta_1)}{2Rr + r^2 + R\varrho + r\varrho} \quad (5)$$

und

$$i_{''} = \frac{E(r + \varrho) + R\sigma + R\beta_1 - R\beta + (r + \varrho)(w + \pi + s + \beta)}{2Rr + r^2 + R\varrho + r\varrho} \quad (6)$$

woraus

$$i_{''} - i_{'''} = \frac{E\varrho + 2R\beta_1 - 2R\beta + 2R\sigma + r\sigma + r\beta_1 - r\beta - \varrho(w + \pi + s + \beta)}{2Rr + r^2 + R\varrho + r\varrho} \quad (7).$$

Wenn man den ersten Unterschied (4) von dem letzten (7) abzieht, so erhält man den Ausdruck für den Ausschlag, der allein dadurch entsteht, daſs die Polarisation

durch die Bewegung der Flüssigkeit verändert wird. Man bekommt auf diese Weise:

$$(i_{,,} - i_{,,,}) - (i - i_{,}) = \frac{2R(\beta_{,} - \beta) + r(\beta_{,} - \beta) - \varrho\pi + \varrho\beta}{2Rr + r^2 + R\varrho + r\varrho} \quad (8).$$

Der Werth von ϱ ist aber so gering, dafs $\varrho\pi$, $\varrho\beta$, $R\varrho$ und $r\varrho$ vernachlässigt werden können. Der Ausschlag u, der allein daraus entsteht, dafs die Polarisation sich durch die Bewegung der Flüssigkeit verändert, wird also

$$u = \frac{\beta_{,} - \beta}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Dieser Ausschlag ist folglich dem Leitungswiderstande der Flüssigkeit umgekehrt proportional. Was dagegen den Ausschlag betrifft, der durch die Veränderung des Leitungswiderstandes verursacht wird, so ist nach der Gleichung (1) dieser Ausschlag beinahe unabhängig von demselben Leitungswiderstande. Wenn man also für die Versuche Flüssigkeiten mit hinreichend grofsem Widerstande wählt, so kann man die Veränderungen in der Polarisation unschädlich machen, ohne dafs die von der Veränderung des Leitungswiderstandes herrührenden Ausschläge dadurch vermindert werden. Uebrigens geht es aus der Gleichung (1) hervor, dafs die fraglichen Ausschläge dem Querschnitte des Glasrohres und der Geschwindigkeit der Flüssigkeit proportional sind, dagegen unabhängig von der Stärke des angewandten galvanischen Stromes.

Von der grofsen Anzahl der auf die oben beschriebene Weise angestellten Beobachtungen, dürfte es für den vorgesetzten Zweck hinreichend seyn, nur folgende hier mitzutheilen.

3.

Zu den Versuchen wurde ein cylindrisches Gefäfs von dickem, auf der Innenseite verzinntem Kupferblech benutzt, dessen Volumen ungefähr 25 Liter betrug. Die obere Wand war halbkugelförmig und mit drei Oeffnungen versehen. In der einen dieser Oeffnungen war ein Hahn be-

festigt, welcher mittelst eines Bleirohres mit einer Compressionsmaschine in Verbindung stand. Um die durch die Maschine hervorgebrachte Compression der Luft zu messen, konnte auf eine der anderen Oeffnungen ein Manometer aufgeschraubt werden. Dieselbe Oeffnung wurde auch benutzt, um einen Theil des Gefäſses mit Flüssigkeit zu füllen. In der dritten Oeffnung war ein mit Hahn versehenes Kupferrohr luftdicht festgesetzt. Derjenige Theil dieses Rohres, der sich innerhalb des Gefäſses befand, ging senkrecht beinahe bis zu dem Boden des Gefäſses. Derjenige Theil des Kupferrohres, der sich auſserhalb des Gefäſses befand, war in der Form eines Halbkreises umgebogen, so daſs der übrige Theil desselben senkrecht hinunter lief. Auf das untere Ende dieses Kupferrohres wurde das oben beschriebene Glasrohr geschraubt. Die durch das Glasrohr flieſsende Flüssigkeit wurde in einem auf dem Boden des Zimmers stehenden Gefäſse von Glas oder Holz aufgefangen. Vor jedem Versuche wurde Luft in das Gefäſs oberhalb der Flüssigkeit bis zu einem Druck von zwei oder drei Atmosphären über den äuſseren Atmosphärendruck hinaus eingepreſst. Keine Maaſsregeln wurden getroffen, um den Druck constant und unveränderlich zu halten, weswegen die Geschwindigkeit der Flüssigkeit sich während des Ausflusses verminderte. Dieser Uebelstand war jedoch von geringer Bedeutung, weil es bei dieser Untersuchung sich mehr darum handelte, einen experimentellen Beweis für die Abhängigkeit des Leitungswiderstandes von der Bewegung des Leiters als eine genaue Bestimmung der Gesetze dieser Abhängigkeit zu erhalten.

Versuch mit destillirtem Wasser.

Versuchsreihe 1. Das Glasrohr hatte einen inneren Durchmesser von 5,5^{mm}, der Abstand zwischen den Seitenröhren war 70 und die Länge des ganzen Rohres 270^{mm}. Die Goldscheiben waren in den Seitenröhren so weit zurückgezogen, daſs der Abstand von der Innenwand

des Glasrohres ein Centimeter betrug. Zuerst wurde versucht, ob ein Ausschlag nur durch die Bewegung der Flüssigkeit erhalten werden konnte, ohne dafs ein Elektromotor bei *k* eingeschaltet war. Die Goldscheibe in dem mittleren Seitenrohre war hierbei mittelst eines einfachen Leitungsdrahtes unmittelbar mit den Klemmschrauben *g* und *h* verbunden. Wie zu erwarten war, konnte bei diesem Versuche keine Spur eines Stromes beobachtet werden.

Nun wurde eine Kette von zwei Daniell'schen Elementen bei *k* eingeschaltet. Die übrigen Drahtleitungen waren so angeordnet, wie die Fig. 1, Taf. I andeutet. Die Gleichgewichtslage, die die Magnetnadel einnahm, wenn das Glasrohr mit stillstehendem Wasser gefüllt war, wird in dem Folgenden mit *A* bezeichnet. Sobald der Hahn geöffnet und das Wasser folglich in Bewegung gesetzt wurde, machte die Magnetnadel einen Ausschlag. Der Scalentheil, bei welchem die Magnetnadel nach vollendetem Ausschlage zurückzukehren begann, ist mit *B*, und der Unterschied zwischen *A* und *B*, das heifst der Ausschlag, mit *D* angegeben.

Der negative Pol des Elektromotors war mit der mittleren Polscheibe verbunden. Der Wasserstrom ging von *a* nach *b*.

A	*B*	*D*
617,0	619,0	2,0
617,0	618,8	1,8
617,0	619,1	2,2
		Mittel 2,0.

Der Ausschlag zeigt, dafs derjenige Theil des galvanischen Stromes, der von *c* nach *d* ging, das heifst in derselben Richtung wie der Wasserstrom, stärker als der andere war.

Das Glasrohr wurde nun umgekehrt, so dafs der Wasserstrom dasselbe von *b* nach *a* durchging. Uebrigens blieb alles unverändert.

A	*B*	*D*
618,0	616,0	2,0
618,1	615,9	2,2
618,0	615,9	2,1
		Mittel 2,1.

Der Ausschlag, dessen Richtung der früheren entgegengesetzt war, gab zu erkennen, dafs der Stromtheil, der von *e* nach *d* ging, also dieselbe Richtung, wie der Wasserstrom hatte, der stärkere war.

Der positive Pol wurde mit der mittleren Polscheibe verbunden. Der Wasserstrom ging fortwährend von *b* nach *a*.

A	*B*	*D*
617,0	615,8	1,2
617,5	615,0	2,5
617,2	614,9	2,3
		Mittel 2,0.

Der Ausschlag hatte nun dieselbe Richtung wie im nächst vorhergehenden Versuche. Daraus folgt, dafs der Stromtheil, der von *d* nach *c* ging, also dieselbe Richtung wie der Wasserstrom hatte, die gröfste Wirkung ausübte.

Das Glasrohr wurde nun umgekehrt, so dafs der Wasserstrom wieder von *a* nach *b* ging. Uebrigens blieb alles unverändert.

A	*B*	*D*
617,0	619,2	2,2
617,8	620,4	2,6
618,0	621,0	3,0
		Mittel 2,6.

Folglich zeigte es sich auch jetzt, dafs derjenige der beiden Stromtheile, der dieselbe Richtung wie der Wasserstrom hatte, stärker als der andere war.

Versuchsreihe 2. Diese war der vorhergehenden gleich, doch mit dem Unterschiede, dafs die Goldscheiben in den Seitenröhren nicht so weit zurückgezogen waren, sondern

nahe an der inneren Wand des Glasrohres ihren Platz hatten. Sie waren deswegen der mechanischen Wirkung des Wasserstroms mehr als früher ausgesetzt.

Der positive Pol des Elektromotors war mit der mittleren Goldscheibe verbunden.

A	*B*	*D*
628,8	631,8	3,0
628,8	632,0	3,2
		Mittel 3,1.

Die Richtung des Ausschlages zeigte, dafs derjenige Stromtheil, der in derselben Richtung wie der Wasserstrom ging, eine gröfsere Stärke als der andere besafs.

Danach wurde das Glasrohr umgewandt, so dafs der Wasserstrom dasselbe in entgegengesetzter Richtung durchging. Alles Uebrige blieb unverändert.

A	*B*	*D*
628,9	626,0	2,9
628,7	625,9	2,8
628,9	625,2	3,7
		Mittel 3,1.

Der negative Pol wurde mit der mittleren Goldscheibe verbunden. Uebrigens alles unverändert.

A	*B*	*D*
631,3	629,0	2,3
631,5	629,0	2,5
631,5	629,0	2,5
		Mittel 2,4.

Das Glasrohr umgekehrt, die übrigen Anordnungen unverändert.

A	*B*	*D*
632,0	634,0	2,0
631,9	634,0	2,1
631,9	634,2	2,3
		Mittel 2,1.

Diese Versuchsreihe giebt folglich dasselbe Resultat wie die erste, nämlich dafs der galvanische Leitungswiderstand verringert wird, wenn der Leiter sich in derselben

Richtung wie der galvanische Strom bewegt, dagegen sich vergröfsert, wenn beide in entgegengesetzter Richtung gehen.

Bei allen diesen Versuchen war die Geschwindigkeit des destillirten Wasser zwischen 9 und 10,5 Meter in der Secunde.

Versuch mit Alkohol, 24 Volumprocente Wasser enthaltend.

Mit dieser Flüssigkeit wurden die Versuche auf dieselbe Weise wie mit dem destillirten Wasser angestellt; sie führten zu demselben Resultate. Es dürfte deswegen überflüssig seyn, dieselben hier anzuführen.

Versuch mit Wasser aus der Wasserleitung der Stadt.

Bei angestelltem Versuche zeigte es sich, dafs der Leitungswiderstand des destillirten Wassers ungefähr 50mal gröfser als der des Wasserleitungswassers war. Ein Glasrohr von derselben Beschaffenheit wie das vorher beschriebene wurde auf das Wasserleitungsrohr geschraubt, so dafs dasselbe eine senkrechte Lage erhielt. Die Verbindungen zwischen den in den Seitenröhren eingesetzten Goldscheiben, dem Elektromotor und dem Magnetometer waren auf dieselbe Art wie bei den vorigen Versuchen angeordnet. Der einzige Unterschied bei den Beobachtungen bestand darin, dafs, weil der Vorrath an Flüssigkeit hier unbegrenzt war, die constanten Ausschläge, und nicht, wie bei den früheren Versuchen, der Scalentheil, bei welchem die Magnetnadel zurückzukehren anfing, beobachtet wurden. Durch besondere Versuche, bei welchen kein Elektromotor zwischen der mittleren Goldscheibe und den Klemmschrauben *g* und *h* eingeschaltet war, überzeugte ich mich davon, dafs kein galvanischer Strom allein durch das Ausfliefsen des Wassers entstand. Eine fremde Ursache eines galvanischen Stromes, der einen Ausschlag der Magnetnadel bewirken konnte, war also nicht vorhanden.

Da das Wasser der Wasserleitung im Vergleich mit dem destillirten ein guter Leiter war, so war es zu erwarten, dafs die Polarisation der Polscheiben hier einen gröfseren Einfluſs als bei den vorhergehenden Versuchen ausüben würde. Dieses geht deutlich aus der Gleichung (9) hervor. Damit die Polarisation auf die Richtung der Ausschläge nicht einwirken möchte, muſsten deswegen die Versuche mit gehöriger Vorsicht angestellt werden. Vor jedem Versuche muſste die Kette eine längere Zeit geschlossen stehen, damit die Polplatten sich vollständig polarisiren konnten. Während dieser Zeit wurde der Hahn der Wasserleitung mehrmals geöffnet und geschlossen. Erst nachdem dieses geschehen war, konnte man darauf rechnen, constante und regelmäfsige Ausschläge zu erhalten. Uebrigens muſs bemerkt werden, dafs der angewandte galvanische Strom nicht zu stark seyn darf, weil die schädliche Wirkung, die von der Verschiedenheit der Polscheiben in galvanischer Hinsicht herrührt, mit der Stromstärke zunimmt. Bei den folgenden Versuchen wurden zwei Daniell'sche Elemente angewandt. Von den auf diese Weise angestellten Beobachtungen ist es hinreichend, folgende zwei Reihen mitzutheilen. *A*, *B* und *D* haben dieselbe Bedeutung wie vorher.

Versuchsreihe 3. Hierbei wurde ein anderes Glasrohr angewandt; der Abstand der Polscheiben von einander und die Weite des Rohres waren jedoch ungefähr dieselben wie bei dem ersten Rohr. Die Geschwindigkeit des Wassers, wenn der Hahn vollständig geöffnet war, machte ungefähr 10 Meter in der Secunde aus. Bei Berechnung der Gröfse der Ausschläge wurde aus zwei auf einander folgenden Gleichgewichtslagen beim stillstehenden Wasser das Mittel genommen.

Der negative Pol des Elektromotors war mit der mittleren Polscheibe verbunden.

A	*B*	*D*
608,0	611,0	2,6
608,8	611,2	2,3
609,0	610,2	1,2
609,0	610,5	1,5
609,0	611,0	2,0
609,9		Mittel 1,92.

Der positive Pol wurde mit der mittleren Polscheibe verbunden. Alles Uebrige blieb unverändert.

A	*B*	*D*
626,5	628,8	2,3
626,5	627,5	1,7
625,0	628,5	3,0
626,0	627,5	1,7
625,5	627,2	1,2
626,4		Mittel 1,98.

Die Richtung der Ausschläge gab in beiden Fällen zu erkennen, dafs der Leitungswiderstand verringert wird, wenn der galvanische Strom und der Wasserstrom in derselben Richtung gehen.

Darnach wurde das Glasrohr umgekehrt, so dafs der Wasserstrom in das andere Ende des Glasrohrs eintrat. Uebrigens Alles unverändert.

A	*B*	*D*
627,3	624,9	2,3
627,0	624,0	3,0
627,0	624,4	2,6
627,0	624,0	2,8
626,5	624,0	2,6
620,7		Mittel 2,66.

Der negative Pol wurde mit der mittleren Polscheibe verbunden.

A	*B*	*D*
606,4	605,0	1,6
606,8	603,0	3,9
607,0	605,4	1,9
607,5	605,4	1,9
607,0	604,8	2,2
607,0		Mittel 2,30.

Die Ausschläge waren in den beiden letzten Fällen kleiner, wie es seyn mufste, da das Glasrohr umgekehrt worden war.

Versuchsreihe 4. Die Goldscheiben wurden so weit in den Seitenröhren zurückgezogen, dafs der Abstand von der inneren Wand des Glasrohres 8 Millimeter betrug. Sie wurden dadurch der mechanischen Wirkung des Wasserstroms weniger ausgesetzt.

Der negative Pol war mit der mittleren Goldscheibe verbunden.

A	*B*	*D*
626,0	623,0	2,0
624,0	622,6	2,4
626,0	622,8	2,7
625,0	622.5	2,0
624,0	622,5	1,5
624,0		Mittel 2,12.

Das Glasrohr wurde umgekehrt, so dafs der Wasserstrom in das andere Ende des Rohres eintrat. Uebrigens Alles unverändert.

A	*B*	*D*
625,5	629,0	4,0
624,5	629,0	4,7
624,0	629,0	4,7
624,5	628,5	4,0
624,5	629,0	4,7
624,0		Mittel 4,42.

Der positive Pol wurde mit der mittleren Goldscheibe verbunden. Uebrigens Alles unverändert.

A	*B*	*D*
615,0	617,0	1,6
615,8	616,2	0,8
615,0	616,2	1,2
615,0	616,0	1,0
615,0		Mittel 1,15.

Darnach wurde das Glasrohr wieder umgekehrt; übrigens Alles unverändert. Die folgenden Beobachtungen wurden einen Tag später als die vorhergehenden angestellt.

A	*B*	*D*
612,4	610,5	2,2
613,0	610,0	3,0
613,0	610,0	3,0
613,0	610,0	2,5
612,0	610,0	2,2
612,4		Mittel 2,58.

Die Richtung der Ausschläge in dieser Versuchsreihe ist der in den vorhergehenden vollkommen gleich, und giebt also zu erkennen, dafs der Leitungswiderstand sich vermindert, wenn der Leiter sich in derselben Richtung wie der galvanische Strom bewegt.

Bei den nun mitgetheilten Versuchen ist ausschliefslich die ***Richtung*** der Ausschläge von Bedeutung; dagegen darf man nicht ihrer absoluten Gröfse zu viel Gewicht beimessen. Die Gröfse der Ausschläge ist nämlich durch die Polarisation zum Theil verändert worden. Nachdem die Flüssigkeit in Bewegung versetzt worden ist, sind die zwei Theile, worin der galvanische Strom getheilt wird, nicht mehr gleich grofs. Derjenige dieser Stromtheile, der in derselben Richtung wie die Flüssigkeit geht, ist gröfser geworden, während dafs der andere um gleich viel abgenommen hat. Durch die Polscheiben in den zwei äufseren Seitenröhren gehen also Ströme, die eine verschiedene Stärke haben. Weil die Polarisation, wenn so schwache Ströme, wie die bei diesen Versuchen benutzten, in Frage sind, mit der Stromstärke wächst, so mufs also der stärkere Stromtheil durch die Polarisation etwas mehr als der

andere geschwächt werden. Da nun die Ausschläge dem Unterschiede der beiden Stromstärken proportional sind, so müssen sie kleiner ausfallen als wenn keine Polarisation stattfände. Die Polarisation auf der mittleren Polscheibe hat dagegen, wie schon bemerkt wurde, keinen Einfluſs auf die relative Gröſse der beiden Stromtheile. Man kann also kein zuverlässiges Maaſs der Veränderung, die in dem Widerstande der Flüssigkeit durch die Bewegung entsteht, aus den angestellten Versuchen erhalten. Diese zeigen nur an, daſs eine solche Veränderung wirklich stattfindet, und daſs dieselbe unter die Gränze, die aus den erhaltenen Ausschlägen berechnet werden kann, nicht gehen könne.

Wie schon angegeben wurde, bekommt man keine Ausschläge, wenn nicht ein Elektromotor zwischen der mittleren Goldscheibe und den Klemmschrauben *g* und *h* eingeschaltet ist. Die erhaltenen Ausschläge leiten also ihren Ursprung nicht von irgend einer Art von Diaphragmenströmen oder von einer anderen fremden Ursache her. Folgende Beobachtung, auf welche ich die Aufmerksamkeit derjenigen Personen, die meine Versuche zu controliren wünschen, lenken will, steht damit nicht im Widerspruche. Wenn man, sobald eine Versuchsreihe abgeschlossen ist, den Elektromotor wegnimmt, und statt dessen mittelst eines einfachen Leitungsdrahtes die mittlere Polscheibe mit den Klemmschrauben *g* und *h* unmittelbar verbindet, und darauf die Flüssigkeit in Bewegung setzt, so erhält man einen Ausschlag und dieser geht in derselben Richtung wie der Ausschlag, den man kurz vorher erhielt, während der Elektromotor noch eingeschaltet war. Wird nun das Glasrohr umgekehrt, so erhält man ganz richtig einen Ausschlag in entgegengesetzter Richtung. Es ist leicht einzusehen, wovon diese Ausschläge herrühren. Als der Elektromotor eingeschaltet war, wurden die Polscheiben in den Seitenröhren polarisirt, und die beiden äuſseren erhielten dabei einen Ueberzug von derselben Gasart. Da die Polarisation nur allmählig verschwindet, ging deswegen

gleich nach der Wegnahme des Elektromotors ein Polarisationsstrom durch jede Hälfte der Wassersäule, der Strom in der einen Hälfte war aber dem in der anderen entgegengesetzt, auf dieselbe Weise als da der Elektromotor eingeschaltet war. Wenn nun die Flüssigkeit in Bewegung kam, wurde der Leitungswiderstand in der einen Hälfte gröfser und in der anderen geringer als vorher; die zwei Ströme erhielten dadurch eine ungleiche Stärke und in Folge dessen mufste die Magnetnadel einen Ausschlag machen.

4.

Das Resultat oben stehender Versuche habe ich durch eine Untersuchungsmethode, die in jeder Beziehung von der eben beschriebenen verschieden war, zu controliren versucht. Diese Methode war folgende:

Kohlrausch und Nippoldt haben gezeigt, dafs alternirende Inductionsströme, die in hinreichend kurzer Zeit auf einander folgen, mit Vortheil angewandt werden können, um den Leitungswiderstand der Flüssigkeiten unabhängig von der Polarisation zu machen[1]). Wenn die elektrolytische Flüssigkeit aus Wasser besteht, so kann während der kurzen Dauer des Inductionsstromes nur ein sehr dünner Ueberzug von Sauerstoff auf der einen Polscheibe und von Wasserstoff auf der anderen sich bilden, und im nächsten Augenblicke wechseln die Ströme ihre Richtung, so dafs die Polscheibe, die eben vorher Wasserstoff erhielt, nun Sauerstoff bekommt und umgekehrt. Wenn die Ströme von gleicher Stärke und von kurzer Dauer sind und überdies dicht auf einander folgen, so ist es leicht einzusehen, dafs die Polarisation dadurch auf ein Minimum reducirt werden mufs. Die Untersuchungen der genannten Forscher zeigten auch in der That, dafs die Polarisation auf die Genauigkeit der Widerstandsmessungen ohne merkbaren Einfluſs war.

1) Pogg. Ann. Bd. 138, S. 280.

Wir denken uns nun, dafs die Polscheiben in den beiden äufseren Seitenröhren *c* und *e* (Fig. 1, Taf. I) mit den Umwindungen des Magnetometers auf die Weise verbunden sind, dafs ein galvanischer Strom alle Umwindungen in derselben Richtung durchgehe. Das mittlere Seitenrohr ist geschlossen und die in diesem Rohr befindliche Goldscheibe thut bei diesen Versuchen keinen Dienst. Wenn nun ein Elektromotor, der alternirende Ströme von gleicher Gröfse und kurzer Dauer aussendet, zwischen *c* und *f* eingeschaltet wird, so mufs offenbar die Magnetnadel, wenn das Wasser des Glasrohres sich in Ruhe befindet, in ihrer Gleichgewichtslage verbleiben, weil die Wirkungen der Ströme sich gegenseitig aufheben. Wenn dagegen das Wasser in Bewegung kommt, so wird, weil die Widerstände durch die Bewegungen des Wassers verändert werden, derjenige Strom, der dieselbe Richtung wie der Wasserstrom hat, vergröfsert, der andere aber vermindert, und die Magnetnadel mufs deswegen einen Ausschlag machen.

Bei den angestellten Versuchen wurden nicht, wie bei der Untersuchung von Kohlrausch und Nippoldt, Inductionsströme, sondern eine Anordnung von folgender Beschaffenheit angewandt. Eine kreisrunde Scheibe von Buxbaumholz, deren Durchmesser 75 und Dicke 20 Millimeter beträgt, ist auf beiden Seiten mit einer Messingscheibe bekleidet. Mit Hülfe einer Kurbel und eines Kammrades kann die Scheibe um ihre Axe gedreht werden. Die Scheibe macht fünf Umdrehungen, während dafs die Kurbel mit der Hand einmal herumgeführt wird. Die Fig. 2, Taf. I stellt einen Theil des Umkreises der Scheibe vor. Von den beiden Messingscheiben *A* und *B* gehen kleine Messingplatten *a*, *b*, *c*, *d* und *e* aus, welche alle vollkommen gleiche Breite haben und in gleichem Abstande von einander liegen. Sie sind in das Holz eingelassen, so dafs ihre Oberfläche mit dem Umkreise der Scheibe zusammenfällt. Jede zweite dieser Messingplatten

steht mit der Messingscheibe *A* und jede zweite mit *B* in Verbindung. Die Anzahl dieser Platten ist 24, von welchen also 12 mit *A* und die übrigen 12 mit *B* leitend verbunden sind. Der Abstand der Platten von einander ist der Breite derselben gleich. Durch eine passende Anordnung wurde die Messingscheibe *A* mit dem einen und *B* mit dem anderen Pole eines Elektromotors verbunden. Auf den Umkreis der Buxbaumscheibe schleifen zwei mit Stahl beschlagene, von einander isolirte Messingfedern auf die Weise, dafs sie gleichzeitig zwei benachbarte Messingplatten berühren. Zu gleicher Zeit berührt also die eine die Platte *a* und die andere die Platte *b*. Die eine der genannten Messingfedern war mit der Polscheibe in dem oberen Seitenrohre *c* (Fig. 1, Taf. I) verbunden; von der Polscheibe in dem unteren Seitenrohre *e* ging ein Leitungsdraht zu dem einen Ende der Umwindungen des Magnetometers, von dem anderen Ende derselben Umwindungen ging endlich ein Leitungsdraht zu der anderen Messingfeder. Es leuchtet hieraus ein, dafs während des Umdrehens der Kurbel die Richtung der Ströme nicht nur in dem Glasrohre, sondern auch in den Umwindungen des Magnetometers unaufhörlich wechselte. Gewöhnlich wurde die Kurbel ein Mal in der Secunde umgedreht. Die Ströme wechselten also die Richtung 120 Mal in derselben Zeit.

Um zu untersuchen, ob man mit dem eben beschriebenen Umschalter die Messungen ganz unabhängig von der Polarisation ausführen könnte, wurde auf folgende Weise verfahren: Ein parallelepipedischer Kasten von Holz, dessen Wände auf der Innenseite asphaltirt waren, wurde mit Wasser aus der Wasserleitung gefüllt. Zwei Goldplatten, welche so grofs waren, dafs sie den Querschnitt des Kastens ausfüllten, wurden in einen Abstand von 50 Ctm. von einander gestellt. Nun liefs man einen constanten galvanischen Strom durch das Wasser gehen und nachdem die Goldplatten vollständig polarisirt waren, wurde die Stromstärke gemessen. Darnach wurden die Gold-

platten in einen Abstand von 25 Centimeter gestellt und soviel Rheostatendraht in die Leitung eingeschaltet, dafs die Stromstärke dieselbe blieb wie vorher. Der Widerstand in der 25 Centimeter langen Wassersäule war dann dem des angewandten Rheostatendrahtes gleich. Nun wurde versucht, ob man mit Hülfe der alternirenden Ströme des Umschalters denselben Werth des Widerstandes der Wassersäule erhielte. Die Drahtleitungen, durch welche der Elektromotor, der Magnetometer, der Umschalter und respective die Wassersäule oder der Rheostat mit einander verbunden wurden, waren dabei so angeordnet, dafs alle Ströme die Umwindungen des Magnetometers in derselben Richtung durchflossen, dagegen ihre Richtung in der Wassersäule oder dem Rheostate unaufhörlich wechselten. Um diesen Zweck zu erreichen, wurde der eine Pol des Elektromotors mit der Messingscheibe *A* oder *B* verbunden, und der andere Pol wurde mit dem einen Ende der Umwindungen des Magnetometers vereinigt. Das andere Ende des Magnetometerdrahtes wurde mit der anderen Messingscheibe *B* oder *A* in Verbindung gebracht. Schliefslich wurden die beiden messingenen Schleiffedern entweder mit den beiden Goldscheiben oder mit den Enden des Rheostatendrahtes vereinigt.

Wenn der Rheostat in die Leitung eingeschlossen war, wurde mit Anwendung des Umschalters ein constanter Ausschlag von 135,0 Scalentheilen erhalten.

Wenn die Wassersäule eingeschaltet war, wurde der Ausschlag 136,5 Scalentheile.

Der Versuch mit dem Rheostat wiederholt gab 138,0 Scalentheile.

Das Mittel aus dem ersten und dritten Versuche giebt 136,5 Scalentheile, also dieselbe Zahl wie mit der Wassersäule.

Bei einer anderen Vergleichung, bei welcher die Umdrehung mit einer anderen Geschwindigkeit geschah, erhielt man mit der Wassersäule einen Ausschlag von 125,5, und mit dem Rheostat einen solchen von 125,0 Scalen-

theilen. Man ersieht also hieraus, dafs die Polarisation durch den Umschalter so vollständig weggeschafft wurde, dafs die möglich zurückbleibende Wirkung derselben innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler fiel.

Die Goldplatten, die bei diesen letzten Versuchen benutzt wurden, waren vielfach gröfser als diejenigen kleinen Goldscheiben, die in die Seitenröhren des Glasrohres eingesetzt waren; die angewandte Stromstärke aber war auch vielfach, und zwar beinahe in demselben Verhältnifs, gröfser als diejenige Stromstärke, die bei den früheren Versuchen zur Anwendung kam. Die Polarisation auf der Flächeneinheit der Polplatte konnte also in den beiden Fällen nicht sehr verschieden seyn. Der nun mitgetheilte Beweis, dafs die alternirenden Ströme die Polarisation unschädlich machen, mufs also auch für die Versuche mit den kleinen Goldscheiben seine Gültigkeit behalten. Uebrigens ist es von selbst klar, dafs es für die Brauchbarkeit der dargestellten Beobachtungsmethode ganz gleichgültig ist, ob die ganze Polarisation weggeschafft wird oder nicht. Das Einzige, was erfordert wird, ist: dafs die beiden Polplatten sich hinsichtlich der Polarisation in demselben Zustande befinden, und diese Forderung ist jedenfalls vollständig erfüllt.

Wenn das Wasser des Glasrohres in Ruhe war und die Kurbel des Umschalters mit constanter Geschwindigkeit umgedreht wurde, blieb die Magnetnadel unbewegt. Wurde darnach das Wasser in Bewegung gesetzt, erhielt man immer einen Ausschlag, der zu erkennen gab, dafs derjenige der zwei alternirenden Ströme, der in derselben Richtung wie der Wasserstrom ging, stärker als der andere war. Diese Versuche wurden sowohl mit Wasser aus der Wasserleitung als mit destillirtem Wasser angestellt. Die Ausschläge wurden jedoch viel kleiner als die nach der ersten Methode erhaltenen. Dafs dies der Fall seyn würde, war leicht vorauszusehen. Da die Abstände zwischen den in die Buxbaumscheibe eingelassenen Messungsplatten gleich grofs mit der Breite dieser Platten sind,

so war der Strom nur die Hälfte der Zeit, während welcher die Kurbel bewegt wurde, geschlossen. Die Ströme, die in derselben Richtung gingen, dauerten also nicht länger als ein Viertel dieser Zeit. Uebrigens mufs bemerkt werden, dafs, weil die alternirenden Ströme wegen der Strömung des Wassers eine verschiedene Stärke erhalten, die Polarisation nicht ganz aufgehoben, sondern der stärkere Strom durch dieselbe etwas geschwächt wird. Diese Umstände müssen eine Verminderung des Ausschlages verursachen. Dessen ungeachtet waren die erhaltenen Ausschläge vollkommen deutlich und regelmäfsig. Um gröfsere Ausschläge zu erhalten, wurde ein gewöhnliches, von Rühmkorff verfertigtes, Galvanometer, dessen Nadelsystem sehr astatisch war, mit Spiegelablesung versehen. Auf diese Weise wurde ein Instrument, das empfindlicher als der Magnetometer war, erhalten; aber dieses war zugleich mit dem Uebelstande behaftet, dafs die Gleichgewichtslage der Magnetnadel von den Variationen in der Lage des erdmagnetischen Declinationsplanums abhängig war. Die Ausschläge wurden nun bedeutend gröfser und stimmten übrigens mit denen mit dem Magnetometer erhaltenen vollkommen überein.

Die zwei von einander unabhängigen Untersuchungsmethoden haben also zu demselben, von der Theorie vorausgesagten Resultate geführt, *nämlich dafs der galvanische Leitungswiderstand sich vermindert, wenn der Leiter und der Strom sich in derselben Richtung bewegen, dagegen aber vergröfsert wird, wenn die Richtungen entgegengesetzt sind.*

Schliefslich will ich noch erwähnen, dafs ich auch versucht habe, eine gesättigte Kupfervitriollösung mit Kupferpolen und eine Zinkvitriollösung mit amalgamirten Zinkpolen für diese Untersuchung anzuwenden. Diese Flüssigkeiten waren aber ganz unanwendbar, weil es mir nie gelang die Polplatten in galvanischer Hinsicht so gleich zu machen, dafs nicht beim Eintauchen der Polplatten in die Flüssigkeit ein kleiner Strom entstand, der sich sogleich

veränderte, sobald die Flüssigkeit in Bewegung kam. Wovon dieses herrührte, weifs ich nicht zu sagen. Es ist zu bemerken, dafs die Zinkvitriollösung ziemlich eisenhaltig war.

V. *Experimentelle Untersuchung über Elektromaschinen mit Ebonitscheiben; von Dr. L. Bleekrode.*

Schon seit mehr als einem Jahre habe ich mich mit der Anordnung einer Influenzmaschine nach dem Holtz'schen Princip beschäftigt, bei welcher als Material für die Scheiben Horngummi oder Ebonit statt Glas benutzt ist. Diese Construction hat mir viele Vortheile und manche interessante Thatsache gewährt, die ich hier veröffentlichen will. Die Holtz'sche Influenzmaschine ist aber schon in so vielfacher Weise abgeändert worden, dafs es nicht ohne Interesse scheinen dürfte, hier eine kürzere Uebersicht ihrer Transformationen zu geben, wobei ich noch bemerke, dafs ich mich der Poggendorff'schen Benennung „Elektromaschine" bedienen werde.

§. I. Geschichtliches.

Es werden jetzt zehn Jahre seyn, seit die Holtz'sche Maschine als physikalischer Apparat bekannt wurde; sie wurde nämlich im April 1865 der Berliner Akademie vorgezeigt und bald darauf in diesen Annalen von dem Verfasser beschrieben.

Zwei Glasscheiben, eine feste und eine bewegliche, waren dicht neben einander aufgestellt, und letztere um eine horizontale Axe drehbar. Die feste Scheibe hatte zwei Ausschnitte und daneben Papierbelege, welche mit

spitzen Fortsätzen in diese hineinragten. Ferner standen zwei Einsauger und Conductoren gegenüber diesen Belegen und vor der drehbaren Scheibe. Der Apparat wurde erregt indem man diese Conductoren verband, einem der Belege eine gewisse Quantität Elektricität mittheilte, und sogleich die bewegliche Scheibe in Bewegung setzte. Die rotirende Glasscheibe dieser Maschine hatte einen Durchmesser von 40 Centimeter; die Funkenlänge zwischen kugelförmigen Elektroden von 2 Ctm. Durchmesser war im günstigsten Falle 8 bis 10 Ctm. Um den Uebelstand zu vermeiden, dafs bei zu grofsem Abstand zwischen den Conductoren die Belege sich mit entgegengesetzten Elektricitäten lüden, war ein dritter, sogenannter überzähliger Conductor angebracht, welcher vertical vor der rotirenden Scheibe aufgestellt war. Uebrigens war die Construction noch sehr umständlich, besonders die Unterstützung der Scheiben und die Schnurbewegung.

Im folgenden Jahre veröffentlichte Holtz einige Abänderungen, welche indessen die Maschine nicht wesentlich umgestalteten, nur die Ausschnitte in der Scheibe reichten nicht mehr bis zum Rande, sondern hatten die jetzige Gestalt. Die Maschine mit Scheiben von 33 Ctm. Durchmesser gab mit Anwendung von zwei Belegen Funken von $8\frac{1}{2}$ Ctm.

Zu gleicher Zeit machte Töpler eine Influenzelektrisirmaschine bekannt, welche dieselben Principien als Holtz benutzte, also Influenz und Condensation; aber hier war es eine feste Metallplatte, welche inducirend auf eine rotirende Glasscheibe wirkte; diese Glasscheibe hatte zwei von einander getrennte Belege, welche zwei Segmente bildeten und abwechselnd der festen Metallplatte gegenüber kamen. Auf derselben Axe waren mehre solcher Systeme angebracht, welche sich gegenseitig immer stärker luden. Der Verf., als derselbe eine Reihe vergleichender Versuche mit beiden Maschinen anstellte, fand die Spannungseffecte der Holtz'schen Maschine viel beträchtlicher und eine sehr vollkommene Isolation noth-

wendig; hinsichtlich der Erregung war die Maschine mit Metallplatten und metallisch belegten rotirenden Scheiben (Töpler's System) viel empfindlicher, und sie konnte sich sogar schon von selbst laden. So war es äufserst schwierig, wenn sie sich einmal in Thätigkeit befand, sie ganz zu entladen, und sie erholte sich nach tagelanger Ruhe meist wieder in einigen Secunden zur vollen Thätigkeit, ohne dafs man dieselben von Neuem zu laden brauchte[1]). Auch schien die Luftfeuchtigkeit keinen bemerkbaren Einfluſs auf ihre Leistung zu haben. Aber wegen der Trennung der Sectoren auf den beweglichen Scheiben waren die Ströme discontinuirlich und ihre Schlagweite begränzt.

Auch eine gröfsere Maschine, welche Töpler im Jahre 1867 construirte und wobei 8 rotirende und zwei ruhende Scheiben auf einer Axe standen, hatte die Fähigkeit ohne Elektrisirung sich unfehlbar von selbst zu laden Er schreibt die Selbstladung den minimen Differenzen des elektrischen Zustandes zu, welchen isolirte Leiter wahrscheinlich stets besitzen. Der Durchmesser der Scheiben war 32 Ctm., die Schlagweite 6 bis 9 Ctm.

Eine andere Form der Elektromaschine wurde von Bertsch i. J. 1866 erfunden, indem er die rotirende Scheibe und die zwei mit Spitzen versehenen Conductoren beibehielt, aber statt der festen Scheibe mit ihren Belegungen eine oder mehrere isolirende Platten von Horngummi benutzte, welche von vorn herein durch Reiben elektrisirt worden, und parallel der Scheibe angebracht waren. Man hat hier aber nicht das Holtz'sche Princip der Condensation, wodurch gewissermafsen die Folge auf die Ursache zurückwirkt und ein Maximum der Ladung hervorruft; die Maschine bildet eigentlich nur einen Elektrophor mit continuirlicher Wirkung. Die mechanischen und Wärmewirkungen sind bedeutend; mit einer Scheibe von 50 Ctm. wurden Funken erhalten von 10 bis 15 Ctm. Länge und Geifsler'sche Röhren von mehr als zwei Meter erleuchtet.

1) Pogg. Ann. Bd. 127, S. 196 und Bd. 130, S. 521.

Riche hatte schon früher einen analogen Apparat angefertigt, indessen trockenes Papier als isolirendes Material angewandt.

Das Jahr 1867 brachte keine wichtige Aenderung in die einfache Holtz'sche Maschine, oder die Elektromaschine erster Art, wie sie jetzt genannt wird. Dagegen hatte Holtz noch eine Construction ausführen lassen, wobei zwei parallele Glasscheiben in der Entfernung eines Millimeters von einander um dieselbe verticale Axe rotiren, und zwar in entgegengesetzter Richtung. Im Abstande der Quadranten stehen vier oder fünf Metallkämme, wovon einer benutzt wird, die Maschine mit einer elektrisirten Kautschukplatte zu laden. Indessen gewährte diese Einrichtung, nach der Aussage des Verfassers, keine besonderen Vortheile für den praktischen Gebrauch, eben weil die Scheiben bald ihre Ladung verloren. Mit Scheiben von 11 Ctm. Durchmesser wurden Funken von 2 Ctm. erhalten; es ist diese Maschine, welche später als Elektromaschine zweiter Art bezeichnet wurde.

Interessant ist die Construction, welche im Jahre 1868 von Kundt ausgeführt wurde, indem er die gewöhnliche Reibungselektrisirmaschine auf die einfachste Weise in eine Influenzmaschine verwandelte, dadurch, dafs er die Glasscheibe nur auf der einen Seite von einem Kissen mit Amalgam reiben liefs, und an der nicht geriebenen Seite zwei einsaugende Spitzenkämme mit verschiebbaren Elektroden anbrachte; der eine steht dem Reibzeug gegenüber, der andere ist um 180° davon entfernt. Die Glasscheibe ward in möglichst schnelle Rotation gesetzt, das Kissen mufste nur sanft drücken. Auf diese Weise hatte man eine Combination der Holtz'schen mit der Bertsch'schen Maschine (wie der Verf. schon richtig erkannte), denn statt der influencirenden Kautschukplatte war hier ein solirtes reibendes Kissen. Die Versuche ergaben mit einer Glasscheibe von 56 Ctm. Durchmesser einen continuirlichen Funkenstrom von 3 bis 5 Ctm. zwischen den Con-

ductoren, und mit einer Poggendorff'schen Doppelflasche kräftige Funken von 11 bis 15 Ctm.

Die Maschine konnte, sobald kein Funkenstrom mehr zwischen den Conductoren vorhanden war, ihre Ladung nie ganz verlieren, wenngleich die Spannung alsdann erheblich sank. Uebrigens meint Kundt, dafs sie im Spannungseffecte der besten Holtz'schen Maschine kaum etwas nachgebe. Dieses ist jedoch nicht der Fall, wenn man die Funkenlänge vergleicht mit dem Durchmesser, welche nach Holtz's Angabe dem Radius der rotirenden Scheibe ziemlich nahe gleich ist, wie es bei den neueren Constructionen auch öfters bestätigt wird.

Carré scheint dieses besser erreicht zu haben, als er die Bertsch'sche Maschine abänderte und statt der influencirenden einmal geriebenen Platten neben der rotirenden Scheibe, eine kleinere Scheibe einer Reibungselektrisirmaschine aufstellte, welche drei Viertel der ersten Scheibe bedeckte und durch ein Reibkissen constant elektrisch erhalten wurde. Diese Scheibe wirkte dann inducirend auf die grofse Scheibe ein, und mit einem Apparat, woran die inducirende Scheibe 38 Ctm. Durchmesser und die inducirte Scheibe 49 Ctm. Durchmesser hatte, wurde eine Funkenlänge von 15 bis 18 Ctm. erhalten. Als Material wendete er Horngummi an, dafs sich sehr gut verhielt gegen die atmosphärische Feuchtigkeit.

Im Jahre 1869 wurde von Prof. Poggendorff eine neue Einrichtung der Elektromaschine beschrieben, welche Holtz ausgedacht hatte, aber durch Krankheit verhindert war, bekannt zu machen. Die Maschine war jetzt in möglichst einfacher Construction dargestellt; gleich wie die erste hatte sie eine feste und eine etwas kleinere rotirende Scheibe. Die feste Scheibe hatte nur vier Stützpunkte, unten in einer Nuthe, an beiden Seiten durch Schrauben von Horngummi an den Elektrodenträgern, und an einem horizontalen Arm der Holzsäule, welche die Axe von Horngummi der rotirenden Scheibe trug. Diese Axe war einseitig und ward hinreichend getragen durch einen festen

centralen Kern von Stahl. Eine sehr wichtige Vorrichtung, welche hier angebracht wurde, war der sogenannte schräge oder diametrale Conductor, welcher zur Wirksamkeit der Maschine so viel beiträgt[1]). Er hatte zwei Spitzenreihen oder Kämme, und war mittelst eines Stiftes mit der Axe verbunden, in der Art, dafs er verstellbar war, und gewöhnlich, wenn die Maschine in Wirkung war, einen Winkel von 30° bis 45° mit der Verticalen bildete. Die Papierbelege erstreckten sich bis 90° und waren also quadrantal. Hierdurch wurde erreicht, dafs die Stromumkehrungen verhütet wurden, und dafs die Maschine sich leichter erregen liefs, schon ohne zusammengeschobene Elektroden. Bei der früheren Construction diente ein dritter verticaler Kamm, mit einem der Elektroden verbunden (der überzählige Conductor), zu diesem Zweck. Man darf wohl behaupten, dafs die Einrichtung dieser Maschine die zweckmäfsige ist; sie läfst sich sehr bequem aus einander nehmen und hat bis jetzt keine wesentliche Verbesserung erfahren.

Hinsichtlich der Leistung wird mitgetheilt, dafs die Funkenlänge mit Condensatoren aus dickem Glase dem Radius der Scheibe (wie oben schon bemerkt) gleich ist.

In derselben Abhandlung wird auch eine andere Construction der Elektromaschine zweiter Art mitgetheilt; die Scheiben sind in verticaler Richtung beweglich und eine jede derselben hat einen schrägen verstellbaren Conductor. Mit Scheiben von 42 Ctm. im Durchmesser lieferte die Maschine mit Hülfe der Flasche Funken von 17 Ctm.

Eine wesentlich neue Einrichtung, mit Anwendung des Holtz'schen Princips, wurde im Jahre 1869 von einem meiner Landsleute, Dr. P. Kaiser, an der Leydner Stern-

1) Prof. Poggendorff bemerkt hierzu, dafs er schon im Jahre 1866 diesen Conductor an seiner Maschine angebracht habe, allein er war nicht beweglich und bildete einen festen Winkel von 45°; auch die Papierbelege waren nicht bis hinter ihm ausgedehnt, dagegen die Vorrichtung getroffen, dafs die leitende Verbindung zwischen seinen beiden Kämmen aufgehoben werden konnte.

warte bekannt gemacht[1]). Sie verdient desto mehr Erwähnung, als sie die erste Doppel-Elektromaschine war, welche später, im Jahre 1870, in anderer Form jedoch und unabhängig von dieser, durch Prof. Poggendorff zusammengesetzt ward. Ich werde die Kaiser'sche Influenzmaschine hier nur kurz beschreiben, da ich selber die nämliche Einrichtung, wenngleich auf vereinfachte Weise, bei meiner weiter zu beschreibenden Elektrodoppelmaschine benutzt habe.

Die Maschine besteht aus zwei rotirenden Scheiben von Glas, und dazwischen befindet sich, diesen parallel, eine feste Scheibe, die nur um wenige Millimeter von beiden entfernt ist. Die beweglichen Scheiben sind auf derselben horizontalen Axe befestigt und rotiren in gleicher Richtung; die feste Scheibe hat zwei Ausschnitte und an beiden Seiten sind neben diesen Papierbelege angebracht, welche mit Cartonspitzen darin hervorragen. Gerade durch diese doppelten Belege ist die Maschine zu einer Doppelmaschine geworden, welche eigentlich aus zwei Elektromaschinen erster Art besteht. Daher sind vier Elektrodenkämme nothwendig, zwei für jede rotirende Scheibe, und beide negative Kämme so wie die beiden positiven sind mit einander verbunden, man braucht also nur zwei verschiebbare Conductoren, die in Kugeln enden. Uebrigens wird sie auf die bekannte Weise vermittelst einer geriebenen Ebonitplatte erregt. Damit über die verdoppelte Wirkung in quantitativer Beziehung kein Zweifel übrig bleibe, hat Dr. Kaiser mittelst eines Weber'schen Galvanometers seine Maschine mit einer Elektromaschine erster Art (von Rühmkorff angefertigt) verglichen. So konnte er aus vielen Versuchen das Verhältnifs der Elektricitätsmengen beider Maschinen ausdrücken durch die Zahlen 2,75 : 1, indem die Oberfläche der rotirenden

1) Diese Einrichtung ist von dem Verfasser nur ausführlich beschrieben in *Les Mondes* 1869, *t. XX, p.* 665. In diesen Annalen ist nichts darüber veröffentlicht, daher sie vielleicht in Deutschland nicht bekannt geworden ist.

Scheibe des Rühmkorff'schen Apparates zu der gesammten Oberfläche der beiden Scheiben seiner Maschine sich verhält wie 2,49 : 1. Mit Condensatoren konnte erstere (mit einer rotirenden Scheibe von 50 Ctm.) nur Funken von 14 Ctm. geben, und diejenige (mit zwei rotirenden Scheiben mit einem Durchmesser von 26 Ctm.) eine Funkenlänge von 12 Ctm.

Schliefslich hat er noch die durch seine Maschine mit zwei rotirenden Scheiben gelieferte Elektricitäsmenge, verglichen mit der Menge, wenn nur eine rotirende Scheibe anwesend war und nur zwei Elektrodenkämme; so fand er das Verhältnifs 2,12 : 1 aus zwölf Beobachtungen, also sehr nahe eine verdoppelte Wirkung. „Seine Maschine hat eine sehr energische Thätigkeit in einem sehr beschränkten Raume und läfst sich leicht erregen; ich mufs hierbei bemerken, dafs sie keinen diametralen Conductor gebraucht. Läfst man, indem die Elektroden aus einander stehen, die Ladung eines Elektrophordeckels durch einen der Conductoren auf die bewegliche Scheibe ausströmen, so kommt die Maschine unmittelbar in Wirkung.

Man darf mit Gewifsheit behaupten, dafs von allen Physikern Prof. Poggendorff sich wohl am meisten beschäftigt hat, den Leistungen und der Theorie der Elektromaschine in ihren verschiedenen Formen nachzuforschen und er hat dabei manche interessante Thatsache aufgefunden. Zu den merkwürdigsten gehört ohne Zweifel die, welche er entdeckte bei der Verbindung von zwei Elektromaschinen erster Art und dieses führte ihn im Jahre 1870 zur Construction einer Doppelmaschine, welche jedoch anders eingerichtet ist als die eben beschriebene. Ich entnehme seiner Abhandlung das Folgende[1]):

Wenn zwei einfache Maschinen, sobald sie mit diametralen Conductoren und Papierbelegen armirt sind, verbunden werden, so liefern sie Ströme von entgegengesetzter Richtung, die, wenn man zwischen den Verbindungs-

1) Die ausführliche Beschreibung findet man in diesen Annalen Bd. 141.

drähten eine Brücke schlägt, dieselbe in gleicher Richtung durchlaufen, folglich sich daselbst addiren.

Demgemäfs sind auf einem Fufsbrett zwei einfache Maschinen erster Art mit einseitiger Axe und diametralen Conductoren parallel neben einander aufgestellt, solchergestalt, dafs die rotirenden Scheiben nach innen liegen. In der Mitte des Abstandes zwischen beiden Maschinen erheben sich zwei starke Ebonitsäulen, welche die Elektroden tragen. Jede dieser Elektroden besteht zunächst aus einem horizontalen Arme, der die elektrische Verbindung beider Maschinen herstellt und gegen die rotirenden Scheiben derselben an beiden Enden in Metallkämmen ausläuft. Von der Mitte dieser Arme gehen messingene Träger senkrecht in die Höhe, oben in Kugeln endigend, deren horizontale Durchbohrungen die verschiebbaren Theile der Elektroden aufnehmen. Jede der Maschinen hat einen besonderen Schnurlauf, aber beide Schnurläufe werden durch eine gemeinsame Kurbel, deren Axe zwei gleich grofse Rollen trägt, in Bewegung gesetzt, die Rotation beider Scheiben geschieht also mit gleicher Geschwindigkeit und mechanisch genommen auch in gleicher Richtung. Gewöhnlich wird eine ruhende Scheibe angewandt mit zwei Ausschnitten und daran sitzenden gezahnten Belegen. Hinsichtlich der Erregung wird angegeben, dafs sie mit grofser Leichtigkeit in Thätigkeit gebracht wird, und durch verschiedene Methoden, z. B. durch eine kleine geladene Flasche, welche ihre Elektricität auf die rotirende Scheibe ausströmen läfst, durch eine geriebene Ebonitplatte oder durch eine zweite Elektromaschine, und man mufs, um die Doppelmaschine schnell zu erregen, die Elektroden auseinander ziehen.

Die Leistungen sind vorzüglich; die Entladungsfunken vermittelst kleiner Flaschen sind zwischen kleinen Kugeln 21,7 Ctm. lang, was den Abstand zwischen den Elektrodenkämmen fast um 1,4 Ctm. übertrifft; die rotirenden Scheiben hatten 43 Ctm. im Durchmesser. Sie giebt diese Funken mit grofser Leichtigkeit und Sicherheit in

ununterbrochener Reihenfolge, indem eine sehr gute Maschine erster Art sie nur äufserst selten und nur für eine Weile giebt. Um das Maximum der Funkenlänge zu erhalten, müssen die diametralen Conductoren bis zu 70° und 75° und mehr geneigt werden. Die Entladungsströme ohne Flaschen erscheinen bei $1\frac{1}{2}$ Ctm. Abstand der Elektroden als ein lichtschwaches violettes Band. Mit kleinen Kugeln erhält man Büschel von 20 Ctm.; gerade durch diese Wirkungen, Bildung von Funken und Büscheln, übertrifft sie die älteren Elektromaschinen erster Art. Es sind bis jetzt keine wichtigen Aenderungen mehr in der Anfertigung der Elektromaschinen erster Art oder Doppelmaschinen bekannt geworden. Leyser hat im Jahre 1873 noch eine Construction angegeben, wobei die feststehende Scheibe nicht durchbrochen ist, sondern nur aus einer viereckigen Glastafel mit zwei Stanniolbelegen besteht, welche sich in quadrantalem Abstand der Elektrodenkämme befinden, und mit Silberpapierspitzen über die Tafel hinreichen. Holtz soll diese Einrichtung schon früher angewandt, aber weil sie ihm nicht genügte, wieder verworfen haben[1]).

Die Elektromaschine zweiter Art wurde im Jahre 1872 besonders verbessert von Musaeus, erstens weil er ein isolirtes Reibkissen anlegte, das zusammengestellt war aus einem Kammmassestück und Seide, bestrichen mit gewöhnlichem Amalgam; bei Rotation der Scheiben ward die Maschine mit Leichtigkeit erregt und das Kissen brauchte nicht beständig zu drücken; es war sogar zweckmäfsig, es nach der Erregung zu entfernen. Zweitens stellte er auch gegenüber der Hinterscheibe zwei Elektrodenkämme auf, welche mit denen an der Vorderscheibe durch herumgreifende Metallbügel leitend verbunden waren; die Maschine hatte im Ganzen jetzt acht Metallkämme, vier neben jeder Scheibe. Dadurch konnte sie die doppelte Elektricitätsmenge erzeugen; wenn die beiden diametralen Conductoren (die hier durchaus nothwendig sind, um die Maschine in

1) Pogg. Ann. Bd. 149, S. 590.

Thätigkeit zu erhalten) Winkel von 40 bis 45 Grad mit einander bildeten, so konnten die längsten Funken entstehen; mit zwei Scheiben von einem Durchmesser von 27 Ctm. und mit Anwendung der Condensatoren wurden (zwischen Kugeln von 1 Ctm.) 10 bis 14 Centimeter lange Funken hervorgebracht. Einige neue Abänderungen sind noch später von Musaeus beschrieben worden, wobei zwar nicht die intensive Leistung, wohl aber die Quantität der Elektricität sehr erhöht wird. Dieses erreicht man durch eine besondere Einrichtung der horizontalen Elektroden; man hat aber dabei den Uebelstand, dafs, sobald man diese über ein gewisses Maximum auseinander zieht, die Maschine ihre Thätigkeit verliert, und auch die Schlagweite ist nicht grofs[1]); die quantitative Leistung ist jedoch, nach Angabe des Verfassers, auf das Vierfache einer gewöhnlichen Maschine zu schätzen.

§. II. Die Elektromaschine erster Art mit Ebonitscheiben.

Die Elektromaschine erster Art, welche ich jetzt beschreiben werde, hat hauptsächlich dieselbe Construction, welche von Borchardt gewöhnlich ausgeführt wird und in diesen Annalen (1869, Bd. 136 S. 171) mit Zeichnungen mitgetheilt ist; es wird hier also zur Erläuterung die Abbildung in Horizontalprojection genügen.

Beschreibung der Maschine. Auf einem Fufsbrett ist der hölzerne Träger *a* (Fig. 3, Taf. I) aufgestellt und trägt eine stählerne Axe, auf der ein Cylinder von Horngummi (Ebonit) sich leicht bewegt. Dieser hat einerseits eine Rinne *b* zur Aufnahme der Schnur, mit der die Maschine auf die gewöhnliche Manier getrieben wird, und andererseits eine Verbreiterung mit Schraubengang nebst Schraubenmutter, mit der die bewegliche Scheibe *c* auf der Axe festgeklemmt wird. Die feste Scheibe *d* hat in der Mitte eine grofse Oeffnung, durch die die Axe hindurchgeht, ohne also ihr Bewegung mitzutheilen; sie hat übrigens

1) Mit Scheiben von 37 Ctm. Durchmesser bekam er Funken von höchstens 2½ Ctm. zwischen Kugeln von 15 Millimetern.

vier Stützpunkte, zwei an den Elektrodenträgern *M* und *N* vermittelst Klemmschrauben, einen oben durch einen Querarm des hölzernen Trägers und noch einen in einer Nuthe im Fufsbrett. Die Scheibe hat weiter zwei Querschnitte mit angrenzenden Papierbelegen (welche sich fast über einen Quadranten ausdehnen) und mit darin zur Hälfte hervorragenden Cartonspitzen; ich habe es vortheilhaft gefunden, diese Spitzen mit Stanniol an beiden Seiten zu belegen.

Die Elektrodenträger sind von Ebonit und stehen mit einem keilförmigen Stifte im Fufsbrett, sie lassen sich also leicht herausnehmen oder darin festdrücken; die Elektroden *e* und *f* sind in gewöhnlicher Art beweglich, und in *g* ist der diametrale Conductor an der Axe befestigt.

Bemerkungen über das Material. Die Eigenthümlichkeit meiner Maschine besteht in den Scheiben, welche von Kammmasse oder Horngummi (Ebonit) verfertigt sind und wie aus den Uebersichten §. I deutlich ist, hat man bis jetzt keine eigentliche Elektromaschine nach dem Holtz'schen Princip aus diesem Material dargestellt, obgleich es häufig zur Erregung derselben angewandt wird.

Es gewährt als Substanz für die Scheiben manche Vortheile, welche Glas nur selten zu bieten im Stande ist, nämlich die viel höhere Thätigkeit zur Elektricitätsentwickelung, die sehr viel leichtere Erregung und die weit geringeren hygroskopischen Eigenschaften (was besonders in Holland, wo das feuchte Klima der Holtz'schen Maschine meistens nur eine schwache Wirksamkeit erlaubt, von grofser Wichtigkeit ist), schliefslich die Wohlfeilheit des Materials vorzüglich in Beziehung zu dessen Bearbeitung, wenn es sich darum handelt, die Ausschnitte in der ruhenden Scheibe anzubringen.

Ich weifs wohl, dafs gegenüber allen diesen günstigen Verhältnissen eingewandt werden kann, dafs das Horngummi (wie den Physikern wohl bekannt ist) öfter seine Zusammenstellung allmählig ändert und seine isolirenden Eigenschaften verlieren kann, besonders wenn es dem Sonnen-

licht und der Wirkung des Ozons ausgesetzt ist[1]). Allein man sollte bedenken, dafs manchmal das Horngummi sehr nachlässig dargestellt wird und zur Anfertigung davon auch wohl Abfälle von Guttaperchawaaren, alten Röhren usw. angewandt werden. Wenn künftig das Ebonit als Material für Scheiben der Elektromaschinen mehr Anwendung finden wird, darf man wohl erwarten, dafs die Fabrikanten für diesen Zweck mehr Sorgfalt bei der Verfertigung verwenden werden. Jedenfalls habe ich seit fast zwei Jahren dieselben Scheiben benutzt und habe, wenn eine Verringerung der Leistung sich zeigte, diese immer bald beseitigt (wie Wright angegeben hat) durch das Abreiben des Horngummi mit auf Gemsleder gestreuter kohlensaurer Magnesia, und mir ist auch die Wirkung des Petroleums sehr gut vorgekommen, um die elektrischen Eigenschaften der Oberfläche leicht wieder herzustellen, wenn man diese mit weichem Tuch etwas damit befeuchtet und abreibt; an sehr feuchten Tagen stelle ich die Scheiben neben ein sehr gelindes Kohlenfeuer[2]).

Mit der Hand schwach gerieben, geben sie zahlreiche Funken, und öfter ist mir vorgekommen, wenn sie dann in die Maschine eingesetzt wurden, dafs diese ohne weiteres Verfahren sich erregt zeigte. Diese Vorkehrungen sind um so leichter auszuführen, wegen der einfachen Construction der Maschine und der Unzerbrechlichkeit ihrer Theile.

Erregungsweise der Maschine. Die Maschine mit Ebonitscheiben hat die merkwürdige Eigenschaft, dafs, obgleich sie sich wenigstens ebenso kräftig zeigt in ihren

1) Wright in Pogg. Ann. Bd. 146, S. 626. Es ist mir selber vorgekommen, dafs von den beiden Elektrodenträgern der Elektromaschine, der eine an der Oberfläche gelb geworden war, der andere die schwarze Farbe behalten hatte und gut isolirte. Der erstere jedoch war leitend geworden, wurde bald aber ein gleich guter Isolator als vorher, dadurch, dafs ich die Oberfläche abschaben und auf's Neue poliren liefs.

2) Ich habe ein sehr gutes Material von Ott und Immelen zu Schaffhausen bekommen.

Leistungen, als die mit Glasscheiben, sie niemals zur Wirksamkeit kommt ohne den diametralen Conductor. Dieser ist durchaus nothwendig, so dafs, wenn sie einmal wirksam ist und kräftige Funken zwischen den Elektroden entwickelt, alle Elektricität sofort verschwindet, sobald dieser Conductor entfernt wird; dabei zeigt sich keine Spur von Elektricität im Dunkeln, die Scheiben scheinen ihre ganze Ladung verloren zu haben; dennoch gelangt die Maschine sogleich wieder zur vollen Thätigkeit, so wie der diametrale Conductor wieder in der Nähe, schon bei einem Abstande von 3 bis 4 Ctm. den Belegen gegenüber und vor der beweglichen Scheibe, mit der Hand gehalten wird. Die Maschine ist also wirklich nicht entladen. Auch wenn sie zufällig keinen Funkenstrom mehr erzeugt, genügt meistens bei fortgesetzter Drehung eine hin- und zurückschreitende Bewegung des diametralen Conductors, um dieselbe wieder zu erregen. Die Erregung der Maschine wird sehr leicht bewerkstelligt, wenn man eine mit der Hand geriebene Ebonitplatte, zwischen den Scheiben, den oberen Spitzen des Conductors gegenüber, einige Augenblicke ruhig hält; diese läfst alsdann sogleich eine grofse Menge Elektricität auf die rotirenden Scheiben ausströmen und bald entsteht ein kräftiger Funkenstrom zwischen den Elektroden. Eine sehr schwach geriebene Platte genügt auf diese Weise zur Ladung und führt meistens viel schneller zum Zweck, als die Elektrisirung der Belege der ruhenden Scheibe. Ich mufs hierbei noch bemerken, dafs die Elektroden nicht in Berührung mit einander seyn dürfen, sonst gelingt die Erregung nicht; sie können in beliebiger Entfernung auseinander stehen.

Ich habe auch die Erregung versucht vermittelst geladener Flaschen, welche den Elektroden angesetzt wurden und dabei auch die von Prof. Poggendorff[1]) entdeckte anomale Ladung bemerkt; die negativ geladene Flasche sendet positive Elektricität gegen die rotirenden

1) Pogg. Ann. Bd. 141, S. 172.

Scheiben; die andere verhält sich umgekehrt und die Maschine wird sofort zur vollen Thätigkeit gebracht.

Leistungen der Maschine. Ich habe in meiner Elektromaschine erster Art Scheiben von dem gröfsten bis jetzt angewandten Durchmesser; von der ruhenden Scheibe ist er 58, von der rotirenden 55 Ctm.[1]) Als Condensatoren der Elektricität dienen kleine Flaschen, deren Belegung ein Quadratdecimeter beträgt. Ohne dieselben entsteht, wenn die negative Elektrode in einer sphäroïdartigen Platte von 9 Ctm. Durchmesser endet, und die positive eine Kugel von einem Durchmesser von 2 Ctm. trägt, ein continuirlicher Funkenstrom von 5 Ctm. Man bemerkt dabei eine Menge violetter Lichtstreifen, zwischen welchen die eigentlichen, geschlängelten Funken überspringen und beide Elektroden verbinden. Sind Platte und Kugel mit einander verwechselt, also letztere an der negativen Elektrode, so ist die Funkenlänge nur $3\frac{1}{2}$ Ctm. Die Büschel werden am schönsten erhalten, wenn die Platte an der negativen Elektrode ist; sie bestehen aus einem violettfarbigen Stiele von 2 bis 3 Ctm. und zarten violetten Lichtfäden, welche noch in einer Entfernung von 12 bis 17 Ctm. von der positiven Elektrodenkugel gegen die negative Scheibe ausströmen und sich mit ihrer Elektricität vereinigen.

Werden die Condensatoren mit den Elektroden verbunden, so entstehen kräftige hellleuchtende Funken, deren gröfste Schlagweite unter günstigen Umständen (die negative Elektrode trägt dann das Sphäroïd) 25 bis 26 Centimeter erreicht. Bei gewöhnlicher Temperatur, ohne jede Erwärmung, giebt sie Funken von 17 bis 22 Ctm. und selbst in einer sehr feuchten Atmosphäre hat sie nie ihre Wirksamkeit versagt, und doch noch eine Schlagweite

1) Die Dicke der Scheiben ist $1\frac{1}{2}$ Millimeter. Ich möchte jedoch bei diesen und gröfseren Dimensionen eher $2\frac{1}{2}$ und 3 Millimeter empfehlen, da die ruhende Scheibe nicht ganz eben bleibt. Indessen wird diesem Uebel leicht abgeholfen, wenn die Scheiben aus der Maschine genommen und in horizontaler Lage aufbewahrt werden. Sie sind dann auch der Einwirkung des Lichts entzogen.

von mindestens 10 Ctm. beibehalten. Grofse Leydener Flaschen, deren belegte Oberfläche 14 Quadratdecimeter beträgt, wurden in einer Minute geladen, und entluden sich mit einem explosionsartigem Funken schon in einer Entfernung der Kugeln von 12 Ctm. Selbstverständlich können damit ohne weitere Vorrichtung die gewöhnlichen Entladungserscheinungen gezeigt werden; Geifsler'sche Röhren leuchten noch im Tageslicht.

Besonders im Dunkeln gewähren die Scheiben einen interessanten Anblick, wenn die Elektroden so weit als möglich von einander gezogen sind, also keine Entladung mehr stattfindet. Man bemerkt erst dann, welch grofse Menge Elektricität entwickelt wird, indem von den negativen Kämmen des schrägen Conductors und der negativen Elektrode lange violette Funkenstrahlen auf die rotirende Scheibe ausströmen und damit fast einen halben Quadranten (dem negativen Beleg gegenüber) bedecken; dagegen zeigen die positiven Kämme kleine leuchtende Punkte an ihren Spitzen und die angehäufte positive Elektricität schiefst in langen Garben von dem positiven Belege in allen Richtungen über die ruhende Scheibe hin, gleich wie, aber nicht so ausgeprägt, die negative Elektricität, aus der Basis des negativen Beleges auf der Scheibe sich ausbreitet. Dabei wechselt fortwährend die Polarität der Belege und dem entsprechend die der Elektroden.

Man darf also behaupten, dafs die Ebonit-Elektromaschine (wie ich sie nennen möchte) den besten Glaselektromaschinen zur Seite tritt. Sie hat eine gewisse Hartnäckigkeit ihre Ladung zu behalten, in so hohem Grade, dafs es mir manchmal vorgekommen ist, nach einem Zeitverlauf von vier Wochen sie noch im elektrischen Zustande zu finden, so dafs die Bewegung der Scheibe sofort den Funkenstrom hervorbrachte. Ja es ist mir öfter bei Versuchen über die Wirkung der Maschine sehr schwer gewesen, sie vollkommen zu entladen; eine Spur zurückgebliebener Elektricität reichte hin, um bald wieder die Erregung zu Stande zu bringen; das Zusammenschieben

der Elektroden bis zur Berührung und einige Drehungen zurück machten noch am besten die Maschine wirkungslos.

Der diametrale Conductor wirkt bei dieser Maschine am meisten vortheilhaft, wenn die ruhende Scheibe so gestellt ist, dafs die Elektrodenkämme der Mitte ihrer Oeffnungen ziemlich nahe gegenüberstehen und die Conductorkämme am Anfange der Belege; er bildet dann einen Winkel von 75° mit der Horizontalen. Ich habe hierbei bemerkt, dafs wenn man den Conductor, bei fortdauernder Rotation der Maschine, aus dieser Stellung versetzt, rückwärts bewegt und schnell wieder vorwärts führt, die Polarität der Elektroden unfehlbar umgekehrt wird[1]), dieses ist sogar der bequemste Weg, den man bei Versuchen anwenden kann.

§. III. Die Doppel-Elektromaschine mit Ebonitscheiben.

Beschreibung der Maschine. Die Doppelelektromaschine, welche ich habe anfertigen lassen, ist nach dem Princip der sub §. I beschriebenen Kaiser'schen Influenzmaschine gebildet und wie ich schon da bemerkte, verdankt sie ihre Entstehung der Beobachtung des Dr. Kaiser, dafs die gewöhnlichen Elektromaschinen erster Art, also mit nur einer rotirenden Scheibe, gewissermafsen halbe Maschinen sind, deren Wirkung verdoppelt wird (zum wenigsten quantitativ), wenn die ruhende Scheibe an beiden Seiten Belege erlangt. Und dadurch ist es möglich, sie aus der Elektromaschine erster Art entstehen zu lassen. Ich habe deshalb die Construction noch weiter vereinfacht dadurch, dafs ich auch hier die Borchardt'sche Einrichtung benutzte, und so glaube ich die einfachste Doppelmaschine dargestellt zu haben. Und da die Borchardt'schen Maschinen jetzt den meisten Physikern zu Händen sind, wird zur Erläuterung der Beschreibung auch hier eine Horizontalprojection ausreichen.

1) Prof. Poggendorff hat dieses auch schon beobachtet (Ann. Bd. 151, S. 169), aber bei Glasscheiben scheint diese Aenderung der Stellung einige Zeit fortdauern zu müssen.

Das Fuſsbrett trägt die Holzsäule *b* (Fig. 4 Taf. I), in welcher die Ebonitaxe auf gewöhnliche Weise befestigt ist und hat die übliche Schnurvorrichtung *c*. Auf die Axe ist weiter die drehende Ebonitscheibe *m* aufgesetzt, dann ein kleiner Ebonitring *l*, um eine geringe Entfernung (4 bis 6^{mm}) zwischen den zwei rotirenden Scheiben zu bewahren; die ruhende Scheibe *n* hat eine groſse Oeffnung im Centrum, womit sie über dem Ring steht. Sie wird am Fuſsbrett in einer Nuthe und auch von den Elektrodenträgern festgehalten. Weiter hat sie zwei Ausschnitte und vier Belege, an jeder Seite zwei, welche alle eine Cartonspitze haben, die in den Querschnitt hineinragt und mit Goldpapier beklebt ist. Die zweite rotirende Scheibe *s* (also die äuſsere) wird mit der Schraubenmutter *h* fest gegen den Ring *l* angedrückt, und so sind beide rotirende Scheiben zusammen unbeweglich mit der Axe verbunden und drehen sich zu gleicher Zeit und in gleicher Richtung.

In *k* und *g* sind Ebonitsäulen, welche die Elektroden und ihre Kämme tragen, diese sind paarweise an jeder Säule in Contact (also die gleichnamigen); die Säulen können leicht aus der keilförmigen Vertiefung herausgezogen oder darin festgedrückt werden. Sowie ein Paar Elektrodenkämme hat auch jede rotirende Scheibe ihren diametralen Conductor (*p* und *q*), der vordere ist unmittelbar in die Axe durch eine Spitze eingesetzt, der hintere konnte jedoch in dieser Weise nicht angebracht werden. Er besteht aus zwei Theilen, welche an einer Ebonitzunge befestigt sind, die sich auf der Axe drehen läſst (Fig. 5, Taf. I); ein Metallbügel verbindet diese Theile und diese Verbindung kann aufgehoben werden, sowie auch bei dem vorderen. Mit den Metallkämmen sind in üblicher Weise die bewegbaren Elektroden *d* und *v* verbunden, ich habe meistens statt Kugeln an der negativen Elektrode ein Sphäroïd benutzt. In *e* und *s* befinden sich messingene Cylinder auf Ebonitstützen[1]), welche mit den Conductoren in Berührung gebracht werden, wenn

1) In der Figur steht neben *e* fälschlich *g* statt *s*.

man die Elektricität nach verschiedenen Apparaten fortleiten muſs.

Erregungsweise der Maschine. Die Doppelmaschine ist ebenso leicht in Wirkung zu bringen, als die beschriebene Ebonitmaschine erster Art. Ich habe die Erregung vermittelst einer geriebenen Ebonitplatte (wenngleich nur mit der Hand gerieben) gewöhnlich hinreichend gefunden, wenn sie nur mit einem der Belege in Contact gebracht wird, oder zwischen den Scheiben hinter einem der diametralen Conductoren gehalten wird; die oberen Kämme sind durch ihre Stellung dazu mehr geeignet als die unteren. Diese Erregungsweise habe ich immer als die bequemste gefunden und wie ich schon bemerkt habe, bei der Maschine erster Art gelingt es auch hier niemals, eine dauernde Erregung zu erhalten, wenn die diametralen Conductoren nicht anwesend oder ihre Kämme nicht verbunden sind, dann müssen noch die Elektrodenkugeln einander nicht berühren. So kommt sie sehr leicht zur Thätigkeit, wenn selbst die Elektroden möglichst weit auseinander stehen, selbstverständlich wird dabei immer die Maschine in schnelle Rotation versetzt. Auf eigenthümliche Weise konnte ich sie auch erregen, wenn ich bloſs die Hand an eine der beweglichen Scheiben anlegte (gewöhnlich die vordere), dann schnell rotiren lieſs (den Spitzen der Belege entgegen) und meistens zeigte sich sogleich ein Funkenstrom zwischen den Elektroden.

Diese Methode ist noch leichter auszuführen als die vorige, da sie jede äuſsere Elektricitätsquelle überflüssig macht.

Ich habe schon erwähnt, daſs Musaeus und Kundt ihre Elektromaschinen mit einem Reibkissen ausgestattet haben, aber dieses war isolirt und wirkte also gewissermaſsen, wenn einmal durch Reibung gegen die Scheiben elektrisch geworden, wie eine geriebene Ebonitplatte. Hier ist es noch einfacher, da die Hand die rotirende Scheibe durch Reibung elektrisch macht und diese wirkt vertheilend auf die Elektricität der Kämme und dadurch erregen

jene die Belege. Vortheilhaft ist es in diesem Falle, die Scheibe und den diametralen Conductor zusammen mit der Hand zu berühren, so dafs also der letztere abgeleitet ist, dann zeigt sich der Funkenstrom noch schneller.

Es wird begreiflich seyn, dafs ein Reibkissen auch hier seinen Dienst nicht versagt; ich habe eins versucht, das aus einem gebogenen Ebonitstreifen mit Seide zusammengesetzt war und beide beweglichen Scheiben umfafste, bald kamen hierdurch die Kämme zur Ausströmung; es ist aber nicht so zweckmäfsig wie die eben beschriebene Methode. Nach der Erregung wird die Hand oder das Reibkissen entfernt.

Schliefslich habe ich die Erregung mit den geladenen Flaschen angewandt, welche ihre Elektricität aus einer anderen Maschine herleiteten, und immer trat eine anomale Erregung ein, wie bei der Elektromaschine erster Art.

Leistungen der Maschine. Die Doppelmaschine, wovon hier die Rede ist, hat eine ruhende Scheibe von 35 Ctm. Durchmesser und zwei rotirende, deren Durchmesser 30 Ctm. ist. Die eine Elektrode endet in einer Kugel von 2 Ctm., die andere in einem Sphäroïd, dessen längster Durchmesser 6 Ctm. ist. Ist diese der negative Pol, so bildet sich ein continuirlicher Funkenstrom von 6 Ctm. Länge, im umgekehrten Fall ist er nur 3 Ctm. lang.

Die Büschelbildung habe ich hier nicht so ausgebildet gefunden, wie bei der Maschine erster Art. Wird eine kleine Kugel von 1 Ctm. Durchmesser an dem positiven Pole angebracht, so entsteht ein Büschel, welcher bis zum negativen Pole reicht und 9 Ctm. Länge hat und noch dünne Funkenfäden enthält; der eigentliche Büschel tritt auf, wenn die positive Elektrode in einer kurzen Spitze endet und ist 4 Ctm. lang.

Mit kleinen Condensatoren, deren Oberfläche 90 Quadratcentimeter beträgt, werden zahlreiche Entladungsfunken erhalten mit einer Schlagweite von 10 bis 12 Ctm., und unter günstigen Verhältnissen, vorzüglich wenn ein

gelindes Kohlenfeuer in der Nähe ist[1]), erreicht sie eine Länge von $16\frac{1}{2}$ Ctm., welche den Halbmesser der rotirenden Scheiben um $1\frac{1}{2}$ Ctm. übertrifft; die Elektrodenkugeln können nicht weiter auseinandergeschoben werden. Um die Ausstrahlung am positiven Pole zu verringern, habe ich sehr vortheilhaft gefunden, eine schmale spitze Ebonitplatte gegenüber der positiven Kugel im Fufsbrett zu befestigen und einigermafsen diese damit zu bedecken, dabei ist das Sphäroïd am negativen Pol; diese Anordnung zeigt sich sehr wirksam, um eine grofse Schlagweite zu bekommen.

Die Elektrodenkämme befinden sich am besten in der Mitte der Ausschnitte der festen Scheibe gegenüber und die Conductorkämme am Anfange der fast quadrantalen Belege und bilden dabei einen Winkel von 75° mit dem Horizontalen.

Ich habe auch versucht, wie eine Combination von Ebonit- und Glasscheiben sich verhalte. Wenn die ruhende Scheibe aus Glas ist und die zwei rotirenden aus Ebonit, so wirkt die Maschine (vorausgesetzt dafs die ruhende Scheibe gut getrocknet ist) auch sehr kräftig, und läfst sich leicht erregen, aber nicht ohne den diametralen Conductor; übrigens braucht man nur die Ebonitplatte etwas mit der Hand zu reiben und in die Maschine hineinzusetzen, um sofort durch Rotation die Erregung zu bewerkstelligen. Ich erhielt hiebei 13 Ctm. lange Funken mit den Condensatoren; sonst ohne diese einen continuirlichen Strom von 4 Ctm. Hiebei mufs ich noch bemerken, dafs bei dieser Doppelmaschine eine Umkehr der Polarität der Elektroden nur höchst selten eintritt; in dieser Hinsicht verhält sie sich verschieden von der Maschine erster Art. Durch Hin- und Herbewegen der diametralen Conductoren ist es mir nicht gelungen, die Umkehrung

1) Ich meine hiermit kein eigentliches Kaminfeuer, sondern habe immer dazu einen eisernen Topf angewandt, mit einigen glühenden Holzkohlen, und dann versagte die Maschine, auch bei dem feuchtesten Wetter und bei Anwesenheit vieler Menschen nie ihre Wirksamkeit.

herbeizuführen und ich konnte sie nur dadurch bewirken, dafs ich die Maschine auf's Neue erregte, nachdem sie vorher wirkungslos gemacht war.

§. IV. Neue Beobachtungen an der Ebonitelektromaschine.

a. Der diametrale oder schräge Conductor. Der grofse Unterschied zwischen den Elektromaschinen mit Glas- und mit Ebonitscheiben liegt nicht eben in der Verschiedenheit des Materials, sondern man hat auch mit anderen Eigenschaften des Apparates zu thun, vorzüglich mit dem Verhalten des diametralen Conductors, das schon oben kurz bemerkt ist und hier jetzt näher entwickelt werden soll.

Ohne den diametralen Conductor wird eine Ebonitelektromaschine also nie erregt, und wenn einmal in Thätigkeit, verliert sie diese sofort, wenn er entfernt wird. Ja, dieses ist nicht einmal nothwendig, sobald er die Poggendorff'sche Einrichtung hat, dafs man die Verbindung zwischen ihren Kämmen durch die Entfernung eines Metallbogens aufheben kann.

Bekanntlich wirken die Glasmaschinen auch wohl ohne diesen Conductor, wenngleich nicht so regelmäfsig und nicht so stark; sie geben jedoch noch beträchtliche Funken. Prof. Poggendorff[1]) sagt sehr bestimmt, dafs er, wenn keine grofsen Papierbelege gegenüberstehen, *genöthigt* ist, um die Erregung zu bewerkstelligen, den diametralen Conductor zu entfernen, oder die Verbindung zwischen seinen Kämmen aufzuheben. Hier ist es gerade umgekehrt. Ich versuchte die Elektromaschine erster Art zu laden entweder durch Reibung mit der Hand, oder von der Rückseite her mit einer geriebenen Ebonitplatte, ohne den diametralen Conductor; aber ich erhielt nur schwache

1) Pogg. Ann. Bd. 141, S. 165. Auch die Kaiser'sche Influenzmaschine braucht keinen diametralen Conductor und giebt 12 Ctm. lange Funken. Riefs bemerkt in diesen Ann. Bd. 140, S. 564, dafs seine Maschine ohne diametralen Conductor Funken von 7 Ctm. lieferte, mit diesem aber von 14½ Ctm.

Funken zwischen den Elektroden, so lange die Hand oder die Platte anwesend war; es kam nie zu einer dauernden Erregung, die Maschine wirkte nur mit ihrer rotirenden Scheibe wie eine gewöhnliche Reibungselektrisirmaschine. Dieses war auch der Fall mit der Doppelmaschine; die 1 Ctm. lange Funken, welche sich entwickelten, verschwanden mit der Entfernung der erregenden Ursache, gingen aber sofort in einen continuirlichen Funkenstrom über, als der diametrale Conductor angebracht wurde. Wird er dann wieder entfernt, so verschwindet auch alle freie Elektricität, so dafs selbst im Dunkeln keine Spur zu bemerken ist, mag die Maschine vorher sich noch so kräftig gezeigt haben; ja man kann mit einem Metallkamm über die rotirende Scheibe hinfahren, ohne eine Lichterscheinung zu sehen. Und doch sind die Elektricitäten anwesend in der Maschine; denn nähert man den Conductor in schräger Stellung den Belegen, so wird der Funkenstrom erneuert, sobald dieser noch 3 Ctm. von der rotirenden Scheibe entfernt ist. Es ist dieses einer der interessantesten Versuche, welcher mit der Elektromaschine anzustellen ist; er läfst sich ohne Schwierigkeit einem grofsen Auditorium zeigen. Durch diese Eigenschaft kann man auch in recht augenfälliger Weise die verdoppelte Wirkung der Elektromaschine mit zwei rotirenden Scheiben deutlich machen.

Die Doppelektromaschine hat nämlich, wie ich schon mitgetheilt habe, an jeder rotirenden Scheibe einen diametralen Conductor. Entfernt man nun einen von diesen oder macht ihn wirkungslos, so wird diejenige Scheibe unthätig, neben welcher er steht. Mit den kleinen Condensatoren gab meine Doppelmaschine (mit zwei Scheiben also) in einer halben Minute 40 Entladungen bei einer Schlagweite von 5 Centimeter und, nach Entfernung einer der schrägen Conductoren, fast genau 20 Entladungen, als Resultat mehrerer Beobachtungen[1]).

1) Die Sicherheit, womit die Anzahl der Entladungen zur Hälfte verringert wird, macht diesen Versuch zu einem der elegantesten Vorlesungsversuche über Doppelelektromaschinen.

Wurde statt der ruhenden Ebonitscheibe eine Glasscheibe eingesetzt, welche nur an einer Seite Belege hatte, so erhielt man, mit einem diametralen Conductor und mit den nämlichen Condensatoren in derselben Zeit 17 Entladungen und mit zwei diametralen Conductoren nur 21 bis 24; also ist auch ein doppeltes Paar Belege für eine vollkommen verdoppelte Wirkung nothwendig. Uebrigens bemerke ich noch, daſs die gröſste Schlagweite mit den Condensatoren 14 Ctm. war, im Falle die Maschine auch eine reibende Scheibe von Ebonit, aber nur einen diametralen Conductor hatte, dagegen ist sie 16½ Ctm., wenn ein zweiter hinzugefügt wird, also mit Verdoppelung der Quantität steigert sich auch die Spannung.

Wenn die Elektroden in Spitzen enden, versagt der diametrale Conductor bei der Maschine erster Art seine Wirksamkeit nur dann, wenn sie sehr fein sind (z. B. Nadelspitzen) und bis 2 Ctm. genähert werden; damit endet zugleich die Thätigkeit der Maschine.

Wenn die Kugeln der Elektroden einander unmittelbar berühren, bleibt die Ausströmung aus allen Kämmen noch einige Zeit fortbestehen, jedoch schwächer als vorher und endet schlieſslich. Ohne Zweifel hat dieses seinen Grund in der sehr vollkommenen Isolirung der ruhenden Scheibe, wodurch die Belege noch einige Zeit erregt bleiben[1]).

Bei der Doppelmaschine beobachtete ich in diesem Falle bald das Aufhören der Thätigkeit der Maschine, und zieht man die Elektroden von einander, so kommt zwar der Funkenstrom nicht wieder zum Vorschein, aber die Scheiben sind doch nicht ganz entladen, denn der diametrale Conductor läſst aus seinen Kämmen Elektricität ausstrahlen, wenn er rückwärts gedreht wird (von den Belegen ab); hat nun die Maschine vorher kräftig gewirkt, so erneuert sich auch ihre Thätigkeit, sobald der Conductor wieder vor die Belege gestellt wird.

1) Auch hierin verhält sich die Ebonitmaschine sehr verschieden von der Glasmaschine. Bei dieser kann man ohne Nachtheil die diametralen Conductoren entfernen, sobald nur die Conductoren in Berührung gehalten werden. (Pogg. Ann. Bd. 141, S. 690.)

Aus dem Uebrigen folgt noch, dafs selbst bei Anwesenheit des diametralen Conductors, wenn die Elektroden in Contact sind, die Ebonitmaschine sich nicht erregen läfst, eben weil dieser dadurch wirkungslos wird.

Das Experiment bestätigt diese Folgerung; man sieht im Dunkeln wohl Elektricität aus den Kämmen der Elektroden und Conductoren ausströmen, aber dieses hört auf, sowie die erregende Platte entfernt wird, und selbst wenn nun die Elektroden von einander getrennt werden, zeigt sich die Maschine doch nicht erregt.

Auch der folgende Versuch scheint anzudeuten, dafs der diametrale Conductor bei den Ebonitmaschinen eine andere Rolle spielt als bei Glasmaschinen. Ich entfernte nämlich von der Doppelmaschine die quadrantalen Belege und legte nur sehr kleine an, etwa ein Drittel im Umfange der Vorigen. Jetzt war die Leistung der Maschine sehr verringert; der Strom ohne Condensatoren bildete sich nur noch in einer Entfernung der Elektroden bis 3 Ctm., und mit den Condensatoren war die gröfste Schlagweite 6 Ctm., also sehr viel weniger als mit den grofsen Belegen erreicht ward ($16\frac{1}{2}$ Ctm.). Die Erscheinungen bei der Erregung blieben dieselben; wenn die diametralen Conductoren unter Winkel von 45° gegen den Horizont neigen, also keine Belege vor sich haben, wird weder die Thätigkeit, noch die schnelle Erregung beeinträchtigt und doch hat Prof. Poggendorff bei seiner Doppelmaschine und auch bei der Maschine erster Art, in diesem Falle beobachtet, dafs die dauernde Erregung nicht möglich war[1]).

Ich will hier noch eine Erscheinung zusetzen, die mir bei der Doppelmaschine auffiel. Als ich einen der diame-

1) Pogg. Ann. Bd. 141, S. 165 und Bd. 145, S. 9 wird gesagt: Bei dieser Vorrichtung (kleine Belege und diametraler Conductor mit einem Winkel von 45°) war es durchaus nicht möglich, die Maschine durch die von den Elektrodenkämmen überschüssig ausströmende Elektricität dauernd zu erregen, gleich wie sie bekanntlich denn auch nicht von der Rückseite her durch Elektrisirung eines der Belege normal in Thätigkeit zu setzen ist.

tralen Conductoren so weit rückwärts drehte, dafs er senkrecht auf der Richtung der anderen stand, also gar keine Belege sich gegenüber hatte, so wechselte die Art der Elektricität in seinen Kämmen; die früher positiven liefsen nun negative Elektricität ausströmen; dagegen behielt der andere Conductor denselben elektrischen Zustand und so mufsten jetzt die beiden rotirenden Scheiben ihre Wirkung gegenseitig verringern, was auch an der Leistung der Maschine merkbar war. Bei dieser Wechselung der Polarität in dem diametralen Conductor mufs es selbstverständlich eine Stellung geben, wobei er keine Ausströmung gegen die Scheibe zeigt; ich habe diese beobachtet, nämlich wenn er vertical steht.

Was die Erklärung der angeführten Thatsachen betrifft, so glaube ich ist diese nicht begründet in dem Bau der Doppelmaschine, denn auch bei der Elektromaschine erster Art, welche vollkommen derjenigen mit Glasscheiben gleichartig ist, kommen diese vor, vielmehr sind die Beschaffenheit des angewandten Materials und seine im hohen Grade isolirende Eigenschaften die Ursache.

Dadurch wird der Induction der elektrischen Belege auf die Elektrodenkämme ein grofser Widerstand geboten und die Trennung der Elektricitäten in den Elektrodenbogen findet nur statt so lange die erregende Platte da ist. Die rotirende Scheibe ist also nur schwach elektrisch; wenn aber die erregende Platte unmittelbar hinter dieser auf die Kämme des diametralen Conductors influenciren kann, so bekleidet dieser um so leichter die rotirende Scheibe mit den zwei entgegengesetzten Elektricitäten, als die Entfernung, worin die Induction stattfindet, geringer ist und auch beide erregten Elektricitäten sofort ausströmen können durch die Conductorspitzen. Es ist also die rotirende Scheibe, welche erregend auf die Belege wirkt, wenn sie selbst durch den diametralen Conductor erregt ist, und ich glaube, dafs diese Ebonitelektromaschine die Theorie von Riefs bestätigt[1]), welche die Elektroden-

1) Riefs: *Ueber die Theorie der Elektrophormaschine* in Pogg. Ann. Bd. 140, S. 569. Es wird daselbst gesagt: Die horizontalen Kämme

kämme und die Conductorkämme eine verschiedene Rolle bei der Wirkung spielen läfst.

Ich mufs mir vorbehalten, auf die theoretischen Betrachtungen zurückzukommen und mich jetzt darauf beschränken, den Unterschied zwischen Glas- und Ebonitelektromaschinen experimentell festgestellt zu haben.

b. Wirkung der Maschinen bei anomaler Drehung. Bekanntlich hört der Funkenstrom bei Glasmaschinen schnell auf, wenn man die Scheiben rotiren läfst in der Richtung der Cartonspitzen: ich nenne also diese Bewegung anomal; normal ist die Bewegung den Spitzen entgegen und sie ist nöthig für die verstärkte Wirkung. Wenn aber die Ebonitmaschine erster Art kräftige Funken entwickelt hat und man dreht nun den diametralen Conductor zurück, und zwar so, dafs er einen Winkel von 70° nach der anderen Seite hin, mit der Horizontalen bildet, also keine Belege vor sich hat, so bleibt die Maschine thätig, wenn die rotirende Scheibe in entgegengesetzter Weise als zuvor sich bewegt. Man erhält einen Funkenstrom zwischen den Elektroden, auch bei Anwesenheit der Condensatoren; und bei meiner Maschine erster Art war sogar die Schlagweite bisweilen 6 Ctm., gewöhnlich nur 2 bis 3 Ctm. Das Zurückdrehen des Conductors ist nicht absolut nothwendig, aber der Versuch gelingt besser[1]).

Diese Erscheinung verdankt ihre Entstehung auch wieder der guten Isolirung der ruhenden Scheibe, wodurch die angehäuften Elektricitäten der Belege, welche sich von da aus weiter über die Oberfläche verbreitet haben, für sich

dienen als Einsauger, während die schrägen Kämme die Glasscheibe mit Elektricität versehen, die mit den ihnen gegenüberstehenden Papierkuchen die Rolle des Reibzeugs in der gewöhnlichen Elektrisirmaschine übernehmen.

1) Bis jetzt war diese Thatsache nur bei der Elektromaschine zweiter Art bekannt; sie liefert einen Strom von gleicher Stärke zwischen den Elektroden, in welchem Sinne man auch die Scheiben rotiren lassen mag. (Pogg. Ann. Bd. 150, S. 9.) Dieses folgt aber aus der Einrichtung der Maschine.

erregend wirksam bleiben, auf den Elektrodenkämmen aber nicht verstärkt werden; die Maschine verhält sich in diesem Falle als Elektrophormaschine. Ich habe denn auch niemals eine Vergrößerung der Schlagweite beobachtet, sie bleibt ziemlich lange constant, nimmt aber doch endlich ab. Der diametrale Conductor läßt auf einem Theile, bei der neuen Stellung, dieselben Elektricitätenarten, wie früher, ausströmen, aber sie werden verwechselt, wenn er wiedèr den Belegen gegenüber gesetzt wird. Dieses war nach der Bemerkung in §. II, S. 294 zu erwarten und bei normaler Drehung tritt die Maschine dann wieder in große Thätigkeit, ohne neue Erregung zu bedürfen.

Auch meine Doppelelektromaschine liefert bei anomaler Drehung noch einen Funkenstrom von 1 Ctm., vorausgesetzt, daß sie zuvor kräftig wirksam war.

Ich muß hier noch hinzusetzen, daß, wenn der diametrale Conductor seine Stellung rückwärts eingenommen hat und vor seinen Belegen steht, aber die Maschine in *normaler* Weise dreht, der Funkenstrom aufhört, und dann öfters, wenngleich nicht constant, sich an den Conductorenkämmen und auch wohl an den Elektrodenkämmen die merkwürdige Erscheinung zeigt, daß jeder Kamm aus der einen Hälfte negative und aus der anderen positive Elektricität aussendet[1]).

c. Einwirkung der Elektricität auf die Flammen. Als ich versuchte, auf die Ebonitelektromaschine erster Art mich stützend, die influencirende Wirkung der Flammen zu entladen durch Annäherung eines brennenden Talglichts (was mir in der bekannten Weise nicht immer mit vollkommener Sicherheit gelang), bemerkte ich einen eigenthümlichen Einfluß, welchen die angehäufte Elektricität der Belege oder der Elektroden auf die Gestalt der Flamme ausübte. Wird sie dem positiven Belege der er-

1) Bis jetzt war diese Erscheinung nur bei der Elektromaschine zweiter Art beobachtet. Pogg. Ann. Bd. 153, 81. *Neue Beobachtungen an der Elektromaschine zweiter Art* von J. C. Poggendorff.

regten Maschine genähert (aus dessen Spitze negative Elektricität ausströmt), dann stöfst dieser die Flamme zurück; dagegen wird sie angezogen von dem negativen Belege und nähert sich diesem mit scharf zulaufender Spitze.

Es ist mir sogar gelungen, aus gewöhnlichen Flammen eine Art diametralen Conductor darzustellen, welcher auch sehr gut die Maschine in Thätigkeit hielt. Dazu wählte ich die folgende Einrichtung (Fig. 6, Taf. I). Auf einem Holzstabe *ab* werden zweifach gebogene Glasröhren *A* und *B* befestigt und mit der Gasleitung verbunden; ihre Ausströmungsöffnungen sind durch einen dünnen Kupferdraht verbunden. Dieser Stab wird in dieselbe Stellung gesetzt, die vorher der metallene Conductor einnahm und das Gas angezündet. War nun die Maschine zuvor schon thätig, so tritt auch jetzt der Funkenstrom wieder hervor, und man hat hier zugleich einen schönen Vorlesungsversuch, da selbst bei vollem Tageslicht die Polarität des Conductors und ihre Umkehrung vermittelst der Flammengestalt wahrnehmbar ist, wo immer die nach der Scheibe hinneigende Flamme auf die negative Elektricität deutet, die abgestofsene dagegen auf die positive Elektricität (Fig. 7, Taf. I).

Die Erklärung dieser eigenthümlichen Erscheinung beruht auf einer ziemlich wenig bekannten Thatsache, die ich nur bei Riefs in seiner Lehre von der Reibungselektricität erwähnt finde[1]). Bei der Verbrennung eines Stoffes wird selbstständig Elektricität erregt und namentlich bei Verbrennung kohliger Substanzen ist die aufsteigende Kohlensäure positiv elektrisch und die Substanz bleibt negativ zurück. Hiermit steht die oben mitgetheilte Erfahrung im Einklange.

Uebrigens benimmt sich dieser Flammenconductor ge-

1) Ich habe selbst in dem physikalischen Wörterbuch von Gehler nichts darüber mitgetheilt gefunden, obgleich die ersten Beobachtungen über diese Eigenschaft von Henley (1774) und Brande (1814) herrühren (s. Riefs, Reibungselektr. I, 261 u. 269).

rade so, wie der aus Metall, denn auch hier hört seine Wirkung auf und damit die der Maschine, wenn der Kupferdraht die Flammen nicht mehr (in elektrischer Beziehung) verbindet.

Ich glaube aus den mitgetheilten Beobachtungen schliefsen zu können, dafs

erstens das Ebonit oder Horngummi als Material für die Scheiben von Elektromaschinen sehr empfehlenswerth ist und bei einer sorgfältigen Bearbeitung den Vorzug vor dem Glase verdient;

zweitens die von mir angefertigte Doppelelektromaschine durch eine möglichst einfache Construction die Wirkung zweier Elektromaschinen erster Art in sich vereinigt, und als Ebonitmaschine durch Wohlfeilheit, bequeme Anfertigung, Unzerbrechlichkeit und geringe Beeinträchtigung ihrer Leistung durch feuchtes Wetter, die beste der bis jetzt construirten Glasmaschinen übertrifft; und

drittens, dafs nicht nur für den praktischen Gebrauch, sondern auch durch ihre besonderen Eigenschaften die Ebonitmaschinen für die Theorie von grofsem Interesse sind, und daher die Aufmerksamkeit der Physiker verdienen.

Haag, im Juli 1875.

VI. *Zum binocularen Sehen;* *von Dr. H. Emsmann in Stettin.*

Die Erscheinung, auf welche ich im Folgenden aufmerksam zu machen beabsichtige, weil ich sie nirgends angeführt gefunden habe, mir dieselbe aber gerade für das Sehen mit beiden Augen von Belang zu seyn scheint, ist mir zuerst in der Aula unserer Anstalt aufgefallen.

Es giebt Fig. 8, Taf. I eine von SO aus aufgenommene perspectivische Skizze der Aula. Die mit fünf hohen Fenstern versehene Wand liegt gegen Westen; an der gegenüberstehenden Ostwand befinden sich drei Thüren und die Länge jeder Wand beträgt 22^m. Die Decke, in einer Höhe von 9^m, ist durch vier der Breite nach in einer Länge von 12^m hindurchgehende Balken in fünf gleiche Abtheilungen getheilt, von denen eine jede in der Mitte mit einer grofsen Rosette versehen ist, und die zu beiden Seiten dieser Rosetten liegenden Felder sind durch übereinstimmende Zeichnungen von der Form der Fig. 9, Taf. I ausgefüllt, wie Fig. 8, Taf. I in perspectivischer Verjüngung darstellt.

Wenn ich dem Fenster 2 (Fig. 8, Taf. I) gegenüber zwischen den Thüren t_1 und t_2 sitze, den Kopf an die Wand lehne (o_1), gerade aus über das Fenster 2 nach der Decke blicke, und das linke Auge mit der Hand bedecke, so sehe ich — ***bei unveränderter Lage des Kopfes und nur das Auge rechts drehend*** — die vier rechts liegenden westlichen Deckenzeichnungen (2 bis 5) perspectivisch verjüngt. Dies stimmt mit den Regeln der Perspective. Sobald ich aber — den Kopf in seiner Lage lassend — die Hand von dem linken Auge entferne und dies auch nach rechts drehe — was allerdings das Auge schon während des Bedecktseins unwillkürlich zu thun versucht, — so erscheint die Zeichnung im Felde 2 zwar noch in der vorigen Gröfse, aber die in den Feldern 3, 4 und 5 ***nehmen an Gröfse zu***, so dafs namentlich die Zeichnung im 5. Felde in der Gröfse auffallend gegen die bei der Beobachtung mit dem rechten Auge allein abweicht. Gleichzeitig erscheint die Kante CB zwischen der Fensterwand und Decke nicht mehr nach der Nordseite des Saales hin abwärts verlaufend, sondern ***gehoben***, so dafs die Kante AB zwischen Fensterwand und Nordseite in dem Augenblicke, in welchem die Hand von dem linken Auge weggenommen wird, förmlich am Ende B ***emporspringt*** und sich verlängert.

Dieselbe Erscheinung tritt nach links ein, wenn ich von o_i aus zwischen den Thüren t_2 und t_3 beobachte, das rechte Auge bedecke und, erst gerade aus nach 4 blickend, das linke Auge nach 1 hin drehe.

Sitze ich bei o_i und bedecke das rechte Auge, während ich das linke nach rechts drehe, so erscheinen die Felder von 2 bis 5 wieder perspectivisch verjüngt, und ebenso beim Freimachen des rechten Auges vergrößert wie vorher; aber die Kante CB senkt sich nordwärts und das Ende B der Kante AB rückt etwas herunter. Entsprechend ist es t von o_{ii} aus nach links bei anfänglich bedecktem linken Auge.

Nach wiederholten bestätigenden Beobachtungen machte ich mehrere meiner Collegen, ebenso erwachsenere Schüler auf die Erscheinung aufmerksam und das Ergebniſs war dasselbe. Je unbefangener der betreffende Beobachter war, desto leichter wurde die Erscheinung wahrgenommen.

Seitdem habe ich die Erscheinung auch anderwärts bestätigt gefunden, namentlich an Häusern mit längerer Fensterfront. Meiner Wohnung gegenüber stehen z. B. in der 28^m breiten Straſse *zwei* — auſser dem Erdgeschosse — vierstöckige Häuser, von denen das eine vier Reihen mit 8, das andere ebenfalls vier Reihen mit 9 Fenstern gleichmäſsig vertheilt besitzt. An diesen Häusern erblicke ich die beiden oberen Reihen von meiner Wohnung aus etwas höher, die des untersten Stockwerkes tiefer. Ich finde die in der Aula gemachten Beobachtungen an den Fensterreihen sowohl nach rechts mit bedecktem linken Auge, als nach links mit bedecktem rechten Auge bestätigt und zwar *hebt sich*, sobald das bedeckte Auge frei wird, merklich der *obere* Theil des am weitesten seitwärts stehenden Fensters an der *höher liegenden* Fensterreihe, während an der *tiefer liegenden* sich der *untere* Theil des entferntesten Fensters nach der seitlichen Richtung hin *senkt*. Beobachtungen mit offenem rechtem und bedecktem linkem Auge nach links hin und mit offe-

nem linkem und bedecktem rechtem nach rechts hin, ergeben die nach dem Vorigen erwarteten Resultate.

Nachdem ich die Erscheinung längere Zeit mit Aufmerksamkeit verfolgt habe, bemerke ich das Phänomen sogar in meiner zweifenstrigen Arbeitsstube, jedoch nicht an den Fenstern, sondern an den Deckkanten, namentlich an den Tapetenborden. Wenn ich von der einen unteren Fensterecke aus nach der diagonal gegenüber liegenden oberen Ecke blicke, so muſs ich, um die Erscheinung zu erhalten, den Kopf möglichst tief legen und auſserdem die Bewegung des Kopfes mit zu Hülfe nehmen. Lege ich mich so, daſs bei gewöhnlicher Ruhelage der Augen die Sehaxen — also normal zur Körperlänge — auf die betreffende Ecke gerichtet sind, so ist das Oeffnen beider Augen und das Schlieſsen des einen ohne Einfluſs auf die Höhe der in der Ecke zusammenlaufenden Tapetenborten; gebe ich dem Kopfe eine Lage, in welcher ich gerade aussehend die eine verticale Wand etwa in der Mitte der Höhe und seitwärts von der Ecke treffe, beim Drehen der Augen aber die Ecke noch deutlich wahrnehme, wobei ich also die Augen heben muſs, so tritt beim Oeffnen des verdeckten Auges ein Aufwärtssteigen der Ecke und eine Hebung der Tapetenborten ein; gebe ich hingegen dem Kopfe eine Lage, in welcher die Sehaxen gerade aus gerichtet auf die Zimmerdecke treffen, so ist das Freimachen des verdeckten Auges mit einem Abwärtsgehen der Ecke und einer Senkung der Tapetenborten verbunden. Abwechselndes Bedecken und Freimachen des Auges begünstigt die Wahrnehmung, indem man dann das Auf- und Absteigen der Ecke und Borten schneller wechseln sieht.

Bei Versuchen im Kleinen mit entsprechend entworfenen und gehaltenen Zeichnungen auf Papierbogen konnte ich die angegebenen Erscheinungen nicht wahrnehmen, offenbar weil die Unterschiede in den Orts- und Richtungsänderungen zu unbedeutend waren, um in die Augen zu fallen. Dies mag wohl der Grund seyn, warum die Erscheinung, als nur bei gröſseren Abständen und Dimen-

sionen auffallender, bisher nicht beachtet seyn dürfte. Ueberhaupt ist das Phänomen nur innerhalb bestimmter Gränzen bemerkbar und dürfte ein Abstand in normaler Richtung auf die betreffenden horizontalen oder verticalen Dimensionen, an denen die Veränderung noch wahrnehmbar ist, 300^{m} nicht erreichen, weil dann die Sehaxen beider Augen in einem zu kleinen Winkel zusammentreffen.

Wäre ich nicht schon längst ein Anhänger derjenigen Theorie des Sehens, nach welcher die Vorstellung der bestimmten Gestalten der Dinge der Aufsenwelt an erster Stelle durch Bewegung des Auges, unter Umständen des Kopfes und des Körpers überhaupt, gewonnen wird, indem eine bestimmte Muskelbewegung auch eine bestimmte Empfindung zur Folge hat, welche in der Seele eine bestimmte Vorstellung hervorruft, so würde ich wohl durch die vorstehend angeführten Beobachtungen für diese Theorie gewonnen worden seyn.

Nach dieser Theorie macht sich bei den in Rede stehenden Erscheinungen die *verschiedene Stärke* in der gleichzeitigen Drehung der Augen auch in einer Verschiedenheit der Empfindung geltend, da die Augenstellung unsymmetrisch ist.

Halte ich mich an die erste in der Aula gemachte Beobachtung, so accommodirte sich das rechte Auge zuerst für die Zeichnung 2, durchlief bei der Drehung nach rechts die Zeichnungen 2 bis 5 und erzeugte beim Durchlaufen dieser Reihe durch die damit verbundene Muskelbewegung in bekannter Weise die Empfindung, welche die perspectivische Gestaltung der Reihe hervorrief. Läfst man das rechts gedrehte Auge auf der 5. Zeichnung ruhen und befreit das linke Auge von seiner Bedeckung, so macht dies beim Ueberlaufen der Reihe von 2 bis 5 eine gröfsere Muskelbewegung als das rechte Auge, denn es entsteht nun beim Zusammentreffen der Sehaxe des linken Auges mit der auf die 5. Zeichnung gerichteten Sehaxe des rechten Auges ein ungleichseitiges und kein gleichschenkliges Dreieck, dessen Basis die Verbindungs-

linie der Drehpunkte beider Augen ist. In diesem unsymmetrischen Dreiecke ist die Sehaxe des linken Auges länger als die des rechten, und ruft nun, da das linke Auge eine gröfsere Drehung und wegen dieser eine stärkere Muskelanstrengung hat machen müssen, die Empfindung des Fernerseyns hervor und somit — wie bei dem am Horizonte gröfser erscheinenden Monde — eine scheinbare Vergröfserung. Da die Sehaxe aufsteigend gerichtet ist, so entsteht durch das Fernerwerden auch ein Emporsteigen und damit die Empfindung des Höherseyns und somit das scheinbare Emporsteigen des Endpunktes *B* der Kante *AB*.

Zu Hülfe könnte man noch nehmen, dafs das linke Auge sich auch auf eine gröfsere Entfernung als das rechte Auge accommodiren mufs und dafs beim Oeffnen des zweiten Auges die Aufmerksamkeit auf das gelenkt wird, was nun eintreten dürfte.

Dafs die Erscheinung in der Nähe nicht so leicht wahrzunehmen ist, hat in der bereits angegebenen zu geringen Differenz seinen Grund, jedenfalls spielt aber dabei die Irradiation auch eine Rolle. Besonders aber möchte ich hervorheben, dafs die Muskelbewegung, um die Sehaxe aus ihrer normalen Richtung zu der Verbindungslinie des Augendrehpunktes herauszubringen, für die ersten Grade der Abweichung geringere Anstrengung erfordert, als bei schon bedeutenderer seitlicher Stellung, dafs also, um die Abweichung von 35 auf 36 Grad zu bringen, wohl eine fühlbarere Anstrengung nöthig ist, als um eine Abweichung von 5 auf 15 Grad zu erzeugen. Warum auch eine Ferngrenze sich geltend macht, ist bereits oben angedeutet.

VII. *Ueber ein neues Mikrometer zur Positionsbestimmung von Linien in der Spectralanalyse; von W. M. Watts D. Sc.,*

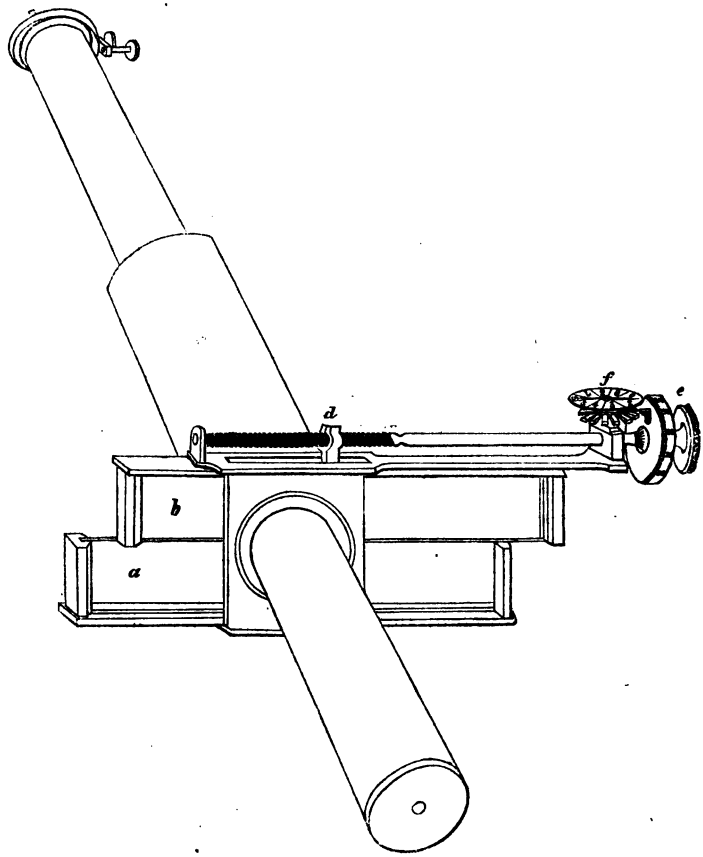
Lehrer der physikalischen Wissenschaften an der Giggleswick Grammar School.

Wenn man die Lage der Linien eines Spectrums mit Hülfe eines Mikrometeroculars oder einer Kreistheilung bestimmt, ist es nicht selten sehr schwierig, das Fadenkreuz zu sehen, ohne dafs man fremdes Licht hineinläfst, welches bei schwachen Spectren nicht zulässig ist. Ich habe versucht diesem Uebelstande abzuhelfen dadurch, dafs ich eine bestimmte Linie des Spectrums als Fadenkreuz anwende und die Lage der unbekannten Linien bestimme, indem ich diese Normallinie mit ihnen der Reihe nach zusammenfallen lasse.

Also zum Beispiel: „Die Natriumlinie, welche, bisweilen unerwünscht, in jedem Spectrum vorhanden ist, wird unter dem Spectrum so fortgeführt, dafs sie mit den einzelnen zu messenden Linien zusammenfällt, und die dazu nöthige Verschiebung wird mittelst einer Mikrometerschraube gemessen. Diese Verschiebung geschieht dadurch, dafs eine convexe Linse von ungefähr 6 Decimeter Brennweite, welche vor dem Prisma des Spectroskops, zwischen Prisma und Beobachtungsfernrohr, angebracht wird, rechtwinklig zur brechenden Kante des Prismas in zwei Theile zerschnitten ist. Die eine Hälfte dieser Linse ist fest, die andere läfst sich vermittelst einer Mikrometerschraube dagegen verschieben.

Wenn die bewegliche Hälfte der Linse in ihrer normalen Lage ist, hat sie keinen anderen Einfluſs, als die Einstellung des Fernrohrs ein wenig zu ändern — verschiebt man sie aber über der festen Hälfte, so wird die Ablenkung des Prismas vermehrt oder vermindert — die eine Hälfte des Spectrums scheint sich über der anderen zu

bewegen und die Natriumlinie oder irgend eine andere passende Linie kann in Coïncidenz mit den Linien des Spectrum gebracht werden.



Obige Figur stellt das Mikrometer dar, in Verbindung mit einem Spectroskope mit gerader Durchsicht, wie es von Hrn. Browning nach meinen Angaben ausgeführt wurde — *a* und *b* sind die zwei Theile der Linse, welche sich vor dem Prismensatze *c* befinden. Von diesen ist *a* frei, *b* aber läfst sich vermittelst der Schraube *a* über *d*

bewegen und die Verschiebung wird mit Hülfe des getheilten Kopfes *e* und des Zählers *f* gemessen.

Um die Angaben dieses Instruments auf Wellenlängen zu reduciren, habe ich eine Reihe von Interpolationscurven construirt, mit Hülfe der durch sorgfältige Beobachtung des Sonnenspectrums erhaltenen Zahlen. Eine von diesen Curven wird gebraucht, wenn die Natriumlinie ($D_l = 5889$) als Normallinie benutzt wird, eine zweite, wenn die Fraunhofer'sche Linie *b* ($b_l = 5783$) angewandt wird usw. Zum Gebrauch mit irdischen Spectren von hellen Linien bieten die Lithium-, Natrium- und Thalliumlinien, die von einer Geifsler'schen Röhre gegebenen Linien des Wasserstoffs oder für lichtschwache Spectren die von einer Bunsen'schen Flamme gegebenen Kohlenstofflinien passende Normallinien in genügender Anzahl. Die Curven sind in solchem Maafsstabe ausgeführt, dafs ein Wellenlängenunterschied von 100 „*tenth metres*“ [1]) durch eine Länge von ungefähr 10 Ctm. und ein Umfang der Schraube durch $2\frac{1}{2}$ Ctm. repräsentirt ist.

Man braucht 21,91 Umdrehungen der Schraube um die Natriumlinie (5892) mit der Thalliumlinie (5349) zur Coïncidenz zu bringen.

Die Ablesungen des Mikrometers müssen gerade so behandelt werden, wie diejenigen, welche man erhält, vermittelst eines getheilten Gradbogens oder Mikrometerocculars oder irgend eines anderen Apparates. Innerhalb der Gränzen, welche die Einrichtung des Instruments erlaubt, sind die durch die Mikrometerschraube bestimmten Verschiebungen, welche nöthig sind, um eine bestimmte Linie zur Coïncidenz mit anderen Linien des Spectrums zu bringen, genau proportional dem Winkel zwischen diesen Linien und der gewählten Normallinie, wie sie sich ergeben würden durch Ablesung auf einem getheilten Gradbogen.

Die gröfste Verschiebnng, welche die obere Hälfte der Linse erleiden kann, beträgt in meinem Instrumente 17,5^{mm}

1) Ein „*tenth metre*“ ist $(\frac{1}{10})^{10}$ eines Meters, oder ein Zehnmilliontel eines Millimeters.

und wenn man den Brechungsexponenten für das Glas, woraus die Linse besteht, gleich 1,5 setzt, so ist der Krümmungshalbmesser ihrer Oberflächen ungefähr 584,2^{mm}. Die gröfste Ablenkung, welche ein durchgehender Lichtstrahl erleidet, ist also die von einem Prisma mit brechender Kante gleich $2\sin^{-1}\frac{17,5}{584,2}$ das heifst ungefähr das Doppelte des Winkels, dessen Sinus 0,03 ist. Berechnet man nun die Minimumablenkung für den Durchgang eines Strahles durch die Linse zu Punkten, deren Entfernungen von der Axe 0,01, 0,02 und 0,03 sind, so erhält man Winkel, welche sich fast genau so verhalten, wie diese Zahlen. Die Ablenkung eines Lichtstrahles bei seinem Durchgang durch ein Glasprisma ($p = 1,5$) beträgt:

Winkel des Prismas.	Ablenkung.
$2\sin^{-1}$ 0,01	0° 34′ 22″
$2\sin^{-1}$ 0,02	1° 8′ 46″
$2\sin^{-1}$ 0,03	1° 43′ 12″

Die Winkel 0° 34′ 23″, 1° 8′ 46″ und 1° 43′ 9″ verhalten sich wie die Zahlen 1, 2, 3.

Ich erlaube mir hier einige Messungen anzugeben, welche mit dem neuen Instrumente gemacht wurden, um seine Genauigkeit zu prüfen. Zwanzig verschiedene Ablesungen des Punktes wo Coïncidenz der Linsen stattfindet, gaben folgende Werthe:

8,36, 8,29, 8,35, 8,32, 8,36, 8,34, 8,38, 8,37, 8,34, 8,37,
Mittel 8,35.

8,37, 8,41, 8,26, 8,28, 8,31, 8,35, 8,21, 8,35, 8,38, 8,35,
Mittel 8,33.

Um die Natriumlinie zur Coïncidenz mit der Thalliumlinie zu bringen, waren folgende Verschiebungen nöthig:

21,90, 21,90, 21,89, 21,90, Mittel 21,90.
21,92, 21,93, 21,94, 21,88, Mittel 21,92.

In der Regel habe ich das Mittel aus vier Messungen genommen.

Das Licht, welches brennendes Magnesium ausstrahlt, mit dem Spectroskop untersucht zeigt aufser den der Fraunhofer'schen Linie *b* entsprechenden hellen Linien auch eine Reihe von Streifen, welche zwischen *b* und *f* liegen. Ich hatte schon die Wellenlängen für diese Streifen gemessen mit der gröfsten Genauigkeit, welche mit Browning's *„automatic spectroscope"* mit sechs Prismen in Verbindung mit einem Bifilar-Mikrometerocular erreicht werden konnte. Die Werthe wurden erhalten durch Vergleichung mit den hellen Linien des elektrischen Funkens bei Zink, Kadmium, Eisen und Luft, und mit einigen Fraunhofer'schen Linien.

Die folgenden Werthe wurden erhalten für den ersten und den zweiten Streifen.

Erster Streifen
5006,5 mit Fraunhofer'schen Linien,
5009,0 mit der Zinklinie 4924,
5008,0 mit den Luftlinien { 5002 / 5005,
5006,5 mit Fraunhofer'schen Linien,
5007,7 mit den Luftlinien { 5002 / 5005,

Zweiter Streifen
4995,0 mit Fraunhofer'schen Linien,
4997,0 mit den Luftlinien { 5002 / 5005.

Die endlich angenommenen Zahlen sind hier für alle neun Streifen angegeben und mit ihnen sind die mit dem neuen Mikrometer erhaltenen Werthe verglichen.

Die Normallinie für diese letzteren Messungen war die helle *b* entsprechende Linie, welche in demselben Spectrum existirt.

Wellenlängen der Linien von Magnesia.

Automatic Spectroscope mit Mikrometerocular.	Spectroskop mit gerader Durchsicht und neuem Mikrometer.
5007	5006,0
4997	4996,0
4986	4985,5
4975	4974,5
4963	4963,5
4948	4948,5
4934	4934
4918[1])	4924
	4914.

Jede von diesen Zahlen ist der aus fünf Beobachtungen abgeleitete Mittelwerth.

Eine zweite Messung durch Verschiebung nach der entgegengesetzten Richtung gab für den ersten und zweiten Streifen die Werthe 5006,2 und 4996,1.

Um die Anwendbarkeit des neuen Mikrometers zur Messung schwacher Spectra zu prüfen, machte ich zwei Bestimmungen der Wellenlänge einer Linie, für welche ich vorher mit einem Spectroskop von drei Prismen den Werth 5195 gefunden hatte. Sie wurde sehr schwach erhalten durch schwache elektrische Entladungen in einer mit Leuchtgas erfüllten Geifsler'schen Röhre — die Linien von einer Bunsen'schen Flamme wurden als Normallinien angewandt. — Zwei Bestimmungen ergaben 5196 und 5196.

Die Vortheile des neuen Instruments scheinen zu seyn: 1. grofse Genauigkeit der Messungen; 2. Bequemlichkeit im Gebrauch.

1) Zu schwach für genaue Messung mit dem grofsen Spectroskop.

VIII. *Photographische Spectralbeobachtungen im rothen und indischen Meere;* von *Hermann W. Vogel.*

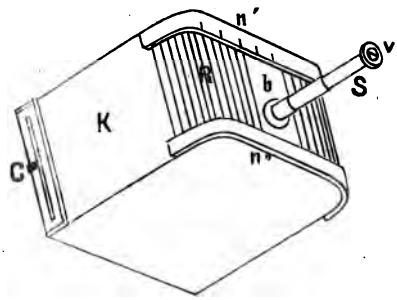
Vor einem Jahre publicirte ich einige Beobachtungen über die Schwankungen in der chemischen Wirkung des Sonnenspectrums auf Bromsilber (Berichte der Deutschen Chem. Gesellsch. 1874, S. 88). Ich erkannte damals, dafs unter sonst gleichen oder scheinbar gleichen Umständen die Wirkung des Sonnenspectrums auf Bromsilberplatten sehr stark variirt, dafs sie bald mehr oder weniger weit nach Violett oder Ultraviolett sich erstreckt und dafs die Intensität der Wirkung der einzelnen Farben zu verschiedenen Zeiten äufserst verschieden ist, ohne dafs eine gesetzmäfsige Abhängigkeit dieser Variationen vom Barometerstand, vom Dunstdruck und von der Sonnenhöhe nachgewiesen werden konnte.

Diese Beobachtungen weisen auf eine aufserordentlich wechselnde Durchsichtigkeit der Luft für die verschiedenen Spectralfarben hin und die nähere Erforschung dieser Thatsache schien mir wichtig genug, um sie zu einer Hauptaufgabe bei meiner Reise nach den Nicobaren, als Mitglied der englischen Sonnenfinsternifsexpedition, zu machen.

Ich fertigte mir zu diesem Zweck einen compendiösen photographischen Spectralapparat, den ich der Kürze halber *Spectrograph* nennen will, der auch Beobachtungen auf schwankendem Schiffe gestattet. Derselbe ist eine Combination von Taschenspectroskop und Camera, wie ich sie in diesen Annalen Bd. 154, S. 306 beschrieben habe; nur zeigt die Camera, die ich für diesen Zweck construiren liefs, einige Eigenthümlichkeiten, die ihre Anwendung erheblich erleichtern und erweitern.

Sie besteht aus Holz, ist 17 Ctm. lang, 13 Ctm. breit und 10 Ctm. hoch und bildet einen Kasten ohne Auszug,

der hinten eine matte Scheibe trägt, die mit Cassette vertauscht werden kann. Der Vordertheil der Camera be-



steht aus einer beweglichen Jalousie *R*, die innerhalb der Coulisse *n' n''* läuft und in der Mitte ein Brettchen trägt, in welches das Spectroskop eingeschraubt ist. Die Axe desselben liegt 2 Ctm. unterhalb der Axe der Camera, da die Strahlen unsymmetrisch austreten.

Die Jalousie erlaubt das Spectroskop seitlich zu verschieben und man ist dadurch im Stande, auf einer kleinen Platte von 11×8 Ctm. fünf Spectren nach einander aufzunehmen, falls man den Spalt nicht zu lang nimmt.

In dieser Weise konnte ich täglich mit Anwendung einer einzigen Platte fünf Beobachtungen machen. Der Spalt des Instruments liegt der Richtung der Jalousiebewegung parallel und ist nicht parallelrandig, sondern keilförmig. Dadurch wird ein Spectrum erzeugt, welches an der einen Langseite dunkel, an der anderen hell ist. An der hellen Langseite beginnt natürlich die photographische Wirkung zuerst und schreitet um so weiter nach der anderen, in der Richtung der Spectrallinien fort, je kräftiger die chemische Intensität der betreffenden Farbe ist[1]).

Man kann demnach aus der Ausdehnung der Wirkung einer bestimmten Farbe einen Schluſs auf deren chemische Intensität machen.

1) Das Instrument, welches sich trefflich bewährte, wurde von den Herren Schmidt u. Haensch in Berlin angefertigt.

Zu den Beobachtungen auf der Reise benutzte ich Bromsilberplatten, die mit Naphtalinroth gefärbt waren (1 Tropfen gesättigte Naphtalinrothlösung auf 10 Cubctm. Bromcollodion von der Zusammensetzung, wie sie in diesen Annalen Bd. 153, S. 220, Anmerkung angegeben ist). Diese Bromsilberplatten wurden für die Reise in Berlin im voraus hergestellt durch Collodioniren von Glas, Sensibilisiren im Silberbade (a. a. O.), Waschen und Trocknen; sie zeigten eine beträchtliche Empfindlichkeit für Ultraviolett, Violett bis Hellblau und für Gelb, eine erheblich schwächere für Grün, eine sehr schwache für Roth.

Geeigneter für den Zweck wären Platten gewesen, die für alle Spectrumfarben gleiche Empfindlichkeit gezeigt hätten, solche herzustellen gelang mir vorläufig noch nicht und war die Zeit zur Reisevorbereitung viel zu kurz und das Wetter seit Monden viel zu schlecht, um dahin zielende Versuche noch machen zu können.

Ich nahm daher die beschriebenen Platten, als das Beste mir zur Disposition stehende. Ueber die Schwankungen im Roth konnten dieselben selbstverständlich keine Auskunft geben.

Die Platten wurden in Packeten von 6 Stück luftdicht verpackt und 6 Cassetten mitgenommen, um darin den Inhalt eines in den Abendstunden neu geöffneten Packets unterzubringen.

Die Entwickelung der Platten geschah Abends in der Kabine über dem Waschbecken auf alkalischem Wege (Annalen Bd. 153, S. 221). Ein ganz kleiner Vorrath Chemikalien, der gemeinschaftlich mit Camera einen Kasten von $1\frac{1}{2}$ Cubikfufs Inhalt bildet, reichte für die ganze Reise aus.

Die Beobachtung geschah sehr einfach. Ich setzte mich in der am wenigsten schwankenden Mitte des Schiffes in die Sonne, nahm das Instrument auf den Schoofs und kehrte es so gegen die Sonne, dafs das

Spectroskop keinen oder ringsum gleichviel Schatten warf. So wurde stets 1 Minute exponirt und zwar:

h. 7, h. 9 oder 10 a. m h. 0, h. 2 oder 3 und 5 p. m.

Hintretende Wolken machten zuweilen eine Aenderung der Beobachtungszeiten nöthig. Doch wurden solche in möglichst gleichen Zeitabständen vom Mittag gewählt, um die Wirkung in gleicher Sonnenhöhe Vor- und Nachmittag zu beobachten. Die Ortsveränderung des Schiffes veranlafste natürlich Zeitfehler, die nach den täglichen Sonnenbeobachtungen der Schiffsofficiere in Rechnung gezogen wurden.

Meine Beobachtungen begannen schon im Mittelmeer am 23. Februar, bei 37° n. Br. und erstreckten sich bis vor Point de Galle, Ceylon, 6° 49′ n. Br. am 13. März. Die Sonnenhöhen in den correspondirenden Beobachtungszeiten wuchsen daher in ganz beträchtlichem Grade und hätte sich dieses auch in der chemischen Intensität der aufgenommenen Spectrumbilder zeigen müssen. Nach Bunsen und Roscoe nimmt die chemische Intensität des directen Sonnenlichtes zu mit der Sonnenhöhe und ab mit wachsendem Barometerstande. Dieses gilt jedoch nur für vollkommen klaren Himmel, für einen idealen Wetterzustand, wie er thatsächlich nur selten existirt; in der Regel ist der Himmel theilweis bewölkt oder mit zartem Cirrus, zuweilen auch nur mit einem dünnen Schleier von Dunstbläschen überzogen, die die Durchsichtigkeit der Atmosphäre sehr modificiren und dadurch auch die Intensität des Sonnenlichts. So hatte ich nur im rothen Meere mehrere völlig wolkenfreie heitere Tage, von diesen war jedoch nur einer vollkommen klar zu nennen, an den anderen zeigten sich Dunstschichten am Horizont, die das Licht der Sonne sichtbar schwächten. An dem heitersten Tage, dem 3. März 1875, zeigte sich denn auch die chemische Wirkung des Sonnenlichts am gröfsten, im indischen Ocean jedoch nahm die Trübung der Atmosphäre mit dem Vorrücken nach Ceylon fortwährend zu, obgleich das Wetter nach gewöhnlichem Sprachgebrauch schön

blieb. Die geringe Luftdurchsichtigkeit zeigte sich auch in sehr auffallendem Grade bei Nacht, wo trotz scheinbar klarem Himmel die Sterne viel matter glänzten, als in Deutschland und in Folge dessen offenbarte sich im indischen Ocean trotz der gröfseren Sonnenhöhe eine geringere chemische Wirkung, als in nördlichen Breiten.

Wie erheblich die Einwirkung einer ganz zarten Schicht von Dunstbläschen ist, zeigen zwei Beobachtungen im adriatischen und indischen Meere, erstere am 23. Februar unter 37° n. Br. und 40,56° Sonnenhöhe und die andere am 1. März unter 27° 42′ n. Br. und 49,78° Sonnenhöhe, erstere bei völlig klarer Luft, kurz vor Regenwetter, letztere unter einer ganz dünnen Dunsthülle, die die blaue Farbe des Himmels kaum änderte.

Trotz der beträchtlichen Differenz in der Sonnenhöhe war die chemische Wirkung in beiden Fällen gleich.

Dagegen zeigte sich die mit wachsender Sonnenhöhe steigende chemische Wirkung bei allen Beobachtungen desselben Tages, falls das Wetter constant blieb.

Früh 7 Uhr zeigte sich gewöhnlich eine Wirkung im Indigo und Blau, am kräftigsten bei *G*, nach *F* und *H* hin abnehmend und in der Regel vor *F* und *H* verschwindend. Daneben zeigte sich stets eine sehr merkliche Gelbwirkung, am kräftigsten in *D*, sehr schnell in Orange abnehmend, langsam nach *E* in Grün hin. Eine Wirkung der ultravioletten Strahlen konnte um diese frühe Stunde zwischen Brindisi und Ceylon nicht wahrgenommen werden. Nur am 2. März (rothes Meer 24° 3′ n. Br.), dem heitersten Tage der Reise und am 9. März (im indischen Meer 11° 5′ n. Br.) trat eine Wirkung bis *H″* deutlich hervor. Mit vorrückender Tagesstunde vermehrte sich die Intensität im Indigo ganz beträchtlich, in geringerem Grade im Grün und Gelb. Zugleich traten die ultravioletten Strahlen in Wirkung, um Mittags erreichte die Wirkung an allen Stellen die höchste Intensität. Nachmittags nahm die Wirkung in demselben Maafse wieder ab. In gleichen Abständen von Mittag war die chemische Inten-

sität *in der Regel* die gleiche, wenigstens in den Stunden von 9 bis 3 Uhr.

Dagegen zeigte sich in der chemischen Wirkung 5 Uhr Nachmittags fast immer ein Unterschied von der chemischen Wirkung 7 Uhr Morgens, die jedoch keineswegs zu Gunsten der allgemein verbreiteten Meinung sprach, dafs das Nachmittagslicht photographisch schlechter wirke, als das Vormittagslicht.

Diese Meinung mag begründet seyn in der Atmosphäre der Städte, wo durch die mit dem Vorrücken des Tages sich vermehrenden gelblichen Rauch- und Staubmassen in der That die Durchsichtigkeit der Luft für „chemische" Strahlen abnehmen mufs. Auf dem Meere, wo diese Einflüsse nicht vorhanden sind, zeigte sich an manchen Tagen im Gelb wie im Blau Nachmittags 5 Uhr eine kräftigere chemische Wirkung als Vormittags 7 Uhr.

So z. B. am 3. März und 5. März im rothen Meere und am 9. und 11. März im indischen Meere. Am 5. März war die Wirkung im Blau und Indigo um 7 Uhr Morgens = 0, um 5 Uhr Nachmittags dagegen äufserst kräftig. Am 4. März war die Wirkung Vor- und Nachmittags gleich, am 2. März überwog die Wirkung Vormittags 7 Uhr die Nachmittags um 5 Uhr beträchtlich.

Sehr merkwürdig war die chemische Lichtintensität am 5. März (Br. 13° 32′ N.) bei wolkenfreiem Himmel, an diesem Tage war die chemische Wirkung des Gelb eine höchst energische den ganzen Tag über, sie überstieg weit die Wirkung des Blau und Violett, früh Morgens 7 Uhr in dem Grade, dafs Blau überhaupt gar keine Wirkung zeigte. An diesem Tage war demnach die Durchsichtigkeit der Luft für Gelb sehr bedeutend, die für Blau und Violett sehr gering, letztere besserte sich erst in den Nachmittagsstunden.

Dagegen zeigte sich am 2. März im rothen Meere bei vollkommen klarer Luft eine grofse Durchsichtigkeit für alle sichtbaren Strahlen des Spectrums. Im Allgemeinen zeigte sich, dafs die Wirkung des Grün mit der Wirkung

des Violett und Ultraviolett parallel geht, steigt die eine, so steigt auch die andere.

Gleichzeitige Beobachtungen des Barometers und Psychrometers liefsen eine Abhängigkeit der wechselnden chemischen Intensität des Sonnenlichtes vom Luft- und Dunstdruck nicht erkennen. Nicht das Wasser im Gaszustande, sondern das Wasser in Form von Bläschendampf übt den gröfsten Einfluſs auf die Durchsichtigkeit der Atmosphäre aus, selbst wenn die Bläschen nicht zu Wolken zusammengeballt sind und sind diese Einflüsse im Stande, den Einfluſs der Sonnenhöhe erheblich zu modificiren.

Zu einer Bestimmung der chemischen Intensität des von Himmel und Wolken reflectirten Lichts war mein Apparat nicht geeignet. Es ist bekannt, daſs der mit einer leichten weifsen Wolkendecke umzogene Himmel bedeutend mehr chemisch wirksames Licht reflectirt, als der rein blaue, daher wird die durch einen leichten Wolkenschleier verminderte Intensität des directen Sonnenlichts wieder ausgeglichen durch die vermehrte Intensität des reflectirten Himmels-Lichts.

Berlin im Juli 1875.

IX. *Spectroskopische Untersuchung des Lichts der blauen Grotte auf Capri; von H. W. Vogel.*

Bei meiner jüngsten Anwesenheit auf Capri, anfangs Juni 1875, hatte ich Gelegenheit, das Licht der berühmten blauen Grotte optisch zu untersuchen.

Diese Grotte, eine geräumige, mit Seewasser gefüllte Felsenhöhle, steht nur durch einen niedrigen, circa 4′ breiten und hohen Eingang, der sich jedoch tief unter dem

Wasser fortsetzt, mit dem Meere in Verbindung. Das diffuse Licht, welches die Höhle erleuchtet, kommt daher fast ausschliefslich aus dem Wasser, welches schon aufserhalb der Höhle im Schatten eine prachtvoll azurblaue, auf der Oberfläche silberschillernde Farbe zeigt, eine Farbe, die in der dunklen Höhle eine wahrhaft magische Wirkung hervorbringt. Mit dem Spectroskop untersucht, zeigte sich in dem aus dem Wasser kommenden Licht das Roth ganz verschwunden, das Gelb sehr erheblich verblafst, so dafs die *D*-Linie kaum zu erkennen war, dagegen erschienen Grün, Blau und Indigo hell und die *beiden Linien E und b flossen zu einem deutlichen dicken Absorptionsstreifen zusammen.* Meine Absicht, auch das Licht der „grünen" Grotte zu untersuchen, konnte ich leider wegen plötzlicher Erkrankung nicht ausführen; jedenfalls dürfte sich aber solches der Mühe verlohnen und möchte ich durch diese Notiz Veranlassung geben, das Spectroskop bei Untersuchung der noch in vielen Stücken räthselhaften Wasserfärbung mehr als bisher zu benutzen.

Berlin im Juli 1875.

X. *Erwiderung, betreffend die Abhandlung des Hrn. H. Fritsch: „Läfst sich die Anwendung der lebendigen Kraft in der mechanischen Wärmetheorie rechtfertigen"?* [1] *vom Ingenieur H. W. Fabian.*

Wärme und Arbeit sind aequivalent, so lautet der empirische Satz, auf den sich die mechanische Arbeit baut.

Mechanische Arbeit ist eine Bewegungsgröfse, daher auch Wärme nur Bewegung seyn kann.

1) Diese Ann. 1874, Bd. 153, S. 306.

Mechanische Arbeit ist das Maafs der Kräfte, d. h. durch sie läfst sich die Intensität einer Kraft ermitteln.

Bei längerer Dauer der Bewegung eines Körpers, als die secundliche Beschleunigung, ist das Product aus der Masse eines durch die Kraft bewegten Körpers in die demselben ertheilte Beschleunigung nicht ausreichend, diese Messung vorzunehmen, daher man noch den Weg verwendet, um alsdann allgemeine Resultate erzielen zu können.

Das Product $m.f.s$ ist demnach als Maafs der Kraft zu betrachten, welches man eben als mechanische Arbeit bezeichnet, wenn m die Masse, f die Beschleunigung und s den Weg bedeutet.

Die Arbeit, welche verrichtet wird, um einen Körper aus dem Zustande der Ruhe in einen bestimmten Grad der Bewegung zu versetzen, ist der Körper im Stande wieder zu leisten, indem seine Geschwindigkeit consumirt wird, d. h. indem er aus diesem Zustande der Bewegung in denjenigen der Ruhe übergeht; die Endgeschwindigkeit der ersteren Bewegung mufs absolut gleich der Anfangsgeschwindigkeit der Letzteren seyn.

Aus rein logischen Gründen ergiebt sich daher, dafs die Summe von möglicher Arbeit, die jeder in Bewegung befindliche Körper leisten kann, genau gleich der wirklichen Arbeit seyn mufs, welche den umgekehrten Proceſs an den Körpern vollführte.

Diese mögliche Arbeit ist nun eine Folge der lebendigen Kraft; da Ursache und Wirkung absolut gleich sind, man auch nicht im Stande ist, mit Kräften oder Eigenschaften zu rechnen, weil sie an und für sich latent und unerkennbar sind, ist Erstere lediglich meſsbar in ihrer Wirkung „möglicher Arbeit“, genau wie Kraft nur mit „wirklicher Arbeit“ zu messen ist.

Bei der Entwickelung der Formel für die Arbeit bei längerer Dauer, als diejenige der secundlichen Beschleunigung, kann selbstredend nur die Rede seyn von einer gleichförmig beschleunigten Bewegung, indem der Körper

aus der Anfangsgeschwindigkeit $c = 0$, während der Zeit t in die Endgeschwindigkeit r, bei einer Beschleunigung f übergeht.

Die Kraft

$$P = m \cdot f,$$

die Arbeit

$$A = P \cdot s = m \cdot f \cdot s,$$

$$v = f \cdot t,$$

$$t = \frac{v}{f},$$

$$s = \frac{c+v}{2} \cdot t,$$

da $c = 0,$

$$s = \frac{v}{2} \cdot t,$$

der Werth für t eingesetzt

$$s = \frac{v}{2} \cdot \frac{v}{f} = \frac{v^2}{2f},$$

also $v = \sqrt{2f \cdot s}.$

$$m = \frac{P}{f} = \frac{G}{g},$$

wenn G das Gewicht
und g die Fallbeschleunigung $= 9{,}81^m$ bedeutet.

$$P = \frac{G \cdot f}{g},$$

$$A = Ps = \frac{G \cdot f}{g} \cdot \frac{v^2}{2f} = \frac{G \cdot v^2}{2g},$$

da

$$\frac{G}{f} = m$$

ist, so wird

$$A = Ps = \frac{m \cdot v^2}{2} = \text{wirklicher Arbeit.}$$

Für die lebendige Kraft ist die Formelentwickelung genau dieselbe, nur dafs alsdann v die Anfangsgeschwindigkeit und c die Endgeschwindigkeit bedeutet.

Untersuchen wir jetzt etwas näher das Beispiel des Hrn. Fritsch bei der Atwood'schen Fallmaschine (siehe die betreffende Abhandlung).

Die Arbeit erhält sich, meint Hr. Fritsch,

denn $1 \cdot 10 = 10$

und $10 \cdot 1 = 10$.

Aus Vorhergehendem wissen wir, dafs Arbeit gleich dem Producte aus Widerstand und Weg ist, während Hr. Fritsch ein solches aus Geschwindigkeit und Widerstand oder Kraft, an dessen Stelle setzt, so dafs also anstatt $s = f \cdot t$, $s = f$ wäre; ausdrücklich bemerkt Hr. Fritsch: *constante Geschwindigkeit*, und weiter, dafs von Reibung usw. abgesehen werden soll.

Hierauf eingegangen, ist die geleistete Arbeit nicht gleich 10 Klgrmtr., sondern gleich Null.

Auf welche Weise ist denn der Masse von 1 Klgr. die constante Geschwindigkeit von 10^m ertheilt worden?

Dadurch, dafs man an jedem Ende eines Fadens ein Gewicht von 1 Klgr. befestigte und diesen über ein auf einer Axe leicht drehbares Rad hängte, alsdann als Uebergewicht an dem einen Ende noch ein sehr kleines Gewicht befestigte, in Folge dessen eine nach dem Erdschwerpunkte gerichtete Bewegung eintrat.

Als die secundliche Geschwindigkeit bis zu 10^m gestiegen, wurde durch eine mechanische Vorrichtung das Uebergewicht abgenommen, und abgesehen von Reibung, wie verlangt, behalten beide Massen die Geschwindigkeit von 10^m bei.

In was besteht denn hier die Arbeit? Ich denke, lediglich in der Ueberwindung der Reibung innerhalb eines gewissen Weges, und zwar derjenigen, welche einestheils entstanden ist durch den Widerstand der Luft und anderntheils durch den Normaldruck der beiden Gewichte, an dem Berührungspunkte des Fadens mit der Rolle; ein weiterer Widerstand existirt nicht, denn die Schwerkräfte halten sich auf beiden Seiten in den zwei Gewichten das Gleichgewicht.

Die ursprüngliche Arbeit bestand:

1) in der Versetzung des in dem Zustande der Ruhe befindlichen Uebergewichtes, in einen solchen der Bewegung (Geschwindigkeit = 10^m).
2) in der Ueberwindung der schon vorher gekennzeichneten zweifachen Reibung, die wegen ihrer Geringfügigkeit jedoch vorerst unberücksichtigt bleiben soll.

Bei einem Uebergewichte = 10 Gramm und der Endgeschwindigkeit = 10^m.

$$Ps = Ws$$

da

$$s = \frac{v^2}{2f}$$

und

$$f = g = 9\,.\,81,$$

$$Ps = 0{,}01\,.\,\frac{10^2}{2\,.\,9{,}81} = 0{,}050968 \text{ Klgrmtr.}$$

oder nach der Formel

$$m\frac{v^2}{2} = \frac{0{,}01}{9{,}81}\,.\,\frac{10^2}{2} = 0{,}050968 \text{ Klgrmtr.}$$

Rechnen wir jetzt noch für die Ueberwindung der Reibung hinzu, so ist die geleistete Arbeit höchstens = 0,1 Klgrmtr., welche also nach Hrn. Fritsch in eine solche von 10 Klgrmtr. umgewandelt wäre, und dennoch schreibt Hr. Fritsch von der Erhaltung der Arbeit.

Es unterliegt also weiter keinem Zweifel, daſs die Begriffe „Weg“ und „Geschwindigkeit“ verwechselt wurden.

Aus dem vorerst Entwickelten wissen wir, daſs die Geschwindigkeiten in einem ganz anderen Verhältnisse stehen.

Vielfache Experimente zeigen allerdings, daſs die Arbeit einer Masse von 1 Klgr. während *eines Weges* und nicht *Geschwindigkeit* von 10^m freier Fallhöhe, genau gleich derjenigen kommt, welche eine Masse von 10 Klgr. während *eines Weges*, nicht *Geschwindigkeit*, von 1^m freier Fallhöhe verrichtet; ein solches Experiment kann Hr. Fritsch nur meinen.

Untersuchen wir, wie die Geschwindigkeiten bei diesem Beispiele sich zu einander verhalten.

$$v = \sqrt{2f \cdot s},$$

also

1) $$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 10} = 14{,}00^{m},$$

2) $$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1} = 4{,}43^{m},$$

$$m\frac{v^2}{2}.$$

Die Formel für die lebendige Kraft in Anwendung gebracht.

1) $$\frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{14{,}00^2}{2} = 10 \text{ Klgrmtr.},$$

2) $$\frac{10}{9{,}81} \cdot \frac{4{,}43^2}{2} = 10 \text{ Klgrmtr.}$$

Also so wohl Arbeit als lebendige Kraft sind und bleiben gleich.

Da also keine lebendige Kraft verloren geht, kann selbstredend auch keine Temperaturveränderung eintreten (natürlich abgesehen von Reibung).

Weiter ist die Folgerung des Hrn. Fritsch, dafs Anziehung abzuleiten sey von Bewegung, somit vollständig hinfällig.

Die Summe von wirklicher Arbeit und möglicher Arbeit im Universum ist eine constante

$$\Sigma \frac{mv^2}{2} = C$$

nicht

$$\Sigma mv^2 = C,$$

welche Formel Hr. Fritsch erwähnt; wenn sich auch diese aus ersterer ergiebt, so hat sie doch keine Bedeutung.

Anstatt der Formel

$$\Sigma \frac{mv^2}{2} = C$$

leitet Hr. Fritsch diejenige her

$$\Sigma m^2 \cdot v^2 = C.$$

Prüfen wir die Richtigkeit derselben an unserem Beispiele.

1) $\frac{1^2 . 14{,}00^2}{9{,}81} = \frac{196 . 2}{9{,}81} = 20$ Klgrmtr.,

2) $\frac{10^2 . 4{,}43^2}{9{,}81} = \frac{1962}{9{,}81} = 200$ Klgrmtr.

Wir erkennen also, dafs gerade der Fritsch'schen Formel dasjenige vorzuwerfen ist, was Fritsch der richtigen vorwirft.

Auf den Segnitz'schen Satz ist folgendes zu erwidern:

Aus der Entwicklung der Formel für die lebendige Kraft erkennt man, dafs es lediglich die *Beschleunigung*, positiv oder negativ, ist, welche eine Masse aus einem gewissen Grad der Bewegung in einen höheren oder in den Zustand der Ruhe versetzt.

Die *ursprüngliche Beschaffenheit der Kraft oder Kräfte*, welche die Masse in diesen Grad der Bewegung versetzte, ist dabei *vollständig gleichgültig*, wir haben es lediglich mit der vorliegenden Wirkung zu thun.

Diese Beschleunigung aber rührt allemal nur von solchen Kräften her, die nach festen Centren gerichtet sind; es kann nicht gelingen, auch nur einen einzigen Fall zu constatiren, wo die Entstehung der Beschleunigung sich bei uns nicht zurückführen liefse auf die Erdacceleration, entweder direct durch freien Fall oder durch Reibung, welcher Widerstand von dem Normaldruck, also wiederum von der Acceleration abhängig ist.

Daher sind also *stets* diese Bedingungsgleichungen erfüllt und der Satz *von der Erhaltung der lebendigen Kraft* ist somit *nichts Willkürliches*, sondern *eisernes Gesetz*.

Die Formel $\frac{mv^2}{2}$ für die lebendige Kraft, gilt sowohl für ein Atom in dem Bereiche der Erdanziehung, als ein solches in dem Bereiche irgend eines anderen Sternes.

v ist nichts Constantes, kann also in beiden Fällen gleich seyn, während es stets denselben Werth behält,

immer $= \frac{P}{f}$, in der Erdnähe $= \frac{G}{g}$, in der Nähe eines jeden anderen Sternes wiederum Gewicht durch Centralbeschleunigung, da sowohl Zähler wie Nenner proportional ab- und zunehmen, bleibt unter allen Umständen der Werth für m ein constanter.

Sobald an Stelle von Geschwindigkeit der Werth des Weges gesetzt wird, stimmt die Fritsch'sche Formel, und erkennt umgekehrt Hr. Fritsch die richtige für falsch, so kann das Resultat seiner Untersuchung nur in der Verwechselung dieser zwei Begriffe beruhen, welche sich wiederum geltend macht in der Entwicklung der Fritsch'schen Endformel.

Es heifst, wenn m_1 und m_2 die Maafszahlen der Massen sind, so wird seyn

$$v_2' = v_2 \cdot \frac{m_1}{m_2}.$$

Hierin liegt nun eben wiederum der Fehler. ***Arbeit erhält sich***, lautet der empirische Satz, ***nicht aber ein Product aus Masse in Geschwindigkeit.*** Richtig also

$$f \cdot m_2 \cdot s_2' = f \cdot m_2 \cdot s_2,$$

$$s_2' = s_2 \cdot \frac{m_1}{m_2},$$

genau dieselbe Formel, nur v anstatt s gesetzt und f gestrichen.

Richtig heifst also die Fritsch'sche Endformel:

$$\Sigma m^2 \cdot s^2 = C,$$

daher auch

$$\Sigma m \cdot s = C.$$

Nach Einsetzung des gestrichenen Factors f

$$\Sigma f \cdot m \cdot s = C,$$

die ursprünglich richtige Formel, welche den Satz von ***der Erhaltung der Arbeit*** ausspricht.

Wie gesehen, ist solche bei längerer Dauer der Bewegung als die secundliche Beschleunigung unzulänglich, und an deren Stelle zu entwickeln

$$\Sigma \frac{mv^2}{2}.$$

Die Anwendung der lebendigen Kraft in der mechanischen Wärmetheorie ist also genau so berechtigt, als diejenige der mechanischen Arbeit.

Frankfurt a. M., im Mai 1875.

XI. *Ueber den Einfluſs der Beleuchtung auf die Leitungsfähigkeit des krystallinischen Selens; vorläufige Mittheilung von W. Siemens.*

(Aus d. Monatsb. d. Acad. 1875, Mai.)

Die von Willougby Smith zuerst beschriebene und von Sale[1]) näher untersuchte Eigenschaft des krystallinischen Selens, im beleuchteten Zustande die Elektricität besser zu leiten als im Dunkeln, habe ich näher untersucht und die Richtigkeit der Thatsache constatirt. Die specifische Leitungsfähigkeit des durch Erhitzung auf 100 bis 150° C. krystallinisch gemachten Selens ist jedoch sehr gering und aufserordentlich veränderlich und auch die Vergröfserung der Leitungsfähigkeit durch Beleuchtung ist sehr inconstant, so dafs es unmöglich war eine bestimmte Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit von der Beleuchtung festzustellen. Es gelang mir aber durch andauernde Erhitzung des amorphen Selens bis zur Temperatur von 210° C., sowie auch durch Abkühlung des geschmolzenen Selens zur Temperatur von 210°, bei welcher Temperatur das Selen bei längerer Dauer derselben

1) *Proceed. of the Roy. Soc. Vol. XXI, p.* 283. — Pogg. Ann. Bd. 150, S. 333.

in einen grobkörnig-krystallinischen Zustand übergeht, eine andere Modification des krystallinischen Selens darzustellen, welche eine bedeutend gröfsere Leitungsfähigkeit hat, dieselbe dauernd beibehält und die Elektricität metallisch leitet, so dafs die Leitungsfähigkeit mit Erhöhung der Temperatur abnimmt. Auch die Einwirkung des Lichtes auf diese Modification krystallinischen Selens ist weit gröfser und scheinbar völlig constant. Durch Einschmelzung zweier flachen Drahtspiralen, im Abstand von ca. 1^{mm} von einander, zwischen zwei Glimmerblättern in grobkrystallinisches Selen ist es mir gelungen einen aufserordentlich empfindlichen Lichtmesser herzustellen. Dunkle Wärmestrahlen sind bei demselben *ohne directen Einfluſs* auf die Leitungsfähigkeit, und Erwärmung des Selens *vermindert* dieselbe. Diffuses Tageslicht verdoppelt schon seine Leitungsfähigkeit und directes Sonnenlicht erhöht sie unter Umständen auf *mehr als das Zehnfache*. Die Vermehrung der Leitungsfähigkeit des grobkörnigen Selens durch Beleuchtung geht aufserordentlich schnell vor sich. Ebenso tritt die Verminderung derselben bei Absperrung des Lichtes scheinbar momentan ein, doch vergeht längere Zeit, bis der der Dunkelheit entsprechende Zustand wieder vollständig hergestellt ist. Die Zunahme der Leitungsfähigkeit ist nicht proportional der Lichtstärke, sondern eine Function derselben, welche sich näher dem Verhältnifs der Quadratwurzeln der Lichtstärken anschliefst.

Ich behalte mir vor, der Akademie über diese interessante Eigenschaft des Selens ausführlichere Mittheilungen nach Abschluſs meiner Versuche zu machen und bemerke nur noch, dafs ich hoffe, dieselbe zur Construction eines zuverlässigen Photometers verwerthen zu können.

XII. *Ein optisches Phänomen; von Hrn. Devic.*

(*Compt. rend. T. 79, p. 96.*)

Man nehme ein Dambrett mit schwarzen und weissen Feldern, stelle es lothrecht auf, und betrachte es aus einer gewissen Entfernung entweder mit beiden Augen oder auch nur mit einem. Man neige dann den Kopf in der Art, dafs die die beiden Augen verbindende Linie parallel werde der Richtung einer Reihe der Diagonalen der Quadrate. Man sieht alsdann die auf diesen Diagonalen liegenden Ecken der weissen und schwarzen Quadrate, statt sich einfach zu berühren, durch einen Strich verbunden, der schwarz ist für die schwarzen Quadrate und weifs für die weifsen. Dieser Strich wird dicker, je mehr man den Kopf neigt, und erreicht das Maximum seiner Breite in der eben angegebenen Lage. Das Daseyn dieser Striche wird besonders deutlich, wenn man den Kopf bald nach der Rechten, bald nach der Linken neigt, also die Verbindungslinie der Augen abwechselnd parallel macht einer der beiden Reihen von Diagonalen.

Geschieht die Beobachtung mit einer Brille oder Lorgnette, so ist das Phänomen umgekehrt, d. h. die Striche zeigen sich dann zwischen den Ecken, die auf den gegen die Augenlinie winkelrechten Diagonalen liegen.

Dasselbe Phänomen beobachtet man auch nett an schwarzen Kreisen, die einander berührend auf weifses Papier gezogen sind. Bringt man das Auge parallel der Linie der Centra, so sieht man die Kreise sich in einem schwarzen Fleck vereinigen; stellt man es parallel der gemeinschaftlichen inneren Tangente, sieht man sie gleichsam von einander entfernt, und einen weifsen Raum zwischen sich lassend. Es scheint hiernach, dafs, um im Augenblick des Contact der beiden Scheiben gut zu beobachten, die günstigste Stellung diejenige seyn würde, wo die die beiden Augenwinkel verbindende Linie 45° gegen die Linie der Centra neigte.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

1875. ANNALEN № 11
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLVI.

I. *Ueber den stroboskopischen Stimmgabel-Apparat;* *von Dr. Albert Ettingshausen in Graz.*

Die vielfachen Anwendungen, welche die schwingende Stimmgabel, besonders die mit selbstthätiger, elektromagnetischer Anregung bei messenden physikalischen Beobachtungen gefunden hat, mögen eine genauere, experimentelle Untersuchung ihrer Bewegungsform gerechtfertigt erscheinen lassen. Die Methode, deren ich mich dabei bediente, ist die stroboskopische, da diese, wie aus dem Folgenden hervorgeht, wegen der Regelmäfsigkeit der Stimmgabelbewegung einer sehr grofsen Genauigkeit fähig ist. Ich benutzte dazu den von Hrn. R. König neuerdings in seinem Preis-Verzeichnifs aufgeführten grofsen „stroboskopischen Stimmgabelapparat“ (Preis 1100 Fr.). Derselbe enthält einen Satz von 10 sehr schön gearbeiteten, elektromagnetischen Stimmgabeln mit Laufgewichten und schwingenden Doppelspalten nach Art der von den Prof. Töpler und Boltzmann[1]) benutzten Stimmgabel (s. u.). Im Allgemeinen bestand also das Beobachtungsverfahren darin, dafs die Bewegung einer elektromagnetisch angeregten Gabel durch die Spalten einer zweiten nahe gleichgestimmten in geeigneter Weise beobachtet wurde. Wenn auch die zahlreichen Versuche, zu welchen mir der Apparat Gelegenheit bot, kein hervorragendes, theoretisches Interesse beanspruchen wollen, so glaubte ich doch durch ihre Ver-

1) Ueber eine neue optische Methode die Schwingungen tönender Luftsäulen zu analysiren. Pogg. Ann. Bd. CXLI. Vergleiche auch Mach „Optisch-akustische Versuche“. Prag 1873.

öffentlichung denjenigen, welche die stroboskopische Methode wissenschaftlich anwenden, einen nicht ganz unwesentlichen Dienst zu erweisen, indem meine Versuche bestimmte Anhaltspunkte bieten dürften, um ein Urtheil über die Genauigkeit der stroboskopischen Stimmgabelbeobachtung zu gewinnen [1]).

Zur Orientirung schicke ich eine kurze Uebersicht der Versuche und Resultate vorauf.

1. Zunächst wurde die stroboskopische Bewegung einer vor einer Scala mit grofsen Excursionen auf- und niederschwingenden Stimmgabelzinke für eine grofse Zahl von Beobachtungen registrirt und daraus der Bewegungsverlauf ähnlich wie bei der Untersuchung von Töpler und Boltzmann construirt. Die Abweichungen von der Pendelschwingung sind nur gering, jedoch bei den einzelnen Beobachtungsreihen in so guter Uebereinstimmung, dafs sie nicht zufälligen Fehlern zugeschrieben werden können; sie zeigen, dafs die Bewegung der Gabelzinken im Vergleiche zur pendelartigen Bewegung beim Zusammenschwingen etwas verzögert, beim Auseinanderschwingen dagegen beschleunigt wird.

2. Ich versuchte ferner die Bewegungsform der Stimmgabel durch Zusammensetzung von Pendelbewegungen darzustellen. Da Versuche mit Resonatoren die Ueberzeugung gewährten, dafs nur die ersten Partialtöne von erheblichem Einflusse sind, so kann man aus beobachteten Elongationen die Amplituden der Theilschwingungen, sowie deren Phasen (gezählt vom Augenblicke des Durchganges der Zinke durch die Ruhelage) ermitteln. Es lassen sich dann durch Superposition dieser Theilbewegungen die übrigen durch Beobachtung gegebenen Elongationen mit erheblicher Genauigkeit darstellen.

3. Es wurde der Zusammenhang zwischen Amplitude und Schwingungsdauer der beobachteten Stimmgabel ermittelt und wurde derselbe für die benutzte Gabel durch eine Formel darzustellen gesucht. Dabei ergab sich neben-

1) Selbstverständlich gelten die Zahlenverhältnisse zunächst nur für meine Stimmgabeln.

bei, dafs die Stellung der Elektromagnete von Einfluſs auf die Schwingungsdauer ist (bei gleicher Amplitude), und dafs die Dauer der magnetischen Zugkraft die Schwingungszeit in der Weise beeinfluſst, dafs diese sehr bedeutend zunimmt, wenn die Dauer des Stromschlusses wächst.

4. Alsdann wurde stroboskopisch untersucht, ob die elektromagnetische Anregung der Gabel auf ihre Schwingungsdauer einen bemerkbaren Einfluſs nimmt, d. h. ob zwischen der Schwingungsdauer der elektromagnetisch angeregten und jener der mit gleicher Amplitude frei abschwingenden Gabel ein Unterschied nachweisbar ist. Ein solcher stellt sich in der That heraus und zwar schwingt die elektromagnetisch angeregte Gabel für nicht zu groſse Ausweichungen schneller, als wenn die Schwingungen nur in Folge der Elasticität geschehen würden.

5. Ferner läſst sich auch, je nachdem die Gabel eben zu schwingen beginnt, oder schon längere Zeit stationär schwingt, ein kleiner Unterschied in der Schwingungsdauer bemerken, es nimmt nämlich bei gleicher Amplitude die Dauer der Vibrationen mit der Zeit ein wenig zu.

6. Schlieſslich wurde noch die Gröſse des Einflusses bestimmt, welchen die die Stimmgabel umgebende Luft auf die Schwingungen ausübt. Die Gabel schwang dabei in einem groſsen, luftdicht schlieſsenden Behälter mit Glasfenstern und wurde ihre Bewegung stroboskopisch beobachtet. Es läſst sich dabei der Einfluſs der Luftdichte auf Amplitude und Schwingungsdauer leicht ermitteln; bei gleicher Amplitude der schwingenden Gabel nimmt die Schwingungsdauer mit abnehmender Dichte der umgebenden Luft ebenfalls ab und beträgt die Aenderung für meine König'sche Gabel (Ut_{-1}) bei der Druckänderung von $\frac{1}{2}$ Atmosphäre etwa $\frac{1}{100}$ der Schwingungsdauer, welcher Unterschied indeſs bei dem Apparate noch leicht mit voller Sicherheit gemessen werden konnte.

7. Eine groſse Zahl von Versuchen wurde ferner über das Verhalten zweier Stimmgabeln angestellt, wobei der die Eisenanker beider Gabeln umflieſsende, gemeinsame

Strom durch eine derselben unterbrochen wird. Es zeigt sich, daſs die zweite (mitgenommene) Gabel, um in lebhafte Schwingungen zu gerathen, in Uebereinstimmung mit der Theorie eine etwas kleinere Schwingungszahl haben muſs, als die unterbrechende. Man kann sodann aus der Phasendifferenz beider Gabeln auch über den Verlauf von Strom und erzeugten Magnetismus einigen Aufschluſs gewinnen.

Die Versuche mit meinen Gabeln lehrten, daſs wenn die mitgenommene Gabel in stärkste Schwingungen versetzt wurde, sich stets eine bestimmte Phasendifferenz zwischen den Gabeln herstellte (die mitgenommene blieb durchschnittlich um etwa 0,1 der Schwingungsdauer zurück). Die beobachteten Werthe des Gangunterschiedes erklären sich mit Rücksicht auf den zeitlichen Verlauf des in den Eisenmassen erregten Magnetismus; die periodisch auftretende Magnetisirung hat nämlich wie bekannt gegen die sie erregenden periodischen Ströme gewissermaſsen eine zeitliche Verschiebung.

8. Für den Mechanismus der Selbstanregung einer Stimmgabel ist dieser Phasenunterschied zwischen Strom und erzeugten Magnetismus durchaus wesentlich. Dies zeigt sich auch, wenn man einen selbstunterbrechenden Apparat bloſs mit Drahtspiralen construirt. Das stroboskopische Verfahren kann, wie ich gefunden habe, benutzt werden zu Studien über den zeitlichen Verlauf des entstehenden und verschwindenden Magnetismus in Eisenmassen, worüber eine weitere Versuchsreihe begonnen wurde.

Erläuterung zum Apparat. In Fig. 1 Taf. III ist das solide König'sche Stativ mit Stellvorrichtung abgebildet; zwei solche Stative sind dem Apparate beigegeben. In diese können die Gabeln der Reihe nach eingesetzt werden, so daſs man im Ganzen durch Verschiebung der Laufgewichte an den Scalen auf den Zinken 32 bis 256 Schwingungen pro Sec. darstellen kann.

Die Gabel, deren Bewegung beobachtet wird, soll „Schwingungsgabel“ heifsen, während ich die zweite, deren Zinken die Spaltenschirme tragen, „Beobachtungsgabel“ nennen will; die aus Aluminiumblech gefertigten kleinen Spaltschirme *s* der letzteren sind mittelst Schrauben derart befestigt, dafs sich die beiden Schlitze in der Ruhelage der Zinken gerade decken. Die Schlitze hatten die Breite von nur $0{,}4^{mm}$ und da die Amplitude der Beobachtungsgabel stets sehr nahe $1{,}5^{mm}$ betrug, so ist die Dauer des Uebereinandergleitens der Schlitze nur etwa $\frac{1}{50}$ der Schwingungsdauer [1]).

Die bei den Versuchen zumeist gebrauchte Schwingungsgabel (Ut_{-1} ebenfalls von König) hatte eine Zinkenlänge von beiläufig 360^{mm}, ziemlich dünne Beine und konnte durch geeignete Stellung des zur Stromleitung dienenden Quecksilbergefäfses in bedeutende Schwingungen versetzt werden. Die Excursionen der Zinkenenden wurden mit Hülfe einer kleinen, an die obere der Zinken befestigten Nadelspitze an einer seitlich aufgestellten Millimeterscala (mit Nonius) oder an einer Glastheilung (die neben der Spitze stand und beleuchtet wurde) abgelesen. Sowohl Beobachtungs- als Schwingungsgabel wurden, um möglichste Gleichförmigkeit in ihren Bewegungen zu erhalten, stets mit Daniell'schen Elementen getrieben. Bei allen Versuchen, die mit ein und derselben Beobachtungsgabel angestellt wurden, hatte diese immer die gleiche Ampli-

1) Dafs die beiden Schlitze sich genau in der Ruhelage der Gabelzinken decken, ist nothwendige Bedingung und wurde mit möglichster Sorgfalt hergestellt. Decken sie sich nicht genau in der Ruhelage, so erhält man, da stets die der vollständigen Deckung entsprechenden Bewegungszustände des zu beobachtenden Körpers gesehen werden, intermittirende Eindrücke, welche einander in ungleichen Zeitintervallen folgen; diese Intervalle sind dann abwechselnd kleiner und gröfser. Eine Beobachtungsweise, welche mit diesem Fehler behaftet wäre, kann leicht zu Irrthümern Veranlassung geben. Da ferner vollkommenes Parallelstellen der Schlitze bei der beschriebenen Einrichtung schwer zu erreichen ist, so wurde dicht neben die Schirme ein kleines Schauloch von 3_{mm} Durchmesser fest angebracht, so dafs stets nur durch eine ganz bestimmte Stelle an den Schlitzen beobachtet wurde.

tude; in den Stromkreis der Elemente, durch die sie in Gang erhalten wurde, war ein empfindliches Rheometer eingeschaltet und ein bestimmter Ausschlagswinkel der Nadel hervorgerufen, welcher dann stundenlang constant blieb. Durch passende Verschiebung der an der Beobachtungsgabel befindlichen Laufgewichte liefs sich für die tiefste Gabel (Ut_{-1}) ohne Schwierigkeit die stroboskopische Schwingung bis auf die Dauer von einer Minute verlangsamen, ohne dafs sprungweise Aenderungen oder überhaupt Unregelmäfsigkeiten in der Bewegung bemerkbar geworden wären. In Erwägung, dafs die stroboskopische Bewegung durch die Differenz der Schwingungszahlen der beiden Stimmgabeln hervorgebracht wird, ist dies ein Beweis für den aufserordentlich regelmäfsigen Verlauf der Stimmgabelvibrationen. Ich bemerke an dieser Stelle, dafs ich durch stroboskopische Beobachtung die Gleichförmigkeit der Stimmgabelbewegung direct verglichen habe mit jener eines selbst regulirenden Motors nach Helmholtz[1]), wobei sich ergeben hat, dafs die Stimmgabelbewegung an Regelmäfsigkeit bei Weitem überlegen ist.

Die Gabeln gehen selbstverständlich je nach ihrer Höhe verschieden schwer; im Folgenden gebe ich die Amplituden einiger Gabeln bei der Selbstanregung durch die gleichzeitig namhaft gemachte Zahl von galvanischen Bechern und günstigster Stellung der Elektromagnete.

Gabel	Doppel-Amplitude	Daniell'sche Becher
Ut_{-1}	5^{mm}	2
Ut_1	3,5	3
Ut_2	2	4
Sol_2	1,5	6
Ut_3	0,5	8

Man sieht, dafs die höchste Gabel schon sehr kleine Amplituden hat, und dafs hierbei also enge Spalten nöthig

1) H. Helmholtz, Tonempfindungen, dritte Ausg. S. 580. S. Exner, Wiener Sitzungsberichte Bd. LVIII, Heft III.

sind; diese Gabel wäre mit einem beweglichen Spalt, welcher vor einem fixen schwingt, nicht wohl zu brauchen. Für gröfsere Schwingungszahlen ist daher kaum an eine Benutzung der Stimmgabel zu stroboskopischen Zwecken zu denken, vielmehr dürfte dann die rotirende Spaltscheibe (durch Helmholtz's elektromagnetischen, selbstregulirenden Motor getrieben) das allein anwendbare Mittel seyn.

Ich gehe nun zur ausführlichen Besprechung der Beobachtungen über.

Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Amplitude. Schwingungs- und Beobachtungsgabel haben nahe die gleiche Schwingungsdauer (Ut_{-1}). Da sich die Schlitze der Beobachtungsgabel bei jeder Schwingung zweimal kreuzen, so erhält man beim Durchsehen Doppelbilder von der an der Zinke der Schwingungsgabel befestigten Nadelspitze; diese Bilder schwingen stroboskopisch gegen einander und kreuzen sich bei richtig gestellten Schlitzen genau an derselben Stelle, der Ruhelage der Spitze. Der Moment der Durchkreuzung ist mit grofser Schärfe zu beobachten. Es konnten nun mittelst eines Tasterschlüssels auf dem Papier eines Morse-Schreibers diese Zeitpunkte der Durchkreuzung registrirt werden; auf demselben Papier entstanden aber auch Secundenmarken, die durch das Pendel einer Uhr, welches bei jedem Schlage einen Strom schlofs, aufgezeichnet wurden. Die Abstände der Beobachtungsmarken und der Secundenmarken wurden nun gemessen und gaben, da das Papier (während einer Secunde) hinlänglich gleichmäfsig lief, direct die Zeiten in Secunden ausgedrückt. Bei der erwähnten Markirung des Momentes, wann sich die beiden Bilder der Nadelspitze durchkreuzen, erhält man die Zeit der stroboskopischen Halbschwingung. Der Fehler bei der Registrirung der Durchkreuzungen übersteigt im Allgemeinen nicht $0{,}05^{sec}$; ich verzeichnete, um mich davon zu überzeugen, die Schwingungen eines Magneten, der in einem Holzkasten, also ohne Dämpfung, mit sehr kleinen Ausweichungen schwang; diese Schwingungen sind als isochron anzusehen; die Beobachtung ergab;

8,67^{sec}, 8,64, 8,69, 8,67, 8,62, 8,60, 8,61,
8,66, 8,65, 8,68.

Diese Zahlen weichen von dem Mittelwerthe 8,649 noch nicht um $\pm 0{,}05^{sec}$ ab; meine Beobachtungen der schwingenden Stimmgabel dürften daher wohl bis auf $0{,}1^{sec}$ Vertrauen verdienen.

Um die erhaltenen Zeiten auf absolutes Maafs zu reduciren, ist die Kenntnifs der Schwingungszahl von Beobachtungs- oder Schwingungsgabel erforderlich, sowie noch zu ermitteln bleibt, welche von den beiden Gabeln der anderen voraneilt. Das Voraneilen resp. Zurückbleiben einer Gabel gegen die andere beträgt für eine stroboskopische Ganzschwingung gerade eine Schwingung. Es sind nun in der nachstehenden Tabelle die zusammen gehörigen, direct durch Beobachtung gefundenen Werthe der stroboskopischen Ganzschwingung ϑ und der Amplitude A der Beobachtungsgabel aufgeführt; ϑ ist dabei das Mittel aus je 20 bis 30 unter einander sehr gut harmonirenden Werthen. Die Gröfse A wurde derart bestimmt, dafs ein zweiter Beobachter durch ein Fernrohr die vor der Glastheilung schwingende Nadelspitze ansah. Beim Schwingen der Gabel erscheint das Bild der Spitze als nebelartiger Fächer, der von zwei dunklen, ziemlich scharfen Rändern begränzt ist. Die Distanz dieser Ränder, die sich gut beobachten liefsen, gab nun den Werth $2A$; dabei änderte sich bei einem bestimmten ϑ die Gröfse A jedenfalls nicht um $\frac{1}{4}^{mm}$. Die Veränderungen der Amplitude der Schwingungsgabel konnten entweder durch Verstellung des Quecksilbernäpfchens, wodurch sich die Dauer der elektromagnetischen Wirkung bei gleichbleibender Stärke derselben ändert, oder auch durch Vermehrung resp. Verminderung der die Gabel treibenden Daniell'schen Elemente erzielt werden. So lange es anging, behielt ich stets die gleiche Stromstärke (3 Daniell) bei. Die Beobachtungsgabel hatte wie erwähnt die constante Amplitude von $1{,}5^{mm}$ und wurde durch 2 Daniell'sche Elemente getrieben.

Aus der nachfolgenden Tabelle ist unmittelbar ersichtlich, dafs die Schwingungszeit T mit der Amplitude we-

sentlich wächst und sich bei kleinsten Amplituden asymptotisch einem Gränzwerthe nähert.

A	ϑ	N	T
mm	sec		
10,25	9,30	31,892	0,0313578
7,82	14,64	31,932	0,0313165
4,54	19,34	31,948	0,0313009
2,23	22,72	31,956	0,0312930
1,86	23,40	31,957	0,0312920
1,19	24,36	31,959	0,0312901

Da mir kein Phonautograph zur absoluten Ermittlung der Schwingungszahl einer der Gabeln zu Gebote stand, nahm ich die von dem Verfertiger an den Zinken der Beobachtungsgabel aufgeschriebenen Zahlen als die richtigen an. Demnach betrug bei dieser Versuchsreihe die Schwingungszahl der Beobachtungsgabel 32,0. Da es sich hier überhaupt nur um die Veränderung der Schwingungszeit bei Aenderung der Amplitude handelt, so ist die genaue Kenntnifs der absoluten Schwingungszeit nur von untergeordneter Bedeutung. Durch aufgesetzte Wachsklümpchen überzeugte ich mich, dafs bei diesen Versuchen die Schwingungsgabel stets langsamer schwang als die Beobachtungsgabel, so dafs wenn S die Anzahl der Schwingungen für die Schwingungsgabel, B jene für die Beobachtungsgabel während der Zeit ϑ bedeuten, $S = B - 1$ zu setzen ist: demgemäfs ist unter N die sich ergebende Schwingungszahl pro Secunde für die entsprechenden Amplituden der Schwingungsgabel aufgeführt, unter T die zu den Schwingungszahlen zugehörigen Schwingungszeiten. Wie die Tabelle zeigt, wächst die Dauer der stroboskopischen Schwingung mit abnehmender Amplitude; mit Rücksicht auf das eben angeführte Verhältnifs beider Gabeln bedeutet diefs, dafs die Schwingungsdauer der untersuchten Stimmgabel mit zunehmender Amplitude wächst, dafs also die Bewegung der elektromagnetisch angeregten Gabel (für die beobachteten Excursionen) jedenfalls keine einfache Pendelschwingung ist[1]). Es besteht nun die Be-

1) Helmholtz, Pogg. Annalen Bd. XCIX, S. 507.

ziehung $\vartheta = \frac{S}{N} = S \,.\, T = (B - 1)\, T$, und da in unserem Falle $B = 32\ \vartheta$ ist, so folgt

$$\vartheta = \frac{T}{32\, T - 1}.$$

Die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Amplitude wird am zweckmäfsigsten durch folgende empirische Gleichung dargestellt

$$T = f(\alpha) = P + Q\alpha^2 + \ldots,$$

wo $\alpha = \frac{A}{L}$ das Verhältnifs von Amplitude und Zinkenlänge bedeutet; dann ist

$$\vartheta = \frac{P + Q\alpha^2}{32\,(P + Q\alpha^2) - 1},$$

welche Gleichung für den Gränzfall $\alpha = 0$ giebt

$$\vartheta_0 = \frac{P}{32\, P - 1}.$$

Versucht man graphisch den Zusammenhang zwischen ϑ (Abscisse) und α (Ordinate) darzustellen, so erhält man eine Curve, deren Verlauf hinreichend regelmäfsig ist, um daraus durch graphische Interpolation den Durchschnittspunkt mit der Abscissenaxe $\vartheta = 25{,}5$ abzuleiten. Für diesen Punkt ist aber $\alpha = 0$, daher $\vartheta_0 = 25{,}5 = \frac{P}{32\, P - 1}$; daraus folgt $P = 0{,}0312883$; $\frac{1}{P} = 31{,}9608$. $\frac{1}{P}$ ist die Anzahl der Schwingungen der Gabel pro Secunde für unendlich kleine Ausweichungen. Ferner ergiebt sich

$$Q = \left(\frac{\vartheta}{32\,\vartheta - 1} - P\right) : \alpha^2;$$

rechnet man mit den zusammengehörigen Werthen von ϑ und α den Werth dieses Quotienten, so folgt als Mittel $Q = 0{,}10653$.

Die Werthe der Coëfficienten P und Q ändern sich selbstverständlich mit den Dimensionen und der Beschaffenheit der Stimmgabel. Bei den auf die obige Tabelle sich beziehenden Beobachtungen wurde die Schwingungsgabel immer durch drei Daniell'sche Elemente getrieben und

die Aenderungen der Amplitude nur durch Verstellung des Quecksilbergefäſses hervorgerufen.

Ich erlaube mir noch die Resultate einer zweiten unter geänderten Verhältnissen ausgeführten Beobachtungsreihe beizufügen. Hierbei waren nämlich die Zinken der beobachteten Gabel anders gegen die Elektromagnete gestellt und zwar derart, daſs die magnetische Zugkraft mit etwas kürzerem Hebelarme wirkte; ferner wurde bei diesen Versuchen die Abnahme der Amplitude durch Verringerung der Elementenzahl bewirkt. Es ergaben sich aus je 40 bis 50 Beobachtungen folgende Mittelwerthe:

A	ϑ	T
mm	sec	sec
11,58	7,35	0,0310907
7,56	11,01	0,0310467
4,18	13,03	0,0310332

Die Coëfficienten P und Q nehmen nun, da die Schwingungszahl der Beobachtungsgabel diesmal 32,3 betrug, die Werthe an $P = 0{,}0310260$, $Q = 0{,}05540$, $\frac{1}{P} = 32{,}231$; die Gabel schwang also bei der zweiten Beobachtung merklich schneller. Die Thatsache, daſs die Stimmgabel, wenn die Elektromagnete näher gegen den Fuſs derselben auf die Zinken wirken, bei kleinerem Drehmoment der magnetischen Kräfte ihre Schwingungen rascher vollführt, habe ich für ein und dieselbe Amplitude ($A = 10{,}87$) constatirt, als ich den Stiel der Gabel absichtlich den Elektromagneten stark näherte; dabei blieb die Contactspitze am Zinkenende befestigt (der Quecksilbernapf wurde entsprechend hinausgeschoben) und war jedesmal die Zahl der anregenden Elemente die gleiche. Die anfangs beobachtete stroboskopische Zeit einer Schwingung war $9{,}04^{sec}$, jene bei Annäherung um etwa 2^{cm} 12,30, endlich bei noch weiterer Annäherung (um 3^{cm}) $13{,}72^{sec}$. Die berechneten Schwingungszahlen sind resp.: 31,78, 31,83, 31,85 Schwingungen. Es ist also die Wirkung in demselben Sinne,

wie jene von Laufgewichten, welche an den Gabelzinken verschiebbar angebracht sind, je mehr dieselben dem Fuſse genähert werden, desto schneller schwingt die Stimmgabel. Ich prüfte in derselben Weise noch eine andere Gabel, welche als Ton die nächst höhere Octave der früher benutzten gab; auch bei dieser war der Effect der Verstellung der gleiche, wie der oben erwähnte, wenn auch viel weniger auffallend. Es war nämlich die stroboskopische Zeit eine Schwingung, als die Zinkenenden zwischen den Elektromagneten standen = 7,01^{sec}; als die Magnete 3^{cm} näher gegen den Fuſs der Gabel standen, war die beobachtete Zeit 6,42, bei weiteren 3^{cm} war sie 6,26^{sec}; die Beobachtungsgabel schwang bei diesen Versuchen langsamer als die Schwingungsgabel, daher bedeutet die Verkleinerung der stroboskopischen Schwingungszeit ein schneller Schwingen der beobachteten Gabel. Es folgen daraus, weil die Beobachtungsgabel 64,0 Schwingungen machte, die Schwingungszahlen der betrachteten Gabel resp. 64,142, 64,156, 64,160.

Von sehr wesentlichem Einflusse auf Amplitude und Schwingungsdauer ist die Stellung des Quecksilbernapfes an der elektromagnetischen Gabel, wodurch die Dauer des Stromschlusses während einer Schwingung bedingt wird. Das Näpfchen wird von einer Schraube getragen und ist durch diese verstellbar; je mehr sie in die Höhe geschraubt wird, um so länger dauert der Stromschluſs, in Folge dessen wächst die Amplitude und mit dieser die Schwingungsdauer. Zur Ermittlung dieses Einflusses wurde bei der Beobachtung das Quecksilbernäpfchen zuerst genau so gestellt, daſs in der Ruhelage der Zinken die Contactspitze eben das Quecksilber berührte, der Strom also von der schwingenden Gabel in dem Augenblicke geschlossen wurde, als die Zinken die Ruhelage passiren. Es wurde dann das Näpfchen um je eine Schraubenganghöhe (= 0,784^{mm}) höher gestellt und die Veränderung in Schwingungsdauer und Amplitude gemessen; das gleiche geschah, wenn das Näpfchen um je eine Ganghöhe tiefer

gestellt wurde. Die folgende kleine Tabelle enthält einen Auszug aus den Beobachtungen. Die Zahlen der ersten Columne geben die Stellung des Quecksilbernapfes an und zwar bedeuten die positiven und negativen Zahlen, um wie viel Ganghöhen das Quecksilber des Näpfchens höher oder tiefer stand, als die Ruhelage der Contactspitze war. Ferner sind die stroboskopischen Schwingungszeiten ϑ und die doppelten Amplituden der schwingenden Gabel $2A$, endlich die jedesmal an der Tangentenbussole beobachteten Ausschlagswinkel φ angeführt.

	ϑ	$2A$	φ
	sec	mm	
5	92,96	11,45	39°
4	35,42	11,35	35
3	24,34	10,65	$32\frac{1}{2}$
2	18,38	10,30	30
1	16,28	9,65	27
0	15,60	9,40	23
—1	14,42	8,45	$20\frac{1}{2}$
—2	13,98	7,55	14
—3	13,30	6,15	12

Das Gröfserwerden der stroboskopischen Schwingungsdauer ϑ bedeutet ein Wachsen der wirklichen Schwingungszeit. Die den Stellungen 5, 0, —3 entsprechenden Schwingungszahlen sind demnach resp. 32,011, 32,064, 32,075 Schwingungen. Die Schwingungsgabel wurde dabei nur mit zwei Elementen in Gang erhalten.

Schliefslich ist noch für die Amplitude bei gleicher Stromstärke und Stellung des Quecksilbernapfes maafsgebend, die Entfernung der Elektromagnete von den Zinken der Stimmgabel. Da die Magnetpole grofse Eisenschrauben sind, welche den Zinken genähert und von ihnen entfernt werden können, so läfst sich dadurch leicht für die verschiedenen Gabeln die günstigste Stellung der Magnete erzielen. Im Allgemeinen wächst mit der Annäherung der Pole an die Zinken die Amplitude der Gabel rasch. Bei den Versuchen blieb die Stellung der Elektromagnete der beobachteten Gabel ungeändert.

Bewegungsform der Gabel. Es ist nun nicht ohne Interesse, nachdem festgestellt ist, dafs die Bewegung der Endpunkte der Stimmgabelzinke bei den beobachteten Elongationen nicht dem Gesetze der einfachen Pendelschwingung folgt, zu versuchen, ob sich auf stroboskopischem Wege die in der Schwingungsform der elektromagnetisch angeregten Stimmgabel enthaltenen Theilbewegungen bestimmen lassen. Weil die Bewegung eine periodische ist, so mufs sich das Gesetz derselben in der Form darstellen lassen:

$$1) \qquad y = a_1 \sin 2\pi \frac{t}{T} + b_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} + a_2 \sin \frac{4\pi t}{T} + b_2 \cos \frac{4\pi t}{T} + \ldots,$$

wo y die Ausweichung von der Ruhelage zur Zeit t, a_1, b_1, a_2, $b_2 \ldots$, constante Gröfsen bedeuten. Der Gleichung 1) kann man bekanntlich auch die Form

$$2) \qquad y = A_1 \sin 2\pi \frac{t+\vartheta_1}{T} + A_2 \sin 4\pi \frac{t+\vartheta_2}{T} + \ldots$$

geben, da die mit gleichen Indices bezeichneten Gliederpaare der Reihe 1) je eine einfache Sinusschwingung mit Schwingungszeiten, welche resp. T, $\frac{T}{2}$, $\frac{T}{3}$, ... sind, darstellen. Die resultirenden Amplituden A sind allgemein gegeben durch die Gleichung

$$A^2 = a^2 + b^2,$$

die Gröfsen ϑ, welche die Phasen bestimmen, durch

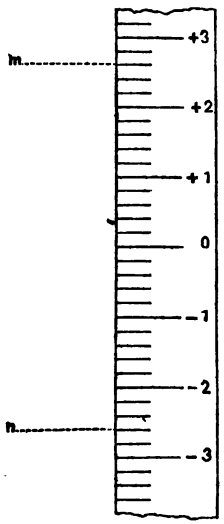
$$\vartheta_n = \frac{T}{2\pi \cdot n} \text{ arc tg } \frac{b_n}{a_n}.$$

Physikalisch stellt die Gleichung 2) bekanntlich das gleichzeitige Vorhandensein von Schwingungen dar, welche zu dem Grundton, dessen Schwingungszeit T ist, harmonische Obertöne bilden. Es ist übrigens auch von vornherein ersichtlich, dafs nur solche Schwingungen in nachweisbarem Grade in der Bewegungsform der Zinken dauernd werden bestehen können, deren Schwingungszahlen ein ganzes Vielfaches von jener des Grundtones sind,

andere Schwingungen müssen nämlich falls sie entstehen sollten, wegen der elektromagnetischen Anregung, für deren Periode unbedingt der Grundton ausschlaggebend ist, schnell unterdrückt werden. Ich überzeugte mich auch direct, dafs der unharmonische höhere Nebenton der Stimmgabel, welchem eine Schwingungszahl von etwa 6,5 (jene des Grundtones = 1 gesetzt) zukommt und der beim Anschlagen der Gabel sehr vernehmlich war, bei der elektromagnetisch angeregten Gabel nicht vorhanden war. Aufserdem spricht für das Auftreten von harmonischen Obertönen der Umstand; dafs die Ausweichungen der Zinken von der Ruhelage bei der untersuchten Stimmgabel so bedeutend sind, dafs die Proportionalität der elastischen Kraft mit der Elongation sicher nicht mehr genau stattfindet; dadurch entsteht aber immer eine Zusammensetzung von Schwingungsbewegungen, die dem Grundton und seinen harmonischen Obertönen entsprechen[1]). Weil die stroboskopische Beobachtung den thatsächlich stattfindenden Bewegungsvorgang getreu, nur sehr verlangsamt giebt, so kann man, indem man für bekannte Werthe der Ordinate y die zugehörigen stroboskopischen Zeiten ermittelt (die Zeiten stets gezählt vom Momente des Durchganges durch die Ruhelage) mit Hülfe der Gleichung 1) die Werthe von a_1, b_1, a_2, b_2 .... bestimmen; die Zahl der auf diese Weise bestimmbaren Gröfsen ist dabei durch die Anzahl der beobachteten y bedingt. Die Glasscale, vor welcher die an der Stimmgabelzinke befestigte Nadelspitze schwang, war so getheilt, dafs 100 Theilstriche derselben gleich 74,5^{mm} waren. Der Abstand von je 5 Theilstrichen dieser Scale sey = 1 gesetzt und die Elongationen der Nadelspitze auf diese Einheit bezogen. Es wurden nun die stroboskopischen Zeiten registrirt, wann die Ausweichung der Nadelspitze gerade 0, ± 1, ± 2 betrug; auch die Amplitude wurde gleichzeitig beobachtet, doch erwies sich ein Registriren der Zeiten der gröfsten $\pm$ Ausweichung nicht immer vortheilhaft, weil

1) Helmholtz, Tonempfindungen S. 249 und Pogg. Ann. Bd. 99.

der Moment des Umkehrens der in Bewegung begriffenen Spitze, namentlich bei langdauernder stroboskopischer Bewegung, nicht genau genug erfafst werden konnte. Dagegen waren die Zeitpunkte für die Ordinatenwerthe ± 1, ± 2 sehr gut zu beobachten, ganz besonders aber für die Ordinate 0, da sich die beiden stroboskopisch gesehenen Bilder der Spitze genau in der Ruhelage durchkreuzten. Die Schwingungsgabel wurde durch 3, die Beobachtungsgabel durch 2 Elemente getrieben; der Unterbrechungsfunke im Quecksilbernäpfchen[1]) der Schwingungsgabel konnte bei diesen Versuchen dadurch beseitigt werden, dafs in bekannter Weise eine Nebenschliefsung des Stromes durch ein mit Chlorcalciumlösung gefülltes kleines Gefäfs hergestellt wurde. Durch die Flüssigkeit entladet sich der in den Elektromagneten bei der Unterbrechung entstehende Extrastrom; dabei ist ein Einfluſs der Nebenschliefsung auf die Bewegung der Schwingungsgabel nicht bemerkbar.



Ich gebe im Folgenden einen Theil aus einer auf die beschriebene Weise erhaltenen Registrirungsreihe. Die Zeit in Secunden, welche die Spitze braucht, um von 0 bis $+1$ zu kommen, heifse A, die Zeit für den Weg von $+1$ bis $+2$ sey B, jene, um die Strecke von $+2$ bis m und zurück zu hinterlegen, sey C; ferner bezeichnen D und E die Zeiten resp. für die Wege $+2$ bis $+1$ und $+1$ bis 0. In gleicher Weise sollen A', B', C', D', E' die Zeiten für den zweiten Theil der Schwingung von 0 bis n und zurück darstellen.

1) Das Quecksilber war nicht mit Alkohol bedeckt.

A	B	C	D	E	A'	B'	C'	D'	E'	S
2,1	2,6	6,8	2,6	2,2	2,0	2,7	6,7	3,0	1,9	32,6
2,2	2,6	6,7	2,7	2,1	2,0	2,5	7,0	2,6	2,1	32,5
2,0	2,4	7,1	2,6	2,1	1,9	2,7	6,8	2,7	2,2	32,5

Unter S ist die Summe der in derselben Horizontalreihe stehenden Einzelzeiten, also die stroboskopische Dauer der Ganzschwingung verstanden. Die Amplitude der Schwingung betrug 13 Theilstriche der Scala, also 2,6 Einheiten und erhielt sich während der Zeit der Beobachtungen unverändert. Die Angabe der Amplitude kann möglicherweise mit einem Fehler von etwa $\frac{1}{4}$ eines Theilstriches behaftet seyn, der Fehler der Amplitudenbestimmung kann sich also bis auf 0,05 Einheiten belaufen. Solcher Beobachtungen habe ich nun möglichst viele und mit verschiedener stroboskopischer Schwingungsdauer angestellt; dieselbe variirte bei den einzelnen Versuchsreihen von ungefähr 12 bis gegen 40 Secunden, blieb jedoch bei einer und derselben Beobachtungsreihe immer hinreichend nahe constant. Die stroboskopische Zeit noch gröfser zu wählen gewährt kaum einen Vortheil. Das Mittel aus 20 Beobachtungen jener Versuchsreihe, welcher die angeführte Tabelle entnommen ist, ergab nun folgende Werthe für die Zeiten

A	B	C	D	E	A'	B'	C'	D'	E'	S
2,15	2,53	7,08	2,64	2,09	2,07	2,59	6,85	2,66	2,16	32,82.

Construirt man die zu den als Abscissen betrachteten Zeiten: 0, A, $A+B$, $A+B+C$, ... gehörigen Ordinaten 0, $+1$, $+2$, $+2$ ...., so erhält man durch Verbindung der so gefundenen Punkte ein Bild der Schwingungscurve der beobachteten Zinke. Diese Curve weicht von einer Sinuscurve, die einer Pendelschwingung von gleicher Dauer und Amplitude angehört, ein Wenig ab. (In Fig. 2 Taf. III bedeutet die ausgezogene Curve die Sinuslinie, die punktirte Linie stellt die der Beobachtung entsprechende Schwingungscurve dar; die Abweichungen der

Curven von einander sind etwas auffälliger gezeichnet.) Die Abweichungen der Curven von einander liegen in engen Gränzen; in dem unter der Abscissenaxe gelegenen Theile der Curve sind die Unterschiede gröfser, als in jenem oberhalb derselben, sie reichen in Zeit ausgedrückt bis nahe $0{,}4^{sec}$, liegen also jedenfalls aufserhalb der Fehlergränze der Registrirung: in dem oberen Theile sind sie in Maximo etwa $0{,}2^{sec}$. Der Theil der Schwingungscurve, welcher unterhalb der Abscissenlinie liegt, bezieht sich auf die Zeit, während welcher der Platinstift in's Quecksilbernäpfchen taucht und der Strom geschlossen ist, während welcher also die Elektromagnete der Stimmgabel die Zinken auseinanderziehen. Man bemerkt ferner, dafs die Bewegung auf der ersten Hälfte der unterhalb der Axe liegenden Bahn etwas verzögert ist, denn es gehört zu einem bestimmten Ordinatenwerthe der Schwingungscurve eine etwas gröfsere Zeitabscisse, als zu derselben Ordinate der Sinuscurve; auf der zweiten Hälfte des unterhalb der Abscissenlinie liegenden Theiles ist die Bewegung hingegen beschleunigt. Ich glaube auch hervorheben zu sollen, dafs die Zeit für die Schwingung mit positiven Ordinatenwerthen gröfser ist, als jene für den zweiten Theil, dem die negativen Ordinaten angehören.

Die bisher angeführten Unterschiede zwischen der nach den Beobachtungen construirten Schwingungscurve und einer Sinuscurve sind zwar merklich, aber doch so gering, dafs dieselben möglicherweise noch durch kleine zufällige Unregelmäfsigkeiten erklärt werden könnten; nun finden sich aber bei jedem stroboskopisch beobachteten und construirten Schwingungsverlaufe, deren ich eine gröfsere Zahl zeichnete, ganz analoge Abweichungen der erhaltenen Curve von der Sinuslinie, obwohl die stroboskopischen Zeiten S bei den einzelnen Versuchsreihen ziemlich verschieden waren. Es wurde bei manchen Beobachtungen auch der Moment der gröfsten $\pm$ Ausweichung registrirt, was freilich des oben erwähnten Grundes wegen nur bei kürzerer stroboskopischer Dauer mit Genauigkeit möglich

war; es fällt dabei auf ,dafs der Abscissenwerth für die ± Amplitude der Schwingungscurve stets kleiner ist, als jener für die gröfste ± Ordinate der Sinuscurve. Ferner ersieht man aus den verzeichneten Curven, dafs die Summe der Zeiten, während sich die Zinke nach aufwärts bewegt, kleiner ist, als die Zeit der Abwärtsbewegung; diese Thatsache scheint zu beweisen, dafs in Folge der elektromagnetischen Einwirkung die Gabelzinke rascher den höchsten Punkt ihrer Bahn erreicht, als ein daneben mit gleicher Amplitude und Dauer pendelartig schwingender Körper, ebenso erreicht die Zinke auch ein wenig früher den tiefsten Punkt ihrer Bahn, als dies nach dem Pendelgesetze der Fall wäre.

Es mufs nun in der That die Zeit, während welcher die Zinken einer elektromagnetisch angeregten Stimmgabel auseinander schwingen, kürzer seyn, als jene, die sie zum Zusammenschwingen benöthigen, wenn sich auch der Unterschied möglicherweise der Beobachtung entzieht. Bei den Versuchen, den Unterschied derart durch Beobachtung zu ermitteln, stellte ich neben die Gabel zwei Nadeln in einem Abstande von einander auf, der kleiner war, als die doppelte Excursion der an der Schwingungsgabel befestigten Spitze. Es wurde die Zeit registrirt, welche ein stroboskopisches Bild gebrauchte, um die Distanz der Nadeln einmal in dem einen, dann im entgegengesetzten Sinne zu durchlaufen. Die aus einer gröfseren Zahl von Versuchen hervorgehenden Resultate liefsen auch wirklich einen kleinen Unterschied bemerken, welcher indefs bald in einem, bald in dem anderen Sinne ausfiel. Sei A die stroboskopische Zeit, welche die Spitze zur Hinterlegung der Nadeldistanz nach aufwärts benöthigt, B die Zeit für dieselbe Distanz bei der Bewegung nach abwärts, so ergab sich bald $A > B$, bald wieder $B > A$. Es war jedoch in letzterem Falle die Differenz $B - A$ stets gröfser, als $A - B$ im ersteren Falle. Die Ursache dieser Erscheinung liegt nun in einem parallaktischen Fehler, der daher rührt, dafs die beiden neben einander

schwingenden Spaltenschirme einen kleinen Zwischenraum zwischen sich haben müssen; je nachdem man das eine oder das andere der durch die stroboskopische Beobachtung entstandenen Doppelbilder verfolgt, addirt oder subtrahirt sich der Fehler zu der wirklichen Zeit. Der Fehler ist ferner um so gröfser, je weiter von der Ruhelage sich die beobachtete Spitze im Momente der Registrirung befindet, für den Durchgang durch die Ruhelage ist er gleich Null. Mit diesem Fehler sind nun die auf den Tafeln verzeichneten Curven ebenfalls behaftet, da auch hier stets eines der Doppelbilder verfolgt wurde. Ueber die ungefähre Gröfse desselben läfst sich Folgendes sagen: Sind α_1 und β_1 die beobachteten Zeiten des Aufwärts- und Abwärtsschwingens für eines der beiden Bilder, α_2 und β_2 die entsprechenden Zeiten für das zweite Bild (die Zeit einer Ganzschwingung $\tau = 1$ gesetzt), bezeichnet ferner φ die Gröfse des parallaktischen Fehlers, so ergab sich als Mittel aus 9 Versuchsreihen, wo $B > A$ war, die Differenz $\beta_1 - \alpha_1 = 0{,}0171$; in 9 Versuchsreihen hingegen, wo $A > B$ folgte, war $\alpha_2 - \beta_2 = 0{,}0113$; demnach ist der Unterschied der wahren Werthe $\beta - \alpha = w = 0{,}0029$ und $\varphi = 0{,}0071$. Nun betrug die Schwingungsdauer τ im Mittel 11 Secunden, daher ist der absolute Werth des φ hiernach beiläufig $\varphi = 0{,}078$ Secunden, liegt also selbst für die gröfsten der auf den Tafeln registrirten Ordinatenwerthe an der Gränze des Beobachtungsfehlers. Die Bedeutung von w ist, dafs die Stimmgabelzinken auseinander schneller schwingen, als zusammen, und zwar ist nach diesen Versuchen der Unterschied der Zeiten nur etwa $\frac{3}{1000}$ der Schwingungsdauer.

Ich habe aber auch bei Vermeidung des parallaktischen Fehlers den Werth von w zu bestimmen gesucht. Da ich keine Stimmgabel mit 16 Schwingungen zur Hand hatte, wurde an einer Stahlschiene, welche einen Spaltenschirm trug, eine Contactspitze befestigt, die Schiene nahe an einen der Elektromagnete gestellt und nun wie eine Stimmgabel selbstthätig (durch 1 Dan.) in Schwingungen

erhalten. Ein zweiter Spaltenschirm ist fest neben der Schiene aufgestellt, so dafs sich die Schlitze in der Ruhelage der Schiene decken. Durch vorsichtige Veränderung der Länge der Schiene und entsprechende Beschwerung derselben läfst es sich erreichen, dafs man eine langsame stroboskopische Bewegung der Schwingungsgabel (Ut_{-1}) sieht, wobei aber nur ein Bild erscheint. Es wurden wieder zwei Nadeln etwa im Abstande von 18^{mm} befestigt und nun die Zeit des Hinauf- und Herabgehens registrirt. Aus sehr sorgfältig angestellten derartigen Versuchen (stroboskopische Schwingungsdauer circa 20 Secunden) ergaben sich für w folgende Resultate: 0,0064, 0,0095, 0,0104, also im Mittel $w = \beta - \alpha = 0{,}0087$, nach diesen Versuchen — bei allerdings etwas gröfserer Distanz der Nadeln — ist der gesuchte Unterschied nahe $= \frac{9}{1000}$ der Schwingungsdauer. Mit Berücksichtigung dieses Werthes von w folgt aus dem Früheren für φ: 0,0042 und 0,0100; das Mittel dieser Zahlen ist zufällig wieder $\varphi = 0{,}0071$.

Zusammensetzung aus Partialbewegungen. Um zu erfahren, aus welchen Partialschwingungen die beobachtete Bewegung der Gabel hauptsächlich zusammengesetzt ist, habe ich für die ersten sieben harmonischen Obertöne Resonatoren angefertigt; der tiefste Resonator war also auf den Ton mit 64 Schwingungen, die Octave der untersuchten Stimmgabel, abgestimmt. Es ergab sich nun, dafs bei einer Schwingungsamplitude der Zinken von 2,84 Einheiten (die Gabel durch 3 Dan. angeregt) der zweite und dritte Partialton sehr deutlich wahrgenommen werden konnten, der vierte schwächer, aber noch ziemlich gut vernehmbar war, den fünften und sechsten Partialton konnte ich nicht hören, vom achten war eine sehr schwache Spur zu bemerken. Es ist also, weil in der That nur die ersten Theiltöne auf die Schwingungsform merklichen Einfluſs nehmen, die Darstellung der Bewegung nach Gleichung 1) zulässig, wobei nur einige Glieder der Reihe berücksichtigt zu werden brauchen. Ich habe die Berechnung von Amplituden und Phasen unter Voraussetzung

des Vorhandenseyns der beiden ersten Partialtöne, also der vier ersten Glieder in 1), für einige Beobachtungsreihen ausgeführt und dabei im Ganzen nicht sehr differirende Resultate bekommen. So ergaben sich aus einer längeren Beobachtungsreihe, bei welcher die stroboskopische Schwingungsdauer $T = 29{,}00^{sec}$ war, für die Ordinatenwerthe 0, + 2, — 1, — 2 die resp. Mittelwerthe der zugehörigen Zeiten: 0, 3,57, 16,26 und 18,10; es folgen dann für die Coëfficienten die Werthe:

$$a_1 = +\,2{,}90014, \qquad b_1 = -\,0{,}04404$$
$$a_2 = +\,0{,}00500, \qquad b_2 = +\,0{,}04404.$$

Demnach ist $A_1 = 2{,}90047$, $A_2 = 0{,}04432$ und

$$2\pi \frac{\vartheta_1}{T} \cdot \frac{180}{\pi} = -\,0{,}87^0; \quad 4\pi \frac{\vartheta_2}{T} \cdot \frac{180}{\pi} = 83{,}55^0,$$

wobei die Phase von 0 bis π gezählt ist; da $T = 29{,}00^{sec}$ ist, so wird $\vartheta_1 = -\,0{,}079^{sec}$, $\vartheta_2 = +\,3{,}373^{sec}$.

Aehnliche Resultate ergaben die für andere Beobachtungsreihen ausgeführten Rechnungen. Auch unter der Annahme des Vorhandenseyns der drei ersten Partialtöne habe ich eine Rechnung angestellt, wobei also in der Reihe 1) die Glieder mit den Coëfficienten a_1, b_1, a_2, b_2 und a_3, b_3 angenommen wurden. Zu dieser Rechnung nahm ich die Werthe von $\frac{t}{T}$, welche als Mittel aus vier Beobachtungsreihen folgten, bei denen stets nahe die gleiche Amplitude 2,6 herrschte. Die zusammengehörigen Winkelwerthe von $2\pi \frac{t}{T}$ für die 10 beobachteten Ordinaten lieferten als Mittel:

Ordinate	1	2	2	1	0	—1	—2	—2	—1	0
$\frac{2\pi t}{T} \cdot \frac{180^0}{\pi}$	23,02	50,78	128,32	157,45	181,21	204,15	232,30	307,43	335,83	360,00

Die sich ergebenden Werthe sind:

$$a_1 = +2{,}57670, \quad b_1 = -0{,}02561$$
$$a_2 = +0{,}02751, \quad b_2 = +0{,}04885$$
$$a_3 = -0{,}02324, \quad b_3 = -0{,}03851;$$

aus diesen folgt:

$$A_1 = 2{,}57683, \quad A_2 = 0.05605, \quad A_3 = 0{,}04498;$$

$$2\pi \frac{\vartheta_1}{T} \cdot \frac{180}{\pi} = -0{,}569^0; \quad \vartheta_1 = -0{,}064 \text{ Sec.},$$

$$4\pi \frac{\vartheta_2}{T} \cdot \frac{180}{\pi} = 60{,}63^0; \quad \vartheta_2 = +3{,}392 \text{ Sec.},$$

$$6\pi \frac{\vartheta_3}{T} \cdot \frac{180}{\pi} = 211{,}12^0; \quad \vartheta_3 = +7{,}875 \text{ Sec.}$$

Das Amplitudenverhältnifs zwischen dem ersten und zweiten Partialtone wäre demnach $\frac{A_1}{A_2} = 46$, daher das Intensitätsverhältnifs dieser beiden Töne $\frac{A_1^2}{A_2^2} = 2116$; das Amplitudenverhältnifs zwischen dem zweiten und dritten Partialton $\frac{A_2}{A_3} = 1{,}25$, das Intensitätsverhältnifs $\frac{A_2^2}{A_3^2} = 1{,}55$. Den aufgeführten Resultaten gemäfs habe ich die Sinuscurven für die ersten drei Partialtöne nach Intensität und Phase construirt (Fig. 3 Taf. III), und man sieht, dafs durch Superposition dieser drei Curven sich eine Schwingungsform ergiebt, welche den thatsächlich beobachteten Ordinatenwerthen mit ziemlich bedeutender Genauigkeit genügt; die beobachteten Stellen der Schwingungscurve sind durch Punkte bezeichnet. Es scheint demnach nicht unwahrscheinlich, dafs die mit Hülfe der Resonatoren gehörten Töne in thatsächlich vorhandenen Bewegungen der Gabelzinken ihren Ursprung haben und nicht nur als Combinationstöne existiren.

Bestimmt man die gröfste positive und negative Ausweichung, so hat man 1) nach t zu differentiiren und die Gleichung $\frac{dy}{dt} = 0$ oder

$$0 = a_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} - b_1 \sin \frac{2\pi t}{T} + 2a_2 \cos 4\pi \frac{t}{T} - 2b_2 \sin \frac{4\pi t}{T}$$
$$+ 3a_3 \cos 6\pi \frac{t}{T} - 3b_3 \sin \frac{6\pi t}{T}$$

nach t aufzulösen. Man erhält dadurch zwei Werthe von t, welche den Phasenwinkeln 89° 56′ und 268° 5′ entsprechen und für die ± Amplitude die beiden Werthe

$$y_{+m} = 2{,}568156, \quad y_{-m} = -2{,}661950$$

liefern. Sucht man nun die Abscissenwerthe, welche für eine Pendelbewegung unter Voraussetzung einer mittleren Amplitude = 2,615053 und des gleichen T sich ergeben, so erhält man folgende Zusammenstellung:

Ordinate	Sinusschwingung	Beobachtete Schwingung	Differenz: Beob. — Sinusschwingung	
			in Winkelmaafs	in Zeitmaafs
	°	°	°	see
1	23,48	23,02	—0,46	—0,052
2	49,88	50,78	+0,90	+0,101
2	130,12	128,32	—1,80	—0,201
1	156,52	157,45	+0,93	+0,104
0	180,00	181,21	+1,21	+0,135
—1	203,48	204,15	+0,67	+0,075
—2	229,88	232,30	+2,58	+0,289
—2	310,12	307,43	—2,69	—0,301
—1	336,52	335,83	—0,79	—0,088
0	360,00	360,00	0,00	0,000

Die Differenzen zwischen den beobachteten Zeiten und den Zeiten, für welche die gleichen Ordinatenwerthe bei der einfachen Schwingungsbewegung stattfinden, sind zumeist gröfser, als die möglichen Beobachtungsfehler und man ersieht, dafs zwischen π und $\frac{3\pi}{2}$ die beobachteten Zeiten gröfser, zwischen $\frac{3\pi}{2}$ und 2π dagegen merklich kleiner sind, als die der Sinusschwingung zukommenden, wie sich denn dieser allgemeine Charakter aus sämmtlichen Constructionen übereinstimmend ergab.

Elektromagnetische Anregung. Als wichtig erscheint es endlich noch zu untersuchen, inwieweit die elektromagnetische Anregung die Schwingungszeit der Stimmgabel zu beeinflussen im Stande ist, ob sich also ein merklicher Unterschied in der Schwingungszeit für die freischwin-

gende und die durch die periodische magnetische Einwirkung in ihrer Bewegung modificirte Gabel nachweisen läfst. Unterbricht man plötzlich den Strom, der die Schwingungsgabel in Bewegung erhält, mittelst einer in den Stromkreis eingeschalteten Schlüsselvorrichtung, so nimmt die Amplitude der Schwingung, wie sich dies leicht beobachten läfst, anfangs rasch, später weniger rasch ab, so dafs, wenn man zur Darstellung des Verlaufes die Zeit als Abscisse, die zugehörige Amplitude als Ordinate aufträgt, man die Fig. 4, Taf. III ausgezogen gezeichnete Curve erhält; die Zeit wird von dem Augenblicke, in welchem der Strom unterbrochen wird, gezählt.

Um die stroboskopischen Schwingungzeiten und die zugehörigen Amplituden gleichzeitig zu erhalten, konnte ein Hülfsbeobachter auf demselben Telegraphenpapier, auf welchem die Schwingungen registrirt wurden, mit Hülfe eines zweiten Tasterschlüssels die Momente verzeichnen, in denen die Amplitude der schwingenden Gabelzinke während des Abschwingens bestimmte Werthe hatte. Man erhält somit die stroboskopischen Schwingungszeiten und die zugehörigen Amplitudenwerthe gleichzeitig aufgezeichnet. Da man jedoch auch die zu bestimmter Amplitude gehörige stroboskopische Zeit für den Fall, dafs die Gabel elektromagnetisch angeregt wird, kennt, so läfst sich dann ersehen, ob und wie die wirkliche Schwingungszeit durch die periodische Zugkraft beeinflufst wird. Es wurden auch solche Versuche angestellt, bei denen in beliebigem Augenblicke durch eine Hebelvorrichtung das Quecksilbergefäfs, in welches die Platinspitze der Gabel taucht, soweit gesenkt werden konnte, dafs die schwingende Gabel plötzlich sich ganz überlassen ist, wobei also das Abschwingen in Luft geschieht, während im ersten Falle, wo nur der Strom geöffnet wird, die Platinspitze während des Abschwingens noch immer in's Quecksilber eintaucht (Fig. 4, Taf. III, punktirte Curve). Beide Arten des Abschwingens wurden öfters wiederholt und aus den gut übereinstimmenden Resultaten der Mittelwerth genommen.

a) Abschwingen in Luft, die Amplitude vor dem Abschwingen betrug 14 Theilstriche der Scale (5 Versuchsreihen).

Amplitude (Theilstriche)	Strob. Zeit der Halbschwingung $\frac{\vartheta'}{2}$	Mittlere Amplitude (Theilstr.)	Stroboskopische Zeit		$\Delta = \vartheta - \vartheta'$
			für elektromagnetische Gabel ϑ	für abschwingende Gabel ϑ'	
14	sec 4,39	14	sec 8,8	sec 8,78	
13					
12					sec
11	7,34	11,65	13,0	14,68	−1,6
10					
9					
8					
7					
6	8,62	6,78	18,7	17,24	+1,5
5					
4	8,94	4,33	21,2	17,88	+3,4
3					
2	9,06	2,87	22,9	18,12	+4,8
1					

b) Abschwingen, wobei die Spitze während des Abschwingens in Quecksilber taucht; Amplitude vorher 14 Theilstriche (4 Versuchsreihen).

Amplitude (Theilstriche)	Strob. Zeit der Halbschwingung $\frac{\vartheta'}{2}$	Mittlere Amplitude (Theilstr.)	Stroboskopische Zeit		$\Delta = \vartheta - \vartheta'$
			für elektromagnetische Gabel ϑ	für abschwingende Gabel ϑ'	
14	sec 4,39	14	sec 8,8	sec 8,78	
13					
12	8,32	11,50	13,8	16,64	sec −2,8
11					
10					
9					
8					
7	9,68	6,19	19,2	19,36	−0,2
6					
5					
4	10,28	3,79	21,9	20,56	+1,3
3					
2					
1					

Es enthält in den beiden Tabellen die erste Columne die Amplitude, die zweite giebt die während des Abschwingens beobachtete stroboskopische Zeitdauer einer Halbschwingung; weil diese Dauer verhältnifsmäfsig lang ist, so müssen die zugehörigen mittleren Amplitudenwerthe aus dem Verlaufe der Curve, welche die Abnahme der Amplitude darstellt (Fig. 4, Taf. III), entnommen werden. Der Verlauf dieser Curven ist durch hinlänglich zahlreiche Punkte gegeben; die mittlere Amplitude innerhalb einer bestimmten Zeit t wird daher gefunden, indem man den über der Abscissenlänge t befindlichen Flächenraum durch die Zeit t dividirt. Ich habe die entsprechenden Flächenstücke mit Hülfe eines Planimeters ausgewerthet und die Mittelwerthe der Amplitude in der dritten Columne angeführt. Da auch der Zusammenhang zwischen Amplitude und stroboskopischer Schwingungsdauer für die unter elektromagnetischer Anregung schwingende Gabel durch anderweitige Beobachtungen bekannt ist, so sind hiernach in der vierten Columne die den mittleren Amplituden entsprechenden Schwingungszeiten ϑ beigeschrieben, während in der fünften die während des Abschwingens wirklich beobachteten Zeiten ϑ' stehen. Unter Δ endlich ist die Differenz zwischen den stroboskopischen Zeiten ϑ und ϑ' aufgeführt, und zwar ist Δ positiv, wenn die Schwingungsdauer für die unter magnetischem Einfluſs schwingende Gabel gröſser ist, als jene der frei schwingenden Gabel. Da nun bei den zuletzt angeführten Versuchen die Beobachtungsgabel schneller schwang, als die Schwingungsgabel, so ist ein Gröſserwerden der stroboskopischen Schwingungsdauer dadurch bedingt, daſs die Schwingungsgabel schneller schwingt. Das Resultat ist demnach: Wird die Stimmgabel elektromagnetisch angeregt, so schwingt sie für Amplituden, welche gröſser sind als etwa 9 Theilstriche (nahe 7^{mm}) langsamer, für solche die kleiner (als 7^{mm}) sind, schneller als eine frei in Luft schwingende Gabel bei gleicher Schwingungsamplitude; für das Abschwingen, wobei die Contactspitze während des Ab-

schwingens in Quecksilber taucht, ist die Amplitude, bei welcher die Schwingungen der freien und der magnetisch angeregten Gabel gleich lang dauern, etwa $4\frac{1}{2}^{mm}$. Für Ausweichungen, die kleiner sind, als die eben angeführten, ist die Schwingungsdauer der elektromagnetischen Gabel stets kleiner, als jene der frei schwingenden; die untersuchte Gabel macht also in Folge der Anregung ihre Schwingungen für nicht zu grofse Ausweichungen im Allgemeinen schneller, als es nur in Folge ihrer Elasticität geschehen würde.

Aehnliche Versuche habe ich auch bei kleinerer stroboskopischer Schwingungsdauer angestellt, wobei die Abnahme der Amplitude während einer stroboskopischen Halbschwingung nur etwa einen Theilstrich im Mittel betrug, und Resultate erhalten, welche mit den oben angeführten recht gut harmonirten. Mögen allerdings in den bisherigen Versuchen die mitunter sehr kleinen Differenzen eher Bedenken als Vertrauen zu erwecken geeignet seyn, so glaubte ich doch die Mittheilung dieser Beobachtungen nicht unterlassen zu sollen, da sie für eine richtige Beurtheilung der Leistungsfähigkeit der Methode und des Apparates von Belang seyn dürften. Der parallaktische Fehler ist bei allen Versuchen, bei denen es sich nur um Ermittlung der stroboskopischen Schwingungs- (resp. Halbschwingungs-) Dauer handelt, gleich Null.

Aenderung der Schwingungsdauer mit der Zeit. Bei genauer Beobachtung der stroboskopischen Dauer im Falle die Schwingungsgabel eben zu schwingen beginnt, zeigt sich, dafs die Zeit am Anfange der Bewegung meist etwas verschieden ist von jener, welche bei längerem Schwingen der Gabel eintritt. Hierauf abzielende Versuche wurden angestellt, nachdem die Schwingungsgabel längere Zeit hindurch, z. B. über Nacht, nicht in Gebrauch gewesen war. Damit die Aenderungen nicht etwa von der Beobachtungsgabel herrührten, wurde diese immer zuerst in Bewegung gesetzt und erst, nachdem sie einige Zeit in Gang war, wobei sich der Ausschlag des Galvanometers voll-

kommen unverändert erhielt, wurde die Schwingungsgabel in Vibration versetzt. Die Beobachtung begann dann, sobald die Schwingungsgabel eine constante Amplitude angenommen hatte, was meist nur wenige Secunden dauert. Es ergab sich bei einer gröfseren Zahl von Versuchen, dafs die stroboskopische Schwingungszeit zunahm und zwar im Mittel um beiläufig $\frac{1}{30}$ der Schwingungszeit: Die Schwingungsgabel schwang schneller als die Beobachtungsgabel. Da diese Gröfse die Beobachtungsfehler übersteigt — die mittlere Zeit einer Ganzschwingung war 6,7 Sec. — so folgt, dafs die wirkliche Schwingungsdauer im Anfange der Vibrationen etwas kleiner ist, als nachdem die Gabel bereits einige Zeit geschwungen hat. Dies dürfte vermuthlich darin begründet seyn, dafs die Elasticität des Stahls in Folge der durch die Schwingungen veränderten Molecularbeschaffenheit um ein Kleines abnimmt, auch könnte der Grund in dem bei längerem stationären Schwingen eintretenden geänderten Temperaturzustande zu suchen seyn.

Einfluſs der Luft. Zum Schlusse führe ich noch einen Versuch an, den ich angestellt habe, um den Einfluſs der Dichte der umgebenden Luft auf Amplitude und Schwingungsdauer einer Stimmgabel zu erfahren. Zu diesem Zwecke wurde die untersuchte Gabel (Ut_{-1}) in einen grofsen Cylinder aus dickem Zinkblech gebracht, der mit gufseisernen Deckeln luftdicht verschliefsbar war. In diesem Cylinder konnte nun die Luft sowohl verdünnt als auch comprimirt werden, wobei der herrschende Druck durch Manometer gemessen wurde. Durch einen der beiden Deckel waren die Zuleitungsdrähte für die Stimmgabel luftdicht eingeführt und durch zwei einander gegenüber stehende mit Glasplatten verschlossene Oeffnungen in der Mantelfläche des Cylinders wurde die Bewegung der Gabel stroboskopisch beobachtet. Es zeigte sich nun, dafs bei Compression der Luft die Amplitude stetig abnahm, während die stroboskopische Schwingungsdauer merklich gröfser wurde; dagegen wuchsen beim Verdün-

nen Amplitude sowohl, als Schwingungsdauer sehr bedeutend. Die Beobachtungsgabel schwang stets langsamer als die Schwingungsgabel, daher entspricht eine Aenderung der stroboskopischen Schwingungszeit einer in dem gleichen Sinne vor sich gehenden Aenderung der wirklichen Schwingungsdauer der beobachteten Gabel. Da es nun bekannt ist, dafs die Amplitude sehr maafsgebend für die Zeitdauer der Gabelschwingungen ist, so mufs man sich von dem Einflusse der Amplitude dadurch befreien, dafs man bei verschiedener Dichte der Luft im Recipienten stets die gleiche Amplitude herstellt. Dies kann aber dadurch geschehen, dafs man mit Hülfe eines Platindrahtrheocordes die Stromstärke des die Elektromagnete der Stimmgabel umkreisenden Stromes so lange verändert, bis die gewünschte Amplitude erreicht ist; die beobachteten Aenderungen der stroboskopischen Schwingungsdauer sind sodann nur durch die Dichte der umgebenden Luft bedingt.

Ich theile im Folgenden einen Auszug der Resultate einer Beobachtungsreihe mit; es wurde zuerst bei der Amplitude $A = 12$ Theilstriche (der Glasscale) beim herrschenden Atmosphärendrucke 740^{mm} die stroboskopische Schwingungszeit beobachtet; als hierauf beim Evacuiren die Dichte der Luft im Recipienten bis auf 165^{mm} sank, nahm die Amplitude bis auf 14 Theilstriche zu, desgleichen war die stroboskopische Zeit der Schwingung bedeutend gröfser. Nun wurde die Amplitude wieder auf 12 gebracht und die Dauer t der Halbschwingung registrirt. Das gleiche Verfahren für die übrigen in der Tabelle stehenden Werthe des Druckes ausgeführt, ergiebt folgende Zusammenstellung der Mittelwerthe:

	Druck	t
	mm	sec
Amplitude = 12	740	9,63
	165	7,33
	340	8,05
	440	8,46
	640	9,42
	740	9,81

Dafs sich t für den Druck 740 am Anfange und am Schlusse des Versuches um 0,2 Sec. verschieden ergiebt, darf nicht Wunder nehmen, da die Dauer eines solchen Versuches über $\frac{1}{2}$ Stunde betrug. Aehnlich war das Ergebnifs bei der Compression der Luft; es nahm die Amplitude von 11 auf $9\frac{3}{4}$ ab, als der Druck von 740 auf 1240^{mm} wuchs. Das Resultat eines derartigen Versuches war:

Amplitude = 11	Druck	t
	mm	sec
	740	7,23
	1240	8,94
	1020	8,28
	800	7,55

Endlich habe ich die Versuche auch so ausgeführt, dafs ich die Dauer der Schwingungen beim Drucke von 740^{mm} für jene Amplitudenwerthe bestimmte, welche die Gabel bei den verschiedenen Druckgröfsen angenommen hatte. Es ergab sich daraus für Compression:

Amplitude	Druck	t
$10\frac{1}{2}$	1300^{mm}	7,77
	740	6,86
11	1020	7,50
	740	7,20
$11\frac{1}{2}$	850	7,55
	740	7,36

für Verdünnung:

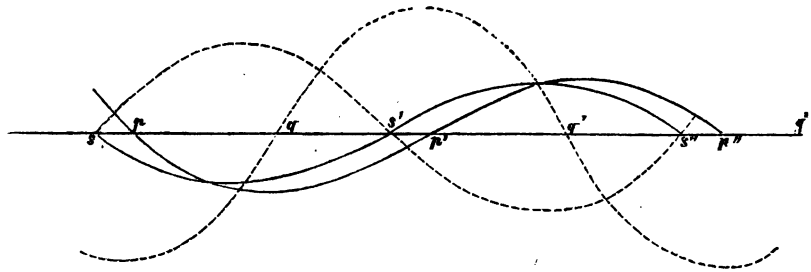
Amplitude	Druck	t
nahe 14	190	10,50
	740	39,7
13	440	9,08
	740	11,92
$12\frac{1}{2}$	590	8,85
	740	9,99

Aus den angeführten Resultaten geht also hervor, daſs die Schwingungsdauer einer Gabel bei ungeänderter Amplitude mit dem Drucke der sie umgebenden Luft wächst und abnimmt, wie dies ja durch die Veränderung des Trägheitsmomentes zunächst bedingt ist. Die Aenderung beträgt nach den übereinstimmenden Ergebnissen der früher angeführten Versuche nahe $\frac{1}{100}$ der Schwingungszeit (für Ut_{-1}) bei einer Druckänderung von einer halben Atmosphäre.

Versuche mit zwei Gabeln. Leitet man ein und denselben Strom durch zwei nahe gleichgestimmte elektromagnetische Stimmgabeln, wobei die Anordnung derart getroffen ist, daſs nur eine von ihnen den Strom selbstthätig unterbricht, so kann auch die andere Gabel dadurch in Schwingungen versetzt werden. Die Intensität der Schwingungen dieser Gabel, in deren Elektromagneten also der Strom durch die erste Gabel unterbrochen und hergestellt wird, hängt bei gleichbleibender Stromstärke wesentlich von dem Verhältniſs ab, in welchem die Schwingungszahlen der beiden Gabeln stehen; dabei muſs die mitgenommene Gabel im Allgemeinen die kleinere Schwingungszahl haben[1]). Nächst der Verstimmung ist die Entfernung zwischen Gabelzinken und Elektromagneten von groſsem Einfluſs auf das Mitschwingen, daher wurde die Stellung der Eisenkerne stets ungeändert erhalten. Beobachtet man nun durch Spaltenschirme, welche an den Zinken der ersten (unterbrechenden) Gabel befestigt sind, die zweite, so sieht man zwei ruhende Bilder derselben. Es läſst sich sodann durch Messung der Stellung dieser Bilder und der Amplitude der zweiten Gabel die Phase, welche die beiden

1) Helmholtz, Tonempfindungen Beilage IX, S. 609. Es ist $N > \nu$, wo N die Schwingungszahl der periodischen Kraft (oder eine ihr proportionale Zahl) für den Fall der stärksten Resonanz und ν die Schwingungszahl für den Eigenton des Körpers bezeichnen. Es muſs also die Schwingungszahl der periodischen Kraft (hier jene der unterbrechenden Gabel) für den Fall stärkster Resonanz gröſser seyn, als die des Eigentones (der mitgenommenen Gabel).

Stimmgabelschwingungen gegen einander haben, bestimmen, sowie auch ein Schluſs ziehen auf die Phase, welche zwischen dem Verlauf des Stromes und des durch ihn hervorgerufenen Magnetismus statt hat.



Es sey durch die Curve $ss's''$ (punktirt), die der Einfachheit wegen als Sinuscurve gezeichnet sey, der periodische Verlauf des Stromes, welcher die Elektromagnete der beiden Gabeln umfliefst, dargestellt; die ausgezogene Curve $ss's''$ stellt dann die gleichzeitige Bewegung der an der oberen Stimmgabelzinke befestigten Nadelspitze dar. Die Stellen s, s', s'' sind jene, welche der Ruhelage der unterbrechenden Gabel entsprechen; blickt man nun durch die Spaltenschlitze dieser Gabel nach der zweiten hin, so erhält man die zu den Punkten s, s', s'' gehörigen Ordinatenwerthe der Curve $pp'p''$, welche die Bewegung der oberen Zinke für die mitgenommene Gabel repräsentirt. Aus diesem Ordinatenwerthe und der zu messenden Amplitude der mitgenommenen Gabel findet sich sofort unter Zugrundelegung des Sinusgesetzes die Länge sp oder die Phase der mitgenommenen Gabel gegen die unterbrechende. Da nun die Bewegung der mitgenommenen Stimmgabel $pp'p''$ in der Weise erfolgt. dafs sie sich für den Fall des intensivsten Mitschwingens dem Verlaufe der magnetischen Kraft möglichst günstig anpafst[1]), so sey durch die Curve

1) Helmholtz a. a. O. Für das Maximum der Resonanz ist $\sin^2 \varepsilon = 1$, wobei ε den Phasenunterschied zwischen der Elongation der Masse und den wechselnden Werthen der Kraft bedeutet.

$qq'q''$ der periodische Verlauf der Kraft der Elektromagnete dargestellt. Ohne also etwas über den Wirkungsverlauf dieser Kraft auszusagen, können wir doch die Stellen q und q' auf der Zeitlinie als die Momente für Beginn und Ende desselben (angenähert) ansehen, wobei $pq : pp'' = 1 : 4$ ist. Das Verhältnifs von $sq : ss''$ würde sodann den Phasenunterschied zwischen dem Verlaufe von Strom und Magnetismus in den Elektromagneten der mitgenommenen Stimmgabel angeben. Durch eine grofse Reihe von Beobachtungen, angestellt mit zwei Stimmgabeln Ut_{-1}, von denen eine etwas tiefer gestimmt war, ergab sich auf diese Weise in dem Falle, wo das Mitschwingen der mitgenommenen Gabel ein gröfstes war, der Mittelwerth:

$$sp : ss'' = 0{,}070.$$

Um sicher zu seyn, dafs der Phasenunterschied zwischen beiden Gabeln nicht $(0{,}070 + 0{,}5)$ der Schwingungszeit beträgt, was sich wegen der doppelten Bilder aus den Beobachtungen nicht entscheiden liefs, wandte ich wieder die Stahlschiene mit Spaltenschirm an; dadurch erhielt ich einfache Bilder der beiden Gabeln und konnte nun deutlich sehen, dafs die unterbrechende der mitgenommenen etwas voraus war. Die Schiene schwang dabei so, dafs man die Bewegung der Gabeln rechtläufig sah, es war nämlich die Zeit, welche die Gabeln zu einer Schwingung brauchen, kleiner als die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Deckungen der Schlitze. Der Fall der stärksten Resonanz wurde durch allmälige sorgfältige Verstimmung der mitgenommenen Gabel, indem man auf ihre Zinken kleine Wachsklümpchen aufsetzte, erreicht. Der Grad der Verstimmung wurde sodann wenigstens annähernd dadurch ermittelt, dafs man jede der Gabeln für sich mit einem Strome, welcher an dem Rheometer den gleichen Ausschlagswinkel, wie der früher durch beide Gabeln geschickte Strom, hervorrief, selbstthätig betrieb und nun die Dauer der stroboskopischen Schwingung einer Gabel, durch die andere betrachtet, bestimmte. Das

Maximum des Mitschwingens trat bei diesen Gabeln dann ein, wenn die anregende in der Secunde etwa um $\frac{1}{50}$ Schwingung mehr machte, als die mitgenommene. Diese Zahl kann jedoch etwas variiren, ohne dafs die Intensität des Mitschwingens merklich anders wäre. Aufserdem wurde die Schwingungsamplitude der jetzt selbstthätigen Gabel gemessen und mit jener, welche stattfand, als die Gabel mitgenommen wurde, verglichen. Das Quecksilbernäpfchen war dabei so gestellt, dafs die Contactspitze in der Ruhelage die Oberfläche eben berührte. Die Amplitude der mitgenommenen Gabel war im Allgemeinen etwas kleiner, als für den Fall der selbstthätigen Unterbrechung bei gleicher Stromintensität. Das Verhältnifs beider in den angeführten Fällen war im Mittel 0,94; in ein paar Fällen aber gelang es die Amplitude der mitgenommenen Gabel gleich oder sogar ein wenig gröfser zu bekommen. Wurde die mitgenommene Gabel merklich weniger oder aber stärker verstimmt, so war die Intensität des Mitschwingens erheblich schwächer, während gleichzeitig der Phasenunterschied der beiden Gabeln sich rasch änderte. Als die Amplitude der stark verstimmten mitgenommenen Gabel nur etwa $\frac{1}{5}$ von jener betrug, welche sie beim stärksten Mitschwingen angenommen hatte, war der Phasenunterschied $sp = 0{,}25$, betrug also $\frac{1}{4}$ einer Schwingung. Für beide Gabeln zusammen waren drei Dan. hinreichend.

Die messenden Versuche lassen sich aber noch in einer anderen Weise ausführen, indem man die beiden Stimmgabeln, welche in den gemeinsamen Stromkreis eingeschaltet sind, mit einer dritten selbstständigen Gabel, deren Zinken Spaltenschirme tragen, beobachtet. Um einfache stroboskopische Bilder zu erhalten, nahm ich zwei Gabeln mit der Schwingungszahl 64 (Ut_1), von denen die eine unterbrach, während die andere, wie bei den früher angeführten Versuchen mitgenommen wurde; es genügten auch hier 3 Elemente. Die Elektromagnete waren dieselben, da einfach die Gabeln ausgewechselt wurden; die dritte

Gabel, mit deren Hülfe die Bewegung der beiden ersten angesehen wurde, machte 32 Schwingungen in der Secunde. Es war nun nur nöthig für beide Gabeln die Momente des Durchganges durch die Ruhelage zu registriren, woraus sich sofort, da auch die gemeinsame Zeit der stroboskopischen Schwingung bekannt ist, der Phasenunterschied ergiebt; aufserdem konnte die Schwingungsintensität der mitgenommenen Gabel in der gewöhnlichen Weise gemessen werden. Die Beobachtungsgabel wurde so abgestimmt, dafs sie den Bewegungsvorgang der beiden anderen Gabeln rechtläufig zeigte. Es ergab sich auch bei diesen Versuchen, die in gröfserer Zahl angestellt wurden, dafs die mitgenommene Gabel gegen die unterbrechende ein wenig zurück war und dafs sie beiläufig $\frac{1}{20}$ einer Schwingung tiefer gestimmt seyn mufste, damit die Schwingungen derselben am gröfsten wurden. Der Grad der Verstimmung folgte aus der Zeit, deren jede Gabel zu einer stroboskopischen Schwingung bedurfte, wenn jede für sich selbstthätig mit einem ebenso starken Strome, wie der vorher durch die Elektromagnete beider Gabeln verlaufende in Gang gesetzt wurde. Diese Zeitdauern aber folgten wieder aus den Beobachtungen durch die dritte Gabel. Die Resultate dieser Versuche ergaben in guter Uebereinstimmung, dafs der Phasenunterschied in der Bewegung der unterbrechenden und der mitgenommenen Gabel in Zeit 0,091 (die Zeit der Schwingung = 1 gesetzt) beträgt für den Fall des intensivsten Mitschwingens, das Amplitudenverhältnifs, in demselben Sinne wie früher verstanden, war im Mittel nur 0,87. Aenderte man die Verstimmung, so nahm die Amplitude der mitgenommenen Gabel ab, während die Phasendifferenz rasch gröfser wurde und bei sehr schwachem Mitschwingen, wobei freilich die Beobachtung etwas erschwert war, nahe den Werth 0,22 annahm.

Endlich habe ich auf dieselbe Weise noch zwei Gabeln Ut_2 (128 Schwingungen), die in einen Stromkreis (7 bis 8 Dan.) eingeschaltet waren, mit einer Gabel von

64 Schwingungen beobachtet; das Resultat war wieder ein ähnliches: die unterbrechende Gabel ist gegen die mitgenommene voraus, der Phasenunterschied beträgt im Mittel 0,124, die Stärke des Mitschwingens war jedoch bedeutend, so dafs die Amplitude der mitgenommenen Gabel meist gröfser war, als wenn diese selbstthätig unterbrechend bei gleicher Stromstärke in Schwingung erhalten wurde. Wenn man nach den Ergebnissen der oben angeführten Versuche die Phasendifferenz zwischen dem Verlaufe des Stromes und der Kraft unter der bisherigen Annahme bestimmt, so ergeben sich für das Verhältnifs $sq : ss''$ je nach den benutzten Stimmgabeln (Ut_{-1}, Ut_1, Ut_2) die Zahlen 0,320, 0,341, 0,374. Ob das Verhältnifs für gröfsere Schwingungszahlen ein ähnliches bleibt, müfste noch ermittelt werden; das aber geht auch aus diesen Versuchen hervor, dafs zwischen Strom und maximaler Wirkung des hervorgerufenen Magnetismus ein Zeitunterschied stattfindet [1]). Dafs übrigens die Amplitude der selbstthätigen Gabel im Allgemeinen gröfser ist als die der mitgenommenen, dürfte sich vielleicht daraus erklären, dafs der Grad der Verstimmung zwischen anregender und mitgenommener Gabel, welcher nöthig ist, um die ruhende Gabel in Mitschwingen zu versetzen, nicht mehr der gleiche ist für die schon mit starker Elongation (es war für Ut_{-1} die maximale Amplitude des Mitschwingens $= 6{,}6^{mm}$) bewegte Gabel, deren Schwingungsdauer — wie bekannt — gröfser ist: bei der selbstthätig unterbrechenden Gabel hingegen wächst mit der Amplitude der Schwingung auch die Dauer für die Periode der Kraft. Dieser Umstand kann möglicherweise die weniger günstige Stellung der Kraft (bei der selbstthätigen Anregung) überwiegen.

Zum Mechanismus der Selbstanregung. Bei der Bewegung der elektromagnetischen Stimmgabel findet im Allgemeinen derselbe Vorgang statt, wie bei einem Neef'schen Hammer. Die Bewegung wird nämlich dadurch unterhalten, dafs die Gabel selbst während des Schwin-

1) Wiedemann, Galvanismus, 2. Aufl. 2. Abth. S. 158.

gens einen Platinstift aus einem Quecksilbernäpfchen zieht, dadurch den Strom unterbricht, in Folge dessen der Magnetismus der Eisenkerne plötzlich abnimmt und die Zinken durch die Elasticität wieder gegen einander schwingen, wodurch der Strom neuerdings geschlossen wird. Dies ist wenigstens die jetzt meist gebräuchliche Einrichtung und ich setze dabei voraus, dafs der Platinstift so gestellt sey, dafs er bei der Ruhelage der Gabelzinken eben in das Quecksilber eintaucht. Wenn vom Momente des Eintauchens bis zum Momente des Herausziehens die magnetische Wirkung zwischen Anker und Gabel nur von der relativen Lage abhängig wäre, so würde die in Schwingung begriffene Gabel durch den Magnetismus nicht angeregt werden können, selbst wenn sie bei ihrer Bewegung keine Bewegungswiderstände (Reibung und Widerstand der Luft, Inductionsströme) zu überwinden hätte. Nehmen wir beispielsweise an, der Magnetismus des Elektromagneten sey constant vom Moment des Eintauchens bis zu dem des Unterbrechens, so könnte durch ihn in keinem Falle die Gabelschwingung angeregt, oder eine vorhandene Schwingung verstärkt werden (von den Widerständen abgesehen), da in diesem Falle die Gabel während der Zeit des Eintauchens des Contactstiftes gleichartige Beschleunigungen und Verzögerungen während des Hin- und Rückganges erfahren müfste; allgemein gesprochen, wenn das Potential des Elektromagneten auf die Gabel nur eine Function der gegenseitigen Lage wäre, so müfste mit Rücksicht auf die Widerstände die lebendige Kraft unter allen Umständen abnehmen. Daraus folgt aber, dafs das Potential bei gleicher Lage während des Hin- und Herschwingens nicht gleich ist, kurz, dafs in Uebereinstimmung mit den früher besprochenen Versuchen der Verlauf der magnetischen Kraftwirkung jenem des elektrischen Stromes nachfolgt. Nur auf diese Weise kann der Strom lebendige Kraft in der Gabel ansammeln. Es sind übrigens noch andere Umstände, welche hier Berücksichtigung verdienen. Der Strom wird nicht genau in dem Momente

geschlossen, in welchem der Stift die Ruhelage passirt, sondern später, denn dieser gräbt sich zuerst in die Quecksilberoberfläche eine kleine Grube, bevor er sie durchbricht. Viel bedeutender noch ist die Zeit, um welche die Stromöffnung verzögert wird dadurch, dafs das Quecksilber beim Herausziehen des Stiftes durch Adhäsion einen Faden bildet, man kann dies sehr auffallend bei stark schwingender Gabel sehen, wenn der Extrastrom nicht eliminirt ist. Es ist die Stelle, wo der Funke erscheint, wo also der Strom unterbrochen wird, beträchtlich über der Oberfläche des Quecksilbers gelegen. Endlich könnte dieser Funke selbst verzögernd auf die Stromunterbrechung oder beschleunigend auf den Contactstift einwirken, was aber wohl kaum der Fall ist, da die Beseitigung des Funkens keinen merklichen Einfluſs auf die Bewegung der Gabel zeigt. Zum gröfsten Theile ist aber der zuerst erwähnte Umstand maafsgebend, mag nun der Magnetismus in den Eisenkernen wirklich später beginnen und endigen als der Strom, oder mag der Verlauf ein derartiger seyn, dafs die Wirkung auf die auseinanderschwingenden Zinken gröfser ist, als auf die zusammenschwingenden, dafs also die den Kraftverlauf darstellende Curve (bezüglich der mittleren Ordinate) unsymmetrisch ist.

Würde man demnach statt des Elektromagnets eine Drahtrolle nehmen, ebenso statt der schwingenden Zinke eine Drahtrolle, deren Axe mit jener der ersten zusammenfällt, so hätte man statt magnetischer Anziehung eine elektrodynamische, welche wirklich (bis auf eine verschwindend kleine Zeit) in dem Momente der Stromschliefsung resp. Oeffnung beginnt und endet; läfst man ferner den Platinstift nicht in Quecksilber tauchen, sondern eine Platinplatte berühren, so sind die hauptsächlichen Ursachen, welche die dauernde Bewegung bei selbstthätiger Anregung unterhalten, vermieden: ein solcher Apparat müfste also entweder gar nicht oder nur in äufserst kleine Schwingungen gerathen können. Ich habe zu diesem Zwecke eine kleine Vorrichtung angefertigt, welche man einen

„elektrodynamischen Hammer“ nennen könnte (Fig. 5, Taf. III). Eine Drahtspule *D* (von $\frac{3}{4}$mm dickem Kupferdraht), durch welche dauernd der Strom eines Z-K-Bechers fliefst, ist fest auf einem Brettchen befestigt; über dieser schwebt in geringer Entfernung eine zweite Spule *D'* (von $\frac{1}{3}$mm dickem Draht), die an einem hölzernen Waagebalken *B* befestigt ist, der auf zwei Stahlspitzen *s* balancirt. Diese Spitzen tauchen in ein Quecksilbergefäfs, welches mit einem Pole einer Kette *E* (einige Dan. Elemente) verbunden ist. Das eine Ende des Drahtes der Rolle *D'* ist mit einer der Spitzen *s* verbunden, während das andere Ende zu einer kleinen Metallplatte *m* führt, durch welche eine Schraube mit Platinspitze *t* geht; endlich ist an *m* noch ein Draht *k* gelöthet, der in ein verstellbares Quecksilbergefäfs *G* taucht. Sowohl *G* als die kleine Platinplatte *p*, auf welcher *t* aufliegt, kann mit dem zweiten Pole der Kette *E* verbunden werden. Der Waagebalken wird nun durch Anhängen kleiner Gewichte sorgfältig so abgeglichen, dafs der Stift *t* nur schwach auf der Unterlage aufliegt, und *G* so gestellt, dafs die Quecksilberoberfläche den Draht *k* eben berührt. Läfst man dann den Strom von *E* durch *G* eintreten, so beginnt der Waagebalken (falls die Ströme die beiden Spulen derart durchlaufen, dafs diese sich anziehen) wie ein Neef'scher Hammer zu wippen. Es konnte aufserdem das Auftreten des Funkens an der Unterbrechungsstelle vermieden werden, so dafs also nur der durch Adhäsion gebildete Quecksilberfaden die Dauer des Stromschlusses beim Aufwärtsschwingen von *k* verlängern kann. Wird dagegen *G* tiefer geschraubt und der Strom durch den Stift *t* geleitet, indem man die Platinplatte *p* mit dem zweiten Pole von *E* verbindet, so tritt die Erscheinung des Wippens — selbst bei bedeutend stärkerem Strome (4 Bunsenbechern) — nicht ein, sondern der Balken macht nur eine aufserordentlich geringe zitternde Bewegung, welche so klein ist, dafs sie nur mit Hülfe des in der Nähe der Drehpunkte angebrachten kleinen Spiegels und eines Fernrohrs bemerkbar

wird. Dieses Zittern könnte schon zum Theil durch die erwärmende Wirkung des Stromes an der Contactstelle erklärt werden, wodurch in der That die Berührung (also der Stromschluſs) bei der Aufwärtsbewegung des Stiftes *t* länger dauert, als beim Herabfallen desselben. Daſs die zitternde Bewegung nicht durch die Wärmewirkung des Stromes allein veranlaſst wird, beweist das Aufhören derselben, wenn man den Strom in *D* öffnet.

II. *Beitrag zur Kenntniſs der schwachen elektrischen Funken; von P. Rieſs.*

(Aus d. Monatsber. d. Akad. d. Wiss. Februar 1875.)

Die elektrischen Funken eigenthümlicher Art, die ich unter dem Namen *schwache Funken* beschrieben habe (Pogg. Ann. Bd. 137, S. 451), sind von den gewöhnlichen „starken“ Funken nicht nur durch Form, Licht und Schall, sondern auch durch andere Eigenschaften so sehr verschieden, daſs mir eine weitere Untersuchung derselben von Interesse schien. Es sind nur einzelne, lose zusammenhängende Punkte, die ich bearbeitet habe, deren Kenntniſs aber bei einer Untersuchung der Entstehungsart beider Klassen von Funken von Nutzen seyn wird.

§. 1. Starke Funken nach der Elektricitätsart durch welche sie hervorgebracht werden.

An einer Leydener Flasche mit beliebiger Belegung und Glasdicke wird der starke Funken, wie bekannt, in sehr verschiedener Länge hervorgebracht zwischen zwei Metallkugeln, welche die in einem Drahte angebrachte Lücke begränzen. Der Draht wird dazu von der inneren Belegung der Flasche zur Erde oder zu einer mit jener

entgegengesetzt elektrischen Fläche geführt. Eine kleine Lücke in einem der beiden Theile des Drahtes ändert Nichts am Funken. Die gröfste Länge des Funkens hängt von der Beschaffenheit der Flasche ab, da aber bis dahin die Funkenlänge proportional der mittleren elektrischen Dichtigkeit der Flasche ist, so kann man Funken von jeder Länge bis zum Maximum hervorbringen. Eine elektrische Dichtigkeit bleibt dieselbe, sie mag von der einen oder der anderen Elektricitätsart herrühren und es sollte daher ein Funken von bestimmter Länge gleich leicht entstehen, es sey die Flasche mit positiver oder negativer Elektricität geladen. Dies ist aber nicht der Fall. Es tritt unter Umständen eine secundäre Erscheinung auf, der Elektricitätsverlust an der mit der Flasche verbundenen Kugel durch Glimmen, das in freier Luft leicht durch positive, schwer durch negative Elektricität erfolgt, wie Faraday direct und sich indirect bei der Erscheinung der elektrischen Pausen gezeigt hat. (Riefs gesammelte Abhdl. S. 208). In Folge davon wird in gewissen Fällen von einer gegebenen Elektricitätsmenge ein kleinerer Theil zu Funken verwendet, wenn sie positiver, als wenn sie negativer Art ist. Den äufsersten Fall zeigte die Pausenkugel in den angeführten Versuchen, welche, wenn negativ, Funken lieferte, die bei positiver Elektrisirung der Kugel gänzlich ausblieben.

Wiedemann und Rühlmann haben aus eigenthümlichen Versuchen geschlossen, „*dafs die zu einer Entladung erforderliche Elektricitätsmenge sehr viel gröfser ist bei Ableitung der negativen, als bei Ableitung der positiven Elektrode*“ (einer Holtz'schen Maschine ohne Flaschen) (Bericht d. sächs. Ges. d. W. 1871, S. 365). Aber die Versuche scheinen mir eine so gewagte Annahme nicht nöthig zu machen, und wie die eben erwähnten Versuche durch ein der Funkenentladung vorangehendes Glimmen erklärt zu werden. — Es ist aufserdem keine Erfahrung vorhanden, die im positiven Funken eine gröfsere Elektricitäts-

menge vermuthen liefse, als in einem negativen Funken von gleicher Länge.

§. 2. Schwache Funken an Elektroden beliebiger Länge.

Schwache Funken sind bisher nur zwischen den Elektrodenkugeln einer Elektrophormaschine erhalten worden, deren beide mit entgegengesetzten Elektricitäten geladene Flaschen durch die Elektroden entladen wurden. Bis auf den Schlagraum der Funken darf in der Schliefsung der Flaschen keine Lücke vorhanden seyn, die wenn auch noch so klein, die schwachen Funken in starke umsetzt. Die beiden Flaschen besafsen eine grofse Glasdicke und kleine Belegungen, die Elektrodenstäbe mufsten bei gleichen Endkugeln verschiedene Längen besitzen, der negative Stab bedeutend länger seyn, als der positive. Die dauernd übergehenden schwachen Funken wurden zu derselben Zeit nur in Einer Länge, zu verschiedenen Zeiten von wenig verschiedener Länge erhalten. Daraus folgt, dafs zur Entstehung eines schwachen Funkens die beiden Endkugeln, zwischen welchen er auftritt, Mengen der beiden Elektricitätsarten in bestimmtem Verhältnisse besitzen müssen, die negative Kugel eine gröfsere Menge als die positive, und dafs diese Elektricitäten auf beiden Kugeln in bestimmter Weise angeordnet seyn müssen. Hat man durch die Länge der Elektrodenstäbe schwache Funken in langer Reihe erhalten und elektrisirt man die Stäbe mit entgegengesetzter Elektricitätsart, so dafs nun der längere Stab positiv ist, so erhält man keine oder nur starke Funken. Aber die verschiedene Elektricitätsmenge auf den Kugeln läfst sich auch ohne Aenderung der Länge der Elektroden herstellen. — Der schwache Funke besteht aus zwei verschieden langen Theilen und bisher sind zwischen gleich grofsen Kugeln nur schwache Funken dargestellt worden, deren kürzerer Theil an dem längeren, deren längerer Theil an dem kürzeren Elektrodenstabe angeheftet war. In folgender Weise wurden Funken mit dem entgegengesetzten Kennzeichen erhalten.

Dem positiven Elektrodenstabe meiner Maschine wurde seine gröfste Länge gegeben (5 Zoll 10 Lin. rheinisch), der negative Stab erhielt, um den nöthigen Schlagraum zu lassen, eine Länge von 3 Zoll 2 Lin. und ein spitz zugeschnittener Carton wurde der positiven Elektrode an einer Stelle behutsam genähert. Als die Cartonspitze von der Elektrode etwa 3 Linien entfernt war, erschienen schwache Funken zwischen den 20 par. Linien von einander entfernten Kugelkuppen, aber ihr kürzerer Theil war an der kürzeren, ihr längerer Theil an der längeren Elektrode angeheftet. Die Funken wurden bei Anwesenheit der Cartonspitze sicher erhalten und sogleich nachdem eine Anzahl von ihnen übergegangen war, auch nach Fortnahme der Spitze. Dies erklärt sich so: die Cartonspitze entzieht der positiv elektrischen Flasche Elektricität und die positive Endkugel der Elektrode wird schwächer elektrisch als die negative. Nach der Entladung der beiden Flaschen bleibt ein gröfserer Rückstand in der negativ elektrischen Flasche als in der positiven. Die folgende gleichzeitige Ladung beider Flaschen mit gleicher Elektricitätsmenge macht daher die negative Flasche stärker elektrisch als die positive, die positive Endkugel der Elektroden erhält weniger Elektricität als die negative und damit ist die Bedingung gegeben für einen neuen schwachen Funken, der auf dieselbe Weise den folgenden veranlafst u. s. f.

Ist diese Erklärung richtig, so mufs bei Anwendung der Cartonspitze die ungleiche Länge der Elektroden überhaupt nicht nöthig seyn. Die Elektrodenstäbe meiner Maschine erhielten gleiche Länge, $4\frac{1}{2}$ Zoll bis zum Centrum der Kugeln. Der Schliefsungsbogen der beiden Flaschen war also durchaus symmetrisch, seine beiden metallischen Theile einander gleich. Es traten in der Unterbrechung desselben (19 Lin.) nur starke Funken auf, als aber die Cartonspitze einige Secunden der positiven Elektrode nahe stand, kamen nur schwache Funken zum Vorschein, die nach der Entfernung der Spitze einige Zeit fortdauerten.

Ruhte dann die Maschine, so wurden danach nur starke, wurde wiederum die Spitze gebraucht, nur schwache Funken erhalten. Der Versuch ist sehr sicher und konnte beliebig oft wiederholt werden.

Ohne Anwendung der Cartonspitze erhielt ich die schwachen Funken, als in den positiven Theil des Schliefsungsbogens der Flaschen auf die in §. 3 beschriebene Weise eine Wassersäule eingeschaltet war. Die Länge der Elektrodenstäbe war dabei gleichgültig, die Stäbe konnten beliebig gegen einander verschoben werden, wenn nur ihre Endkugeln die zu den schwachen Funken nöthige Entfernung von einander bewahrten. Demnach entstanden die schwachen Funken auch bei völlig gleicher Länge beider Stäbe. Aber dieser Erfolg erwies sich unabhängig von dem eingeschalteten Wasser und dadurch hervorgebracht, dafs die Metallhülsen, welche die Wasserröhre schlossen, Elektricität ausströmen liefsen, wodurch die positive Elektrodenkugel weniger Elektricität erhielt, als die negative. So kam ich zu dem *einfachsten* Verfahren, schwache Funken bei beliebiger Elektrodenlänge zu erhalten.

An den positiven Theil der Schliefsung der Flaschen wird ein $\frac{3}{8}$ Linie dicker, 3 bis 4 Zoll langer Kupferdraht angehängt, dessen eines Ende zu einem Haken, das andere zu einem Oval gebogen ist. Das wirksame Oval wird leicht hergestellt, da, wenn damit nur starke Funken erhalten werden, angezeigt ist, dafs es zu rund, wenn keine Funken erscheinen, dafs es zu gestreckt ist. Die im Dunkel sichtbare Ausströmung am freien Ende des Ovals bewirkt, dafs schwache Funken, natürlich derselben Länge, bei jeder Elektrodenlänge entstehen. Die Stelle der positiven Elektrode, an welche angehängt der Draht am kräftigsten wirkt, ist durch den Versuch zu finden.

An den negativen Theil des Schliefsungsbogens angehängt, wird der Drahthaken ein sicheres Mittel, ganz allein *starke* Funken zu erhalten.

Eine complicirte aber interessante Art, schwache Funken bei längster positiver Elektrode zu erhalten, verdient

schliefslich noch Erwähnung. Eine Holtz'sche Maschine mit 2 Kuchen und Kämmen wurde in der den schwachen Funken sehr günstigen Einrichtung gebraucht, dafs die Papierkuchen durch Verschiebung der ruhenden Scheibe in einer Verticalen lagen und vor ihnen zwei durch einen Draht verbundene Metallkämme angebracht waren[1]) (Pogg. Ann. Bd. 139, S. 509).

Die horizontalen Kämme der Maschine waren durch jene Verschiebung zu überzähligen Conductoren geworden, an ihren Stielen (den früheren Elektroden) wurden die beiden Flaschen geladen und die mit ihnen verbundenen verschiebbaren Elektrodenstäbe zur Darstellung der schwachen Funken gebraucht, wobei der negative Stab viel länger war als der positive. Hierbei kommt es, wie ich erwähnt habe (ang. Orts. 510) zuweilen vor, dafs die schwachen Funken ausbleiben, weil die ruhende Scheibe stärker als gewöhnlich, elektrisch geworden ist. Befand sich die Maschine in diesem Zustande und liefs ich die Glasscheibe der Regel zuwider rotiren (also in der Richtung von einem Papierkuchen zu seiner Cartonspitze), so wurden die Flaschen mit den entgegengesetzten Elektricitäten geladen, wie bei regelrechter Drehung. Hiermit erschienen wieder schwache Funken, aber da die Elektrodenstäbe unverändert geblieben waren und der positive Stab jetzt der längere war, so war an diesem der längere Theil des Funkens angeheftet, der kürzere an der kürzeren negativen Elektrode. Bei solcher Drehung wirkt die Maschine nur kurze Zeit,

1) Auch bei den vorangehenden, wie bei den folgenden Versuchen ist eine so eingerichtete Maschine gebraucht worden. Unumgänglich nothwendig ist diese Maschine nur zu dem vorliegenden Versuche, nicht zu den übrigen Versuchen, von welchen ich einige an der jetzt gebräuchlichsten Holtz'schen Maschine wiederholt habe. Diese Maschine besitzt 4 kleine (oder 2 grofse) Papierkuchen und 4 Metallkämme, von welchen 2 an den Enden eines um die Axe der Glasscheibe drehbaren Metallstabes befestigt sind. Die schwachen Funken durch die Scheibencondensatoren (§. 5) erhält man in endloser Reihe, wenn jener Metallstab, nachdem die Maschine in Gang gesetzt ist, vertical gestellt wird.

aber stets lange genug um einige Dutzend schwacher Funken zu erzeugen. Ich habe einmal deren 290 gezählt. Diese Erscheinung ist so zu erklären: Nach den schwachen Funken bei normaler Drehung bleibt, in Folge des Glimmens an der positiven Kugel (Pogg. Ann. Bd. 137, S. 453) in der negativ elektrischen Flasche der *gröfsere* Rückstand. Wird diese Flasche sogleich darauf mit positiver Elektricität geladen, so mufs sie *schwächer* elektrisch werden als die mit gleicher Menge negativer Elektricität geladene, also wieder die Bedingung für die schwachen Funken erfüllen. Uebrigens lassen sich auch bei regelwidriger Drehung der Scheibe die schwachen Funken wie früher hervorbringen, wenn man der negativen Elektrode eine gröfsere Länge giebt, als der positiven, was keiner weiteren Erklärung bedarf.

Aus allen diesen Versuchen, die jederzeit mit demselben Erfolge wiederholt wurden, folgt, *dafs die gröfsere Länge der negativen Elektrode keine wesentliche Bedingung für die Erzeugung von schwachen Funken bildet* und dafs bei einem dazu geeigneten Verfahren die Elektroden in beliebiger Länge angewendet werden können.

§. 3. Schwache Funken bei verändertem Schliefsungsbogen der Flaschen

Wie bekannt, ist die *Länge* des starken Entladungsfunkens einer Leydener Flasche unabhängig von der Länge und Beschaffenheit des Schliefsungsbogens, aber Licht und Schall des Funkens in auffallendster Weise davon abhängig. Ein blendend heller schmetternder Batteriefunken konnte durch eine Einschaltung in den Schliefsungsbogen in einen gleich langen Funken verwandelt werden, der dem Auge und Ohre wenig merklich wurde. (Riefs, Elektricitätslehre 2, 114). Es blieb der schwache Funken bei veränderter Schliefsung der beiden Flaschen zu untersuchen.

Der schwache Funken entsteht in einer Unterbrechung des Metallbogens, der die inneren Belegungen der beiden entgegengesetzt elektrischen Flaschen der Maschine mit

einander verbindet. Der Bogen gehört zugleich zu den beiden Elektroden der Maschine, von welchen die Flaschen ihre Ladung erhalten. Jeder seiner beiden Theile bestand an meiner Maschine aus einer etwa $4\frac{1}{2}$ Zoll langen $5\frac{1}{2}$ Linie dicken Röhre aus starkem Messingblech, an deren Ende eine Messinghülse normal angesetzt ist, in welcher ein $2\frac{1}{4}$ Lin. dicker Messingdraht mit 8,8 Linien dicker Endkugel (der Elektrodenstab) horizontal zu verschieben ist. Ich liefs jede der beiden Messingröhren in der Nähe der Hülsen durch ein rundes Stück Hartkautschuk unterbrechen und die getrennten Röhrenstücke mit Löchern versehen, um sie durch eingeschaltete Stücke wieder in leitende Verbindung setzen zu können. Zuerst wurde diese Verbindung durch zwei $3\frac{1}{8}$ Zoll lange Klammern aus $1\frac{1}{2}$ Linie dicken Messingdraht hergestellt und die Entfernung der Elektrodenkugeln gesucht, bei welcher lange Reihen ungemischter schwacher Funken erschienen (beiläufig 19 Linien). Dieselben Reihen schwacher Funken wurden erhalten, als in eine der beiden Elektroden ein 5 Fufs 7 Zoll langer Kupferdraht von $\frac{1}{2}$ Linie Dicke, oder ein Platindraht 51 Zoll lang, 0,0476 Linie dick, oder eine Säule destillirten Wassers $8\frac{1}{4}$ Zoll lang, $3\frac{3}{4}$ Linien breit oder in jede Elektrode eine Spirale von etwa 33 Zoll des Kupferdrahtes eingeschaltet war. Selbst als die Wassersäule in die eine Elektrode, in die andere eine Wassersäule 11 Zoll 8 Linien lang, 0,9 Linien dick eingeschaltet wurde, erhielt ich die schwachen Funken zwischen den unverändert gebliebenen Elektrodenstäben. Aber durch keine dieser Einschaltungen wurde eine Aenderung in Schall und Licht der schwachen Funken hervorgebracht, wie sie bei starken Funken stets eintrat. Selbst als ich die schwachen Funken im Dunkeln schnell nach einander verglich, je nachdem die beiden Wassersäulen oder statt derselben kurze Kupferdrähte sich in der Schliefsung der Flaschen befanden, konnte ich keinen Unterschied an den Funken wahrnehmen.

Die schwachen Funken sind nicht nur in Bezug auf Länge, sondern auch in Bezug auf Licht und Schall unabhängig von der Zusammensetzung des Schliefsungsbogens, in dem sie auftreten.

§. 4. Thermische und magnetische Wirkung der mit verschiedenartigen Funken erfolgenden Flaschenentladung.

Vor der Entdeckung der schwachen Funken in Luft, waren solche in Flüssigkeiten bemerkt worden. Ich hatte in einer länger fortgesetzten Untersuchung die Wirkung der Entladung einer gröfseren Batterie im Schliefsungsbogen beobachtet, der an einer Stelle durch eine Flüssigkeitsschicht unterbrochen war. Die Entladung konnte in verschiedener Weise stattfinden. Bei einer Art der Entladung, die ich deshalb die *starke* Funkenentladung nannte, wurde der metallische Schliefsungsbogen viel stärker erwärmt, als bei der anderen, der *schwachen* Funkenentladung. Die Betrachtung der vom Funken durchbrochenen Flüssigkeit zeigte, dafs bei der schwachen Entladung nicht der ganze vom Funken durchsetzte flüssige Raum von gleichem Lichte erfüllt war und dafs, wenn dieser Raum mindestens 2 Linien lang war, die Mitte desselben dunkel blieb (Riefs Gesammelte Abh. 185). Als merkwürdig wurde hervorgehoben (ebenda 173), dafs die schwache Entladung quer gegen die Schliefsung gelegte Eisennadeln stärker magnetisirt hatte als die starke Entladung. Im Folgenden wurde versucht Erwärmung und Magnetisirung durch Entladungen mit schwachen Funken in Luft zu erhalten.

Bei den kleinen Elektricitätsmengen, die aus den kleinen Flaschen der Elektrophormaschine entladen, schwache Funken erzeugen, mufste darauf verzichtet werden, die verschiedene Wirkung der starken und schwachen Funken in der Schliefsung in Zahlen darzulegen. Aber sie wurde merklich genug. In die negative Elektrode der Maschine wurde ein empfindliches elektrisches Thermometer eingeschaltet durch lange mit Kautschuk bekleidete Kupferdrähte,

deren Enden in die Löcher der in zwei Theile getheilten Elektrode (§. 3) gesteckt waren. An die positive Elektrode war das Drahtoval (§. 2) angehängt. Es wurden lange Reihen schwacher Funken im Schliefsungsbogen der Flaschen erzeugt, ohne dass das Thermometer seinen Stand im mindesten änderte. Als aber unter dem negativen Elektrodenstab, $\frac{1}{2}$ Zoll von seiner Endkugel entfernt, ein dünnes Mahagonibrett (von einer Cigarrenkiste) horizontal befestigt wurde, dessen Rand bis nahe unter die positive Elektrodenkugel reichte und hierdurch die schwachen Funken in starke verwandelt wurden (Pogg. Ann. Bd. 137, S. 455), genügten 10 Kurbelumdrehungen der Maschine, die Thermometerflüssigkeit um 3 bis 4 Linien zu verschieben. Der Versuch wurde öfter mit gleichem Erfolg wiederholt.

Um die Magnetisirung zu prüfen, wurde das Thermometer durch eine enge 5 Zoll lange Drahtschraube ersetzt, die aus $\frac{2}{6}$ Linie dickem mit Kautschuk bedecktem Kupferdraht gewunden war. In die Schraube wurde eine $30\frac{1}{2}$ Linien lange, $\frac{5}{6}$ Linie dicke Nadel aus Gufsstahl gelegt und ihr magnetischer Zustand an einer feinen Bussole durch Ablenkung geprüft (Gesammelte Abhdl. 171). Nach hundert 17 Linien langen schwachen Funken und dann nach weiteren hundert, konnte keine Magnetisirung der Nadel nachgewiesen werden. Als aber, durch das untergeschobene Brett die Funken in starke umgesetzt waren, erhielt ich durch die Nadel eine Ablenkung der Bussole von $7\frac{1}{2}$ Grad und zwar der Regel gemäfs, dafs der bezeichnete Pol der Nadel am Ende der schraubenrechten Spirale gelegen hatte, wo der Entladungsstrom die Spirale verlassen hatte. Diese Magnetisirung hatte die Nadel schon nach wenigen Funken angenommen. Denn als ich eine Nadel durch

5	10	20	40	100	Funken magnetisirte, erhielt ich
6	6,8	7,8	7,6	7,7	Grad Ablenkung der Bussole.

Nach diesen Versuchen bringt die Entladung zweier entgegengesetzt geladenen Flaschen, wenn sie mit schwa-

chen Funken erfolgt, weder eine merkliche Erwärmung des Schliefsungsbogens, noch durch den letzten eine merkliche Magnetisirung hervor, während beide Wirkungen leicht nachzuweisen sind, wenn die schwachen Funken in starke umgesetzt werden. Zum Theil im Widerspruche damit ist früher gezeigt worden, dafs die Entladung einer Batterie, die zugleich mit einem starken Funken in Luft und einem Funken in einer Flüssigkeit eintritt, eine stärkere Magnetisirung hervorbringt, wenn der Funken in der Flüssigkeit schwach, als wenn er stark ist.

§. 5. Schwache Funken durch Scheibencondensatoren.

Die beiden früher von mir beschriebenen leydener Flaschen, die ich zufällig besafs und mit welchen die bisher beschriebenen Versuche ausgeführt waren, geben die schwachen Funken in grofser Schärfe und Reinheit. Andere Flaschen thun es weniger, einige geben die Funken gar nicht, und für eine etwa beabsichtigte Wiederholung meiner Versuche die ersten Flaschen nachbilden zu lassen, wäre zu umständlich. Ich versuchte deshalb, die schwachen Funken durch einfache, jederzeit leicht herzustellende Scheibencondensatoren zu erhalten, was, wie vorherzusehen war, vollständig gelang.

Eine quadratische Messingtafel von 7 Zoll Seite wurde von zwei, zusammen 1,54 par. Linien dicken Platten aus Hartkautschuk bedeckt und auf diese eine Messingscheibe von $35\frac{1}{2}$ Linien Durchmesser fest aufgelegt. Je eine Elektrode einer Elektrophormaschine (ohne Flaschen) wurde mit der Scheibe eines solchen Condensators, die Messingtafeln beider Condensatoren mit einander verbunden. Damit konnten die Versuche des §. 2 mit gleichem Erfolge wiederholt werden, wie früher mit den Flaschen. Ich erhielt lange Reihen schwacher Funken, nur etwas lichtschwächer als früher und von gleicher Lichtstärke, als ich die Messingscheiben mit gröfseren (von 48,37 Linien Durchmesser) vertauschte. Es war nur darauf zu sehn, dafs die Verbindungsstücke zwischen den Elektroden und Con-

densatorscheiben keine Gelegenheit zu einer elektrischen Ausströmung gaben, was bei den inneren Belegungen von Flaschen leichter zu erfüllen war, als bei den Condensatorscheiben. Es war nöthig bei den letzten mit weichem Kautschuk bekleidete Kupferdrähte anzuwenden.

Dafs die Tauglichkeit der leidener Flaschen zur Darstellung von schwachen Funken hauptsächlich durch ihre Glasdicke bedingt ist, liefs sich an den Condensatoren nachweisen. Die Endkugeln der Elektroden wurden in die zur Zeit für schwache Funken nöthige Entfernung von einander gestellt. Als in beiden Condensatoren als Zwischenlage eine harte Kautschukplatte von 0,62 Linie Dicke gebraucht war, erschienen nur starke Funken, mit einer 0,92 Linie dicken Platte schwache Funken mit vielen starken gemischt. Mit beiden Platten zugleich also einer 1,54 Linie dicken Zwischenlage in den Condensatoren erhielt ich ganz reine in mäfsigen Zwischenräumen einander folgende schwache Funken. Bei Anwendung von 3 Platten 2,16 Linien dick, konnten nur schnell einander folgende Funken erhalten werden, bei 4 Platten (2,78 Linien dick) war die Form der schwachen Funken nur hin und wieder zu erkennen und mit 5 Platten von 3,4 Linien Dicke entstand nur ein Haufen von Lichtfäden ohne bestimmte Form mit rasselndem Geräusche statt des so charakteristischen paffenden Tones der schwachen Funken.

III. *Ueber die Dielektricitätsconstanten der Flüssigkeiten; von P. Silow.*

1. Die Theorie der Dielectrica ist von Faraday gegründet und in neueren Zeiten von Maxwell und Helmholtz entwickelt. Der gröfste Theil dieser Theorie ist durch Experimente von Boltzmann, Schiller u. A. ge-

prüft worden. Aber ein wichtiger Satz dieser Theorie war bis jetzt ungeprüft geblieben. Um diesen Mangel zu ergänzen, nahm ich auf Veranlassung des Hrn. Geheimraths Helmholtz die vorliegende Arbeit vor.

Ein von Hrn. Prof. Helmholtz herrührender Satz [1]) lautet so, dafs „wenn zwei elektrische Massen E und E' in einem dielektrischen Medium, dessen Dielektricitätsconstante D ist, liegen, sie so aufeinander wirken wie $\frac{E}{\sqrt{D}}$ und $\frac{E'}{\sqrt{D}}$ in Luft wirken würden (für Luft ist D gleich 1 angenommen)". D. h. die Anziehungskraft F zweier Massen E und E' ist

$$F = A\frac{1}{D}\frac{EE'}{r^2},$$

wo r der Abstand der Massen E und E' ist.

Wir erwähnen hier noch eines anderen wichtigen Satzes aus der Theorie der Dielektricität, von dem wir bald Gebrauch machen werden. Wenn ein Leiter von der Capacität γ mit einer Quelle von constantem Potential V verbunden wird, so ist die Elektricitätsmenge e, welcheer annehmen kann

$$e = \gamma D V,$$

wo D wieder die Dielektricitätsconstante des umgebenden Mediums bedeutet.

2. Um am einfachsten den ebenerwähnten Helmholtzschen Satz experimentell zu prüfen, wollen wir die Ablenkungen der Elektrometernadel vergleichen, wenn diese einmal mit Luft, ein anderes Mal mit isolirender Flüssigkeit umgeben ist. Für diesen Zweck können wir aber nicht das Thomson'sche Elektrometer benutzen, weil es unmöglich seyn würde, die Nadel desselben und die Quadranten in die Flüssigkeit zu tauchen; andererseits konnten wir uns wegen seiner complicirten Construction nicht selbst ein Thomson'sches Elektrometer erbauen. Ich construirte mir

1) Crelle's Journ. Bd. 72, S. 117.

ein sehr einfaches Elektrometer, indem ich das Thomson'sche Princip (die Elektricitätsmengen der Nadel und Quadranten möglichst unveränderlich zu unterhalten) modificirte. Statt die Quadranten mit einer bestimmten Elektricitätsmenge zu laden, verband ich sie nämlich mit einer Quelle von constantem Potential, d. h. mit einem Pol der Batterie. Auf diese Art hatte ich mich nicht um den Elektricitätsverlust der Quadranten oder der Nadel zu kümmern, weil dieser Verlust in Luft nicht schneller geschehen kann, als die Elektricität aus der Batterie ausgeströmt.

Das Elektrometer bestand wesentlich aus einem cylindrischen Glasgefäfse (15 Ctm. im Durchmesser und 10 Ctm. hoch), auf dessen inneren Fläche und Boden vier von einander getrennte Staniolstreifen *s* (Fig. 7, Taf. II) geklebt waren, jeder etwa 10 Ctm. breit. Die oberen Enden der gegenüberliegenden Streifen waren mit einander leitend verbunden. Im Innern des Gefäfses, also auch der Staniolquadranten, befand sich eine Platinnadel; diese bestand aus zwei cylindrisch gebogenen an einen ⊥-förmigen Platinstab *bcb* gelötheten Platten *aa*; das obere Ende des Stabes war an einem dünnen Silberdraht befestigt, dessen oberes Ende wiederum einem festgemachten dickeren Kupferdraht *d* angelöthet war. Das Gefäfs war mit einer Glasplatte *f* bedeckt: auf dieser stand ein Pappschächtelchen *e* mit einem Glasrohr *g*. Diese letzte Vorrichtung sollte dazu dienen, die Nadel, den Spiegel *M* und den Silberdraht vor Luftströmen zu beschützen.

3. Bei meinen Versuchen war die Nadel des Elektrometers stets mit der Erde (Gasrohr) verbunden; mit Hülfe eines Commutators *P* (Fig. 8, Taf. II) konnte ich das eine Paar Quadranten mit einem Pol der Kette *K* verbinden und das andere zur Erde ableiten; um nach Belieben das eine oder das andere Paar Quadranten zu laden und zur Erde abzuleiten, diente ein zweiter Commutator *P'*.

Die Batterie bestand aus mehreren kleinen Probirglä-

sern mit distillirtem Wasser; die Metalle waren Zink und Kupfer.

Noch will ich bemerken, dafs die Flüssigkeit mittelst eines gebogenen, mit einem Trichter l und einem Hahn m versehenen Glasrohrs kl, in das Elektrometergefäfs hineingebracht oder aus demselben entfernt wurde.

Nun wollen wir die Erscheinungen, welche in dem Elektrometer stattfinden, näher in's Auge fassen. Die mit dem Pol der Batterie verbundenen Quadranten laden sich mit einer gewissen Elektricitätsmenge E, welche dem Potential der Batterie V, der Capacität der Quadranten γ und der Dielektricitätsconstante des Mediums D proportional ist; diese Elektricitätsmenge inducirt auf die Nadel eine gleiche oder proportionale Quantität entgegengesetzter Elektricität E'. Diese Elektricitätsmengen E und E' ziehen sich so an, als ob ihre Massen $\sqrt{D}$ mal kleiner wären und in Folge dessen wirkt zwischen ihnen eine Kraft

$$F = A \,.\, D\gamma^2 V^2.$$

Zu dieser Kraft F addirt sich die Torsionskraft T des Silberdrahts, so dafs beide zusammen in Gleichgewicht sind; da

$$T = B \,.\, \varphi,$$

wo B eine Constante und wenn a die Ablenkungswinkel bedeutet, so ist

$$\varphi_i = a \,.\, \gamma^2 V^2 D,$$

dagegen in Luft, für die $D = 1$ angenommen ist,

$$\varphi_e = a\gamma^2 V^2.$$

Aus den beiden letzten Formeln erhalten wir endlich

$$D = \frac{\varphi_i}{\varphi_e}.$$

Wir nahmen an, dafs der Ablenkungswinkel φ dem Quadrate der auf den Quadranten gesammelten Elektricitätsmenge proportional sey; aber wegen der unvollkommenen Symmetrie des Elektrometers kann dies nicht ganz richtig seyn und daher mufs das Elektrometer vor jeder

Beobachtungsreihe graduirt werden. Wenn nämlich die Theile A, B, C . . . der Batterie respective die Ablenkungen a, b, c . . . . geben, mufs $A + B + C + \ldots\ldots$ eine Ablenkung

$$\varphi' = (\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \ldots)^2$$

hervorbringen; ist aber die in diesem Falle beobachtete Ablenkung φ, so ist $\varphi' - \varphi$ die Correction, welche an derselben anzubringen ist. Auf diese Weise war es leicht eine Correctionstabelle aufzustellen und mit Hülfe derselben alle Beobachtungen zu corrigiren.

Bei gewisser Aufstellung des Apparates konnte man den Unterschied zwischen den beobachteten und auf dem oben gezeigten Wege berechneten Ausschlägen sehr klein machen, wie wir uns aus der folgenden Tabelle überzeugen können, in der φ die beobachtete und φ' die berechnete Ablenkung bedeuten.

Theile der Batterie	φ	φ'
A	9,377	—
B	14,42	—
$A + B$	43,29	43,16
C	4,64	—
$A + B + C$	32,47	32,70
D	19,19	—
$A + B + D$	123,7	123,1
E	3,8	—
$A + B + D + E$	176,6	176,0

Obwohl der Unterschied zwischen φ und φ' in dem angeführten Falle ziemlich klein ist, hielten wir es doch für angemessen vor oder auch im Laufe jeder Beobachtungsreihe die Graduirung zu machen.

4. Nun wollen wir die Resultate unserer Beobachtungen anführen. Um nicht die Ruhelage bei ungeladenem Zustand bestimmen zu müssen, was immer gewisse Schwierigkeiten bietet, beobachteten wir zwei Ablenkungen derselben, rechts und links von der Ruhelage; zu diesem Zweck diente der Commutator P'. Diese Ablenkungen in

der Luft waren aus drei aufeinander folgenden Elongationen bestimmt; dabei schlossen wir, damit die Nadel keine grofsen Schwingungen machte, den Commutator P nach der von Gaufs gegebenen Regel[1]). Bei Flüssigkeit konnten wir, wegen ihrer bedeutenden Dämpfung, nicht so verfahren und wir beobachteten einfach die dauernden Ablenkungen; dabei bemerkte man oft kleine unregelmäfsige Schwingungen, welche von Flüssigkeitsströmungen hervorgebracht wurden; um möglichst den Fehler bei der Bestimmung der Ruhelage auszuschliefsen, wiederholten wir jede Bestimmung wenigstens zwei Mal. Um zu beurtheilen, bis auf welchen Grad von Regelmäfsigkeit unser Apparat wirken konnte, führen wir das Protocoll einer Beobachtungsreihe an:

Schwing. in Luft.		Dauernde Ablenk. in Flüss.	
496,2	529,2	535,3	480,0
502,8	519,1	535,9	480,0
496,3	529,1		
502,7	519,1		
496,6	529,1		

Es gelang uns nur für Terpentinöl Versuche auszuführen; in Alkohol von 99°,5 zeigte die Nadel gar keine Ablenkungen.

Folgende Tabellen enthalten die Beobachtungen mit dem Terpentinöl; φ_i und φ_e bedeuten die beobachteten Ablenkungen in der isolirenden Flüssigkeit und in der Luft; φ'_i und φ'_e bezeichnen dieselben Ablenkungen, bei denen schon die Correctionen angebracht sind; endlich ist in der letzten Columne die Dielektricitätsconstante D, d. h. das Verhältnifs $\frac{\varphi'_i}{\varphi'_e}$ angegeben.

1) Gaufs Werke Bd. V, S. 395.

Terpentinöl I. (1. Reihe).

φ_e	φ_i	φ'_e	φ'_i	D
4,5	10,3	—	—	2,288
37,7	83,3	36,3	33,1	2,289
81,1	178,2	79,7	177,7	2,242
24.5	55,3	23,3	54,3	2,288
			Mittel =	2,277

Terpentinöl I. (2. Reihe).

φ_e	φ_i	φ'_e	φ'_i	D
27,12	61,60	—	—	2,271
82,47	188,6	—	—	2,286
206,9	466,0	204,2	465,6	2,280
			Mittel =	2,279

Terpentinöl I. (3. Reihe).

φ_e	φ_i	φ'_e	φ'_i	D
19,63	44,2	19,15	43,09	2,250
74,75	166,5	72,83	164,2	2,251
			Mittel =	2,2505

Terpentinöl II.

φ_e	φ_i	φ'_e	φ'_i	D
17,37	37,55	17,87	39,38	2,214
40,85	90,77	43,0	90,97	2,117
87,13	191,5	87,33	191,2	2,139
			Mittel =	2,173.

Als Mittel aus allen Versuchen haben wir:

$$D = 2{,}221$$

$$\sqrt{D} = 1{,}490.$$

5. Nach der von Maxwell aufgestellten elektromagnetischen Theorie des Lichts soll die Quadratwurzel aus der Dielektricitätsconstante eines isolirenden Mediums seinem Brechungsexponenten für unendlich lange Wellen gleich seyn[1]), d. h. wenn wir gemäfs der Cauchy'schen

1) Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism. Vol. I, p.* 388.

Formel zwischen dem Brechungsexponenten i und der Wellenlänge λ folgende Beziehung annehmen:

$$i = A + \frac{B}{\lambda^2},$$

muſs

$$\sqrt{D} = A$$

seyn.

Um A zu berechnen haben wir den Brechungsexponenten des Terpentinöls für die Fraunhofer'schen Linien D, b, F und G bestimmt und fanden folgende Zahlen:

D . . .	1,468
b . . .	1,472
F . . .	1,475
G . . .	1,481,

woraus sich folgende Werthe für A ergeben:

aus D und F	1,454
aus b und G	1,464
Mittel	1,459.

Der Unterschied zwischen A und D ist ziemlich groſs, aber nicht gröſser als bei den Bestimmungen nach anderen Methoden (Boltzmann[1]) und Schiller[2]).

6. Die in dieser Mittheilung beschriebenen Versuche erlauben, wie ich denke, folgende Schlüsse:

1) Der Satz von Helmholtz über die Anziehung zweier elektrischer Massen, welche in einem isolirenden Medium liegen, läſst sich experimentell prüfen.

2) Die oben beschriebene Methode für die Dielektricitätsconstante zu bestimmen ist dazu in demselben Grade geeignet wie die Condensatormethode.

Berlin, August 1875.

1) Sitzb. d. k. Akad. d. W. II. Abth. Bd. LXVII. (Auch diese Ann. Bd. 151, S. 482 und 531.)

2) Pogg. Ann. Bd. 152, S. 535.

IV. *Neue Beobachtungen an den »gleitenden elektrischen Funken«;*

von A. Peters,
Oberlehrer und Conrector am Gymnasium Carolinum zu Osnabrück.

Die „gleitenden elektrischen Funken“ des Hrn. Prof. K. Antolik, wovon im 1. Hefte des laufenden Jahrganges dieser Annalen die Rede ist, erregten mein Interesse so sehr, daſs ich mich, sobald ich die Mittheilungen über dieselben gelesen, ans Experimentiren machte, um sie auch selbst hervorzubringen und näher zu untersuchen. Bei diesen meinen Versuchen habe ich sowohl in Beziehung auf die Methode der Erzeugung als auch in Beziehung auf das Wesen dieser Funken Beobachtungen gemacht, die mir neu und zugleich wichtig genug zu seyn schienen um sie an dieser Stelle zu veröffentlichen.

Was zunächst *die Erzeugung der gleitenden Blitze* betrifft, so beobachtete ich anfangs genau das von Hrn. Antolik angegebene Verfahren *„der einfachsten Methode“* und fand seine Angaben durch meine Versuche vollständig bestätigt. Da mir jedoch das Aufkleben des Stanniols und des Papiers als Elektroden einestheils zu umständlich, anderntheils zu beschränkend war — da man ja auf einer so präparirten Glastafel nur Blitze von bestimmter Länge hervorbringen konnte — so nahm ich die von Hrn. Antolik verlassenen Versuche wieder auf, den Funken ohne weiteres auf eine berufste Glastafel überspringen zu lassen. Daſs dieses wegen der scharfen Ränder der Glastafel nicht gelingen würde, wenn ich dieselbe zwischen die Elektroden der Holtz'schen Maschine hielte, war mir auſser Zweifel. Aber, wenn ich eine gröſsere berufste Glastafel nähme und sie in horizontaler Lage von unten den Elektroden der Maschine näherte, so könnte doch, dachte ich, der Funke auf die Tafel überspringen und über dieselbe hingleiten, da ja der Ruſs ein viel besserer Leiter der E. ist als

die Luft. Meine Vermuthung ging auf das vollkommenste in Erfüllung. Die Glastafel, die ich zu diesen Versuchen anwandte, bestand aus dem gut isolirenden grünen Fensterglase, wie es früher viel im Gebrauche war, jetzt nur noch selten vorkommt. Ihre Dimension betrug 20 Ctm. Länge und 16 Ctm. Breite. Ich berufste sie über einer Petroleumflamme. Die Funken sprangen auf's beste über, ihre Aufspringepunkte stellten sich in der gröfsten Reinheit dar. Nur durften diese Punkte nicht zu nahe dem Rande der Glastafel liegen. Ich konnte nun auf einer solchen Tafel 8 und mehrere Blitze neben einander gleiten lassen und dieselben bei solcher Darstellung sehr bequem mit einander vergleichen. Die längsten dieser Blitze waren 14 Ctm. lang. Die Holtz'sche Elektrisirmaschine, die ich hierbei gebrauchte, ist eine der gröfsten Art. Ihre rotirende Scheibe hat einen Durchmesser von 53 Ctm.; die beiden Flaschen, die ich ich mit derselben verband, hatten jede eine innere Belegung von 500 Ctm.

An den Blitzen, die ich in solcher Weise erzeugte, konnte ich keine Eutdeckungen machen; dieselben entsprachen durchaus der Beschreibung des Hrn. Antolik.

Weiter kam ich auf den Gedanken, ob man nicht auch auf berufstem Papiere Blitze gleiten lassen könnte. Meine Versuche dieser Art gelangen nicht, wenn ich das Papier in der Hand hielt, weil dann die E. zu viel durch die Hand abgeleitet wurde, auch wohl selbst Funken nach der Hand übersprangen. Sie gelangen aber sehr wohl, wenn ich das Papier auf eine gröfsere isolirende Glastafel legte und es in der oben angegebenen Weise den Elektroden der Elektrisirmaschine näherte.

Bei der weiteren Fortsetzung und Abänderung meiner Versuche kam ich darauf, eine Glastafel zu nehmen von der Qualität und Gröfse der oben beschriebenen, die aber zur besseren Isolirung noch mit einer dickeren Schicht Schellackfirnifs überzogen war. Als ich diese gut berufst hatte und Blitze über sie hingleiten liefs, fand ich, dafs sich diese Blitze in mehrfacher Beziehung von den Antolik'-

schen unterschieden. Und dieser Unterschied schien mir bei näherer Untersuchung und weiterem Nachdenken über denselben von besonderer Wichtigkeit für die Erforschung des Wesens der E. und insbesondere der Vereinigung der beiden EE. in den Blitzen zu seyn. Ich will daher im Folgenden die Blitze, wie ich sie in der angegebenen Weise erzeugte, möglichst genau beschreiben.

Die Blitze zerfielen auf den ersten Blick in drei verschiedene Theile, wovon jeder ungefähr ein Drittel der Länge der Blitze einnahm. Diese verschiedenen Drittel will ich als das *positive*, welches an den + Pol, als das *negative*, welches an den — Pol stöfst, und als das *mittlere* Drittel bezeichnen. Jedoch soll hiemit keineswegs behauptet seyn, dafs diese drei Theile in ihrer Länge stets genau übereinstimmen. Es kommen Ausnahmen vor; aber meistens stimmen sie in ihrer Länge überein.

1. *Das positive Drittel.* Dieses zeichnete sich bei meinen Blitzen durch viele *Auszweigungen* und Verästelungen aus, die sich von seiner Mittellinie nach beiden Seiten hin, oft weit in den Rufs hinein, erstreckten und genau den Auszweigungen und Verästelungen der Lichtenberg'schen Figuren entsprechen. Dieselben waren in der Regel in der Nähe des Aufspringepunktes der + E. am gröfsten und wurden nach der Mitte des Blitzes hin an Länge und Breite kleiner. Aufser diesen von der Mittellinie des positiven Drittels ausgehenden Auszweigungen zeigten sich in der Regel noch andere, die in der Nähe des Aufspringepunktes der + E. getrennt von der eigentlichen Bahn des Blitzes entstanden und sich nach verschiedenen Richtungen hin ausbreiteten. Fig. 1 Taf. II zeigt solche Auszweigungen. Durch die Mitte des positiven Drittels sah man der Länge nach dunklere und hellere Streifen parallel neben einander herlaufen; und zwar *war der innerste ein dunkler*, auf ihn folgte zu beiden Seiten ein heller, dann wieder ein dunkler, usw. Die Anzahl dieser Streifen war bei verschiedenen Blitzen verschieden und richtete sich wohl nach der Stärke der Blitze. Diese Streifen waren

ferner zickzackförmig gebogen und aus ihren Winkeln liefen die bekannten hellen kegelförmigen Ausströmungen, die hier aber nur sehr kurz waren. Siehe die Figur. Die Streifen waren am Aufspringepunkte der + E. am breitesten, wurden nach der Mitte des Blitzes hin immer schmäler und verschwanden ungefähr am Ende des positiven Drittels Dieses Verschwinden ging in der Weise vor sich, dafs zuerst der innerste schwarze Streifen sich verlor, die ihn einschliefsenden beiden hellen Streifen sich zu einem einzigen vereinigten, der in weitern Verlaufe auch immer schmäler wurde und gleichfalls verschwand, indem die ihn einschliefsenden schwarzen Streifen sich zu *einem* vereinigten, welcher dann peitschenförmig auslief. Die hier beschriebenen innern Streifen waren nach aufsen hin von einem hellen Streifen begränzt, auf welchen ein matter dunkler Streifen folgte, welcher an den ursprünglichen Rufsüberzug gränzte. Die kleinen von der Mittellinie ausgehenden Auszweigungen waren von einer Helligkeit umgeben, wie die Fig. 1 Taf. I das zeigte.

2. Das *negative Drittel.* Dieses Drittel hatte im Innern auch abwechselnd dunkle und helle parallele Streifen; diese folgten hier aber *in umgekehrter Ordnung, wie in dem positiven Drittel.* Der innerste Streifen war nämlich ein *heller*, der auf beiden Seiten von einem dunklen Streifen umgeben war, auf die wieder helle Streifen folgten, die gleichfalls von dunklen Streifen begränzt waren. Sie waren, wie im positiven Drittel, am Aufspringepunkte der — E. am breitesten, wurden nach der Mitte des Blitzes hin immer schmäler und verloren sich ungefähr auf ein Drittel des Blitzes. *Von einer Auszweigung oder Verästelung war keine Spur zu entdecken; auch waren die Streifen nicht im Zickzack gebogen, sondern nur schwach geschweift; endlich fehlten gänzlich die hellen kegelförmigen Ausstrahlungen.* Das Verschwinden der innern parallelen Streifen ging bei meinem Blitze, in dessen negativem Drittel man 3 helle und 4 dunkle Streifen unterscheiden konnte, in der Weise vor sich, dafs zuerst die beiden

äufsersten dunklen Streifen in der äufsern hellen Gränzschicht — die auch hier wie beim positiven Drittel vorkommt — verschwanden, womit natürlich auch die beiden nach Innen folgenden hellen Streifen sich verloren. Weiterhin verschwand dann der innerste helle Streifen, indem die ihn umgebenden beiden dunklen Streifen sich zu einem einzigen vereinigten, der dann auch, wie beim positiven Drittel, peitschenförmig auslief. So stellte sich wenigstens das Verschwinden der innersten Streifen bei der Betrachtung vermittelst einer gewöhnlichen Lupe dar. Jedoch will ich hier die Vermuthung aussprechen, dafs der innerste helle Streifen vielleicht ganz bis zu Ende durchgeht, die ihn umgebenden beiden dunklen Streifen sich also nicht vereinigen, sondern nur immer mehr nähern. Die Untersuchung der Blitze vermittelst eines Mikroskopes wird darüber Aufklärung geben. Ich konnte bei der Einrichtung meines Mikroskopes die hervorgebrachten Blitze nicht unter dasselbe bringen.

Auf die helle Gränzschicht folgte endlich noch ein brauner Streifen, welcher am Ende des negativen Drittels in das mittlere Drittel hineinläuft, wie die Zeichnung dieses zeigt.

3. Das *mittlere Drittel.* Dieses zeichnete sich einestheils durch eine *gröfsere Breite,* anderentheils durch eine *gröfsere Helligkeit* aus. In der Mitte desselben war ein breiter heller Streifen wahrzunehmen, der zu beiden Seiten von einem breiten dunklen Saume umgeben war, auf den zu beiden Seiten die helle Gränzschicht folgte. Der genannte dunkle Saum aber war matt und ohne scharfe Begränzung, besonders nach aufsen hin. Man dürfte ihn am genauesten als eine senkrecht gegen den hellen Mittelstreifen ausgeführte matte Schattirung bezeichnen. Die Figur giebt ein deutliches Bild von demselben.

Dieſs ist die Beschreibung der gleitenden Blitze, wie sie sich bei meinen Versuchen auf einer mit einer dickeren Schicht Schellackfirnifs überzogenen Tafel von gut

isolirendem Glase darstellten. Von der Schellackfirnifsschicht will ich nur noch erwähnen, dafs sie schon über ein Jahr alt war. Eine mit einer dünnen Schicht Firnifs neu überstrichene Glastafel lieferte Blitze, in welchen die charakteristischen Unterschiede der drei Drittel keineswegs scharf hervortraten.

Fragen wir nun nach der ***Erklärung dieser Erscheinungen*** und nach den ***Resultaten***, die sich aus denselben für die Wissenschaft ergeben, so würde darüber Folgendes zu sagen seyn:

1) In dem ***positiven Drittel*** des Blitzes macht sich die Natur der + E. geltend, in dem ***negativen Drittel*** die der — E., und in dem ***mittlern Drittel*** findet die Vereinigung oder Ausgleichung der beiden entgegengesetzten E E. statt, weshalb man dieses Drittel das ***Ausgleichungsdrittel*** nennen kann.

2) Die eigenthümliche Natur der + E. zeigt sich *a*) in der Bildung der Auszweigungen und Verästelungen; *b*) in der zickzackförmigen Krümmung ihrer Bahn; *c*) in den hellen kegelförmigen Ausstrahlungen aus Winkeln ihrer Bahn; *d*) in der dunklen Farbe der mittelsten Linie ihrer Bahn. Bei ihr kommen also die dunkeln Streifen in einer Unpaarzahl; die hellen in einer Paarzahl vor.

3) Die — E. charakterisirt sich dagegen *a*) durch den Mangel an Auszweigungen; *b*) durch die schwachen Krümmungen ihrer Linien; *c*) durch den Mangel an hellen kegelförmigen Ausstrahlungen; *d*) durch die helle Farbe der mittelsten Linie ihrer Bahn, so dafs bei ihr die hellen Streifen in einer Unpaarzahl, die dunklen in einer Paarzahl vorkommen.

4) Die beiden EE. vereinigen sich bei den Blitzen ***nicht in einem Punkte***, sondern ***auf einer gröfsern Strecke.*** In vielen Fällen mag die Vereinigung an allen Punkten der Bahn eines Blitzes vor sich gehen. Zeigen sich in den Bildern der gleitenden Blitze — ohne vorgeschriebene Bahn — überall die hellen kegel-

förmigen Ausstrahlungen in gleicher Weise, so muſs man überall eine Wirksamkeit der + E. und also auch überall eine Vereinigung der beiden entgegengesetzten EE. annehmen. Indeſs werden ohne Zweifel in einem solchen Falle die hellen Ausstrahlungen keineswegs so scharf hervortreten, wie das in dem positiven Drittel unserer Figur der Fall ist.

Hiermit dürften die Ergebnisse meiner bis dahin gemachten Versuche über die gleitenden Blitze aufgezählt seyn. Weitere Versuche dieser Art lassen weitere Bestimmungen über das Wesen der E. erwarten.

V. *Ueber die Erzeugung von Bildern der Funken groſser Inductoren und deren Unterschied von den Funkenbildern der Holtz'schen Maschine;* *von A. Peters.*

Die Funken der gröſseren Funkeninductoren unterscheiden sich bekanntlich in mehrfacher Beziehung von den Funken der Elektrisirmaschinen. Da es nun in neuester Zeit gelungen ist, die letzteren auf berufsten Isolatoren und Halbleitern sich abbilden zu lassen, so liegt es sehr nahe, dies auch mit den ersteren zu versuchen. Denn sollten diese sich ebenso wie jene bildlich darstellen lassen, so dürfte man aus der Vergleichung der Bilder näheren Aufschluſs über die Verschiedenheit der beiden Arten von elektrischen Funken erwarten. Ich habe mehrere Versuche dieser Art angestellt und erlaube mir dieselben an dieser Stelle mitzutheilen. So viel ich weiſs, sind solche Versuche von anderer Seite bis dahin noch nicht angestellt worden.

Mein Funkeninductor ist einer der gröfsten Art. Er ist von Stöhrer in Leipzig und liefert Funken bis zu 30 Ctm. Länge. Da der Funkenzieher von dem Inductor getrennt ist und die Elektroden — Kupferdrähte mit Platinspitzen — sich in senkrechter Ebene drehen lassen, so bedurfte es keiner besonderen Vorrichtung, um die Funken von den Elektroden auf die berufste Glastafel überspringen zu lassen. Ich brauchte die Elektroden nur schräg nach unten zu stellen und die Glastafel darunter zu legen, so dafs die Platinspitzen etwa 0,5 Ctm. davon abstanden. Die Glastafel, deren ich mich bediente, war zweimal mit Schellackfirnifs überstrichen und über einer Petroleumflamme berufst. Als Unterlage gebrauchte ich das eine Mal einen gläsernen Dreifufs, ein anderes Mal Bücher. Ich habe nicht gefunden, dafs die verschiedene Unterlage einen verschiedenen Einflufs auf die überspringenden Funken ausübte. Um dann einen Funken auf die Tafel überspringen zu lassen, tauchte ich die Platinspitze des Quecksilberunterbrechers durch einen Druck mit der Hand in das Quecksilbergefäfs, schlofs darauf vermittelst des Commutators den elektrischen Strom, liefs ihn noch einige Secunden wirken und hob dann die Platinspitze rasch aus dem Quecksilber heraus. Der Funke sprang regelmäfsig, wenn die Elektroden nicht zu weit von einander abstanden, auf die Glasplatte über und bildete sich auf derselben ab. Ich schob dann andere Stellen der Glastafel unter die Elektroden und liefs von neuem bei gleichem oder bei verändertem Abstande der Elektroden Funken überspringen. Ich wandte zuerst eine schwächere Batterie an, bei welcher die äufserste Funkenlänge etwa 12 Ctm. betrug; ein anderes Mal gebrauchte ich eine Batterie, bei welcher die Funken 20 Ctm. und darüber erreichten. Ich liefs ferner Funken *mit* und *ohne* Einschaltung einer elektrischen Flasche überspringen. Im ersteren Falle wandte ich eine Flasche an, deren innere Belegung etwa 470 □-Ctm. betrug. In solcher Weise stellte ich meine Versuche an.

Was nun die Funkenbilder selbst betrifft, so sind diese nicht wesentlich von denen verschieden, welche eine Holtz'sche Maschine liefert, worüber man meine vorhergehende Mittheilung nachsehe. Es zerfällt auch hier jedes Funkenbild in drei Drittel, in das *positive*, das *negative* und das der Vereinigung oder Ausgleichung der beiden Elektricitäten. Auch die charakteristischen Unterschiede der drei Theile zeigen sich hier ebenso wie dort. Im positiven Drittel zeigen sich die zickzackförmigen Krümmungen, die verästelten Ausläufer der aus den Winkeln hervorgehenden kegelförmigen Ausstrahlungen und die dunkle innerste Linie; im negativen Drittel die schwache Krümmung der Linien, der Mangel an kegelförmigen Ausstrahlungen und, an verästelten Ausläufern, die helle innerste Linie. Das mittlere Ausgleichungsdrittel ist breiter und heller als die beiden anderen, hat weniger Linien, die überdies nur matt und verwaschen sind.

Bei solcher wesentlichen Uebereinstimmung beider Arten von Funkenbildern kommen jedoch auch einige verschiedene Modificationen an den Funkenbildern der Inductoren vor. Erstlich sind die verästelten Ausläufer der + E. hier viel complicirter als es bei den Funkenbildern der Maschinenelektricität der Fall ist. Sie haben die gröfste Aehnlichkeit mit Moos oder Flechten. Sie bilden sich besonders in der Nähe des Aufspringepunktes der + E. Will man sie für sich entstehen lassen, so braucht man nur die Elektroden so weit aus einander zu stellen, dafs auf der Tafel kein Funke mehr gleitet, die Elektricität jedoch noch auf die Tafel überspringt. Es ist hierzu aber durchaus eine mit Schellack überzogene Glastafel nothwendig. Ferner ist von den dunkelen Linien dieser Verästelungen hervorzuheben, dafs sie so fest an dem Schellack haften oder gar in denselben hineingetrieben sind, dafs sie durch Abwischen oder Abwaschen nicht können entfernt werden. Nur durch Abschaben des Schellacks kann die Tafel von ihnen gereinigt werden,

wobei der Schellack jedoch nicht bis zur Glasfläche braucht abgeschabt zu werden.

Was zweitens das negative Drittel des Funkenbildes betrifft, so entbehrt das nicht immer aller Ausläufer. An dem Aufspringepunkte der — E. kommen sie häufig vor, in der Bahn des Blitzes sehr selten. In allen Fällen sind sie sehr einfach. Es findet sich keine wiederholte Verästelung, höchstens eine einfache Gabeltheilung. In Fig. 2, Taf. II sind die Aufspringepunkte nebst den Anfängen der Bahn der — E. einiger Funken in ihren Umrissen dargestellt. Die dunkeln Ausläufe sind immer mit einem lichten Saume umgeben. Sie haften im Gegensatze zu den Ausläufern der + E. nur lose an dem Schellack, so dafs man sie leicht abwischen kann.

Was endlich das mittlere Drittel des Funkenbildes betrifft, das Drittel der Ausgleichung der beiden Elektricitäten, so habe ich an demselben keine Besonderheiten entdecken können. Nur das verdient hervorgehoben zu werden, dafs die Vereinigung der beiden Elektricitäten auf einer um so gröfseren Strecke stattfindet, je stärker der Funke ist. Es wird von stärkeren Funken der Widerstand, den der Schellacküberzug der Vereinigung darbietet, leichter überwunden, und die Bilder stellen sich dann so dar, wie auf geglättetem Papier.

Das Gesagte gilt nur von den Funken der Inductoren, die bei Einschaltung einer elektrischen Flasche überspringen, nicht von den einfachen Funken der Inductoren. Diese geben zwar auch Bilder, dieselben sind aber sehr schmal und einfach und lassen den Unterschied zwischen der + und — E. nicht besonders hervortreten.

Schliefslich will ich noch bemerken, dafs der Weg des übergesprungenen Funkens auf der Oberfläche des Schellacks dauernd sichtbar ist, wenn man auch den Rufs rein abgewaschen hat. Das Licht wird eigenthümlich von der Bahn des Blitzes reflectirt. Der Schellack scheint durch die übergesprungene Elektricität geglättet zu seyn.

VI. *Ueber einige mechanische Wirkungen des elektrischen Funkens* [1]; *von Prof. E. Mach und Stud. J. Wosyka in Prag.*

(Mitgetheilt aus Bd. 72 d. Berichte d. Wien. Akad.)

1.

Als kürzlich Hr. Dr. Dvořák in den am hiesigen Institute stattfindenden Referaten über die Fortschritte der Physik die hübschen Versuche des Hrn. Antolik[2]) „über das Gleiten des elektrischen Funkens“ wiederholte, sprach Mach die Vermuthung aus, dafs die Figuren auf den berufsten Platten akustischen Ursprunges seyen. Dieser Gedanke war in der That der nächstliegende, nachdem schon Töpler[3]) die vom elektrischen Funken ausgehenden Luftwellen nach der Schlierenmethode aufgezeigt, nachdem Cl. Neumann[4]) in einer nach Mach's Vorschlägen ausgeführten Versuchsreihe die Identität der Abria'schen (elektrischen) und der Kundt'schen (akustischen) Staubfiguren nachgewiesen und gezeigt hatte, dafs solche Abria-Kundt'sche Staubfiguren nicht allein durch elektrische und akustische, sondern durch explosive Vorgänge jeder Art (z. B. Abbrennen von Knallgas, plötzliches Ausstofsen von Luft aus dem Munde usw.) erzeugt werden. Dieser Auffassung hatten sich die bald folgenden Untersuchungen von Dvořák[5]) über die Natur der Kundt'schen Staubfiguren sehr gut angeschlossen. In einer späteren Arbeit haben

1) Vergl. die vorläufige Anzeige im Wiener akademischen Anzeiger 1875, No. 10.

2) Antolik, Pogg. Ann. 1875, No. 1.

3) Töpler, Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode. Bonn, Max Cohen, 1864.

4) Cl. Neumann, Wiener akad. Anzeiger 1870, No. 28.

5) Dvořák, Sitzb. d. Wien. Akademie, Bd. 68, 69, 71.

aufserdem noch Mach und Fischer[1]) den elektrischen Funken und die Abria-Kundt'schen Staubfiguren zum Studium der Brechung und Reflexion des Schalles benutzt.

Wir nahmen uns nun vor, um die Haltbarkeit der erwähnten Auffassung[2]) zu prüfen, gemeinschaftlich eine Versuchsreihe auszuführen. Aus den angestellten Versuchen wollen wir die lehrreichsten herausheben und beschreiben. Dieselben haben die ausgesprochene Ansicht im Wesentlichen bestätigt und sind wohl geeignet, einerseits übertriebene Hoffnungen, welche man an die Antolik'schen Figuren knüpfen könnte, zu beseitigen, und andererseits eine interessante und praktisch verwerthbare Seite der Antolik'schen Versuche hervorzuheben. Aufklärungen über die Natur der elektrischen Entladung werden diese Versuche schwerlich geben, sie sind aber sehr brauchbar für Zwecke der Akustik und zu Zeitmessungen.

2.

Wendet man mit Antolik eine vorgezeichnete zickzackförmige Funkenbahn an, so entstehen die auffallendsten Formen der Rufsfiguren. Von jedem Scheitel eines hohlen Winkels der Zickzacklinie geht ein *V*-förmiger Streifen so aus, dafs die Spitze des *V* mit dem Scheitel des Winkels und die Symmetrielinie des *V* mit der Halbirungslinie des Winkels zusammentrifft. Die Contouren des *V* werden durch Anhäufungen von Rufs gebildet. Bei Anwendung der Lupe sieht man, dafs der Rufsstreifen auch an der Spitze des *V* doppelt ist und eine hellere Furche zwischen sich fafst. Wir haben eine längere Funkenbahn mit einer einzigen Knickung angewandt, wodurch die Figur viel gröfser und deutlicher wird. Fig. 3 auf der Taf. II stellt die Erscheinung dar.

1) Mach und Fischer, Ueber die Reflexion und Brechung des Schalles. Sitzb. d. Wien. Akad. Bd. 67. (Ann. Bd. 149, S. 521.)

2) Diese Auffassung wird auch schon dadurch gestützt, dafs nach Antolik's Angabe die Figuren im luftverdünnten Raume nicht entstehen.

Diese *V*-förmigen Streifen erklären sich im Allgemeinen wenigstens am besten, wenn man sie als eine Interferenzerscheinung auffafst. Die von den beiden Schenkeln des Winkels ausgehenden und parallel diesen Schenkeln fortschreitenden linearen Wellen überkreuzen sich längs der Halbirungslinie des Winkels. Wo ihre theilweise entgegengesetzten Impulse zusammentreffen, wird der Rufs angehäuft, während er sonst weggefegt wird. Ohne schon jetzt die Erklärung aller Details geben zu wollen, bemerken wir, dafs das Freibleiben einer mittleren Furche durch die sehr schwache Bewegung an der Halbirungslinie des Winkels und die successive Verbreiterung der *V*-förmigen Streifen vom Scheitel des Winkels aus sich wahrscheinlich wie jede Verbreiterung der Interferenzstreifen bei Vergröfserung der Entfernung von den Wellenquellen und vielleicht auch mit aus der Vergröfserung der Wellen beim Fortschreiten erklärt.

Geht man von der Ansicht aus, dafs die *V*-förmigen Streifen den Interferenzstellen (Durchkreuzungsstellen) der von der Funkenbahn ausgehenden Luftwellen entsprechen, so kann man dieselben durch Veränderung der Versuchsumstände mannigfaltig variiren und erhält immer das theoretisch erwartete Resultat. Wendet man z. B. eine Funkenbahn mit einer Knickung und ungleich langen Winkelschenkeln an, so erscheint das *V* gegen den kürzeren Schenkel concav gebogen. Zwei parallele Funkenstrecken, welche die Gegenseiten eines Rechteckes bilden, geben, wenn die Endladung durch beide gleichzeitig erfolgt, einen geradlinigen Rufstreifen in ihrer Symmetrielinie, der sich nach beiden Seiten, sobald er die Gränzen des gedachten Rechteckes überschreitet, *V*-förmig verbreitert. Zwei punktförmige Funkenstellen geben einen eben solchen Streifen. Zwei parallele Funkenstrecken — — — —, durch welche dieselbe Entladung geht, von der Anordnung der Fig. 1 (im Text) geben den daselbst angedeuteten Rufsstreifen. Die Fig. 2, in welcher die Funkenbahn ähnlich bezeichnet wurde, ist hiernach unmittelbar verständlich. Sehr hübsch

Fig. 1.

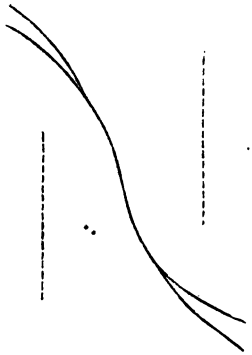
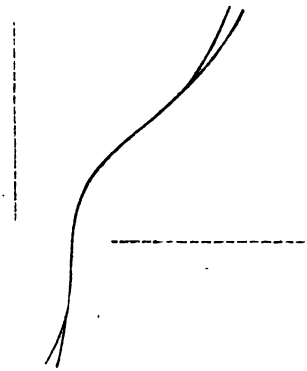


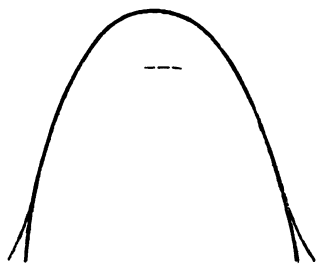
Fig. 2.



ist das Resultat, wenn man dieselbe Entladung durch eine geradlinige Strecke und gleichzeitig durch einen isolirten Punkt führt. Dann muſs man theoretisch einen parabolischen Ruſsstreifen erwarten. Der isolirte Punkt soll der Brennpunkt und die gerade Strecke die Directrix der Parabel seyn. In der That sieht die Figur 3 ganz so aus.

Bei ungleichzeitiger Entladung durch zwei gegebene Bahnen werden diese Resultate modificirt. Man erwartet

Fig. 3.

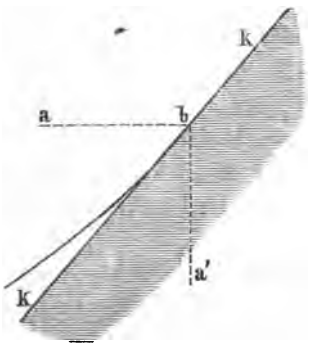


z. B. bei Anwendung zweier punktförmiger Funkenstellen einen hyperbolischen Rufsstreifen, der seine Concavität der Stelle der späteren Entladung zuwendet. Läfst man die Entladungen durch die beiden Gegenseiten eines Rechteckes gehen, so wird der mittlere parallele Rufsstreifen gegen die Seite der späteren Entladung hin verschoben. Wir werden sehen, dafs diese theoretischen Erwartungen zutreffen.

3.

Sind die Schallwellen die Erzeuger der Rufsfiguren, so mufs sich an denselben die Reflexion beobachten lassen. Diefs ist wirklich der Fall. Wir verwenden eine geradlinige Funkenbahn *ab* (Fig. 4) und pressen zwischen die beiden Glasplatten, zwischen welchen die Entladung statt-

Fig. 4.



findet, eine durch die Schraffirung angedeutete Kautschukplatte *kk* gut ein. Dann erscheint die Mittellinie des *V*-förmigen Rufsstreifens an der reflectirenden Gränze *kk* gerade so, als ob noch ein Spiegelbild des Funkens *ba'* vorhanden wäre. Es sind uns noch complicirtere Reflexionsversuche gelungen, die wir jedoch nicht besonders beschreiben werden, da dieser eine wohl genügen dürfte.

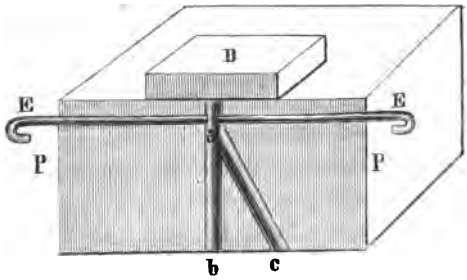
4.

Die Rufsfiguren und namentlich die *V*-förmigen Streifen sind durchaus nicht elektrischer Natur, sondern lassen sich durch Explosionen jeder Art, welche die entsprechenden Luftbewegungen erzeugen, herstellen. Wir bringen in einer Metallplatte eine *V*-förmige Spalte an, entsprechend der einmal geknickten Funkenbahn und setzen auf diese Spalte ein Holzparallelepiped. An der der Platte abgewendeten Fläche des Parallelepipeds denken wir uns einen kleinen Kreis und schneiden nun aus dem Holz eine Art Hohlkegel heraus, den wir uns beschrieben denken, indem eine Gerade sich gleichzeitig durch die Contouren der *V*-förmigen Spalte und den Kreis bewegt. Unter der Metallplatte mit der *V*-förmigen Spalte bringen wir in geringem Abstande eine berufste Glasplatte an und an dem kreisförmigen Ende des Hohlkegels setzen wir ein Pistol an und brennen ein Zündhütchen ab. Sofort erscheint auf der berufsten Platte eine Figur, welche der Funkenfigur vollkommen ähnlich ist. Sehr ausgebildet ist hiebei der *V*-förmige Streifen. Die vom Zündhütchen erregte Explosion kommt bei Anwendung eines längeren Holzparallelepipeds fast gleichzeitig in allen Punkten der *V*-förmigen Spalte an und breitet sich von hier aus wie die Funkenwelle zwischen den Platten aus.

Damit die Rufsfiguren entstehen, mufs der Funke nicht nothwendig auf der berufsten Platte überspringen. Man kann im Gegentheil die vom Funken ausgehende Luftbewegung durch irgend einen Kanal zur Platte leiten und erhält dasselbe Resultat.

Wir bringen in einer dicken Holzplatte *PP* (Fig. 5 im Durchschnitt dargestellt) zwei Bohrungen *ab* und *ac* an, von welchen die erstere senkrecht, die zweite schief durch die Platte geht. Am Ende *a* münden die Elektroden ein und dasselbe ist durch den Deckel *D* gedeckt. Bringt man unterhalb *PP* in geringem Abstande eine berufste Platte an, so entstehen bei der Entladung unter *b*

Fig. 5.



und *c* gerade solche Flecke, als wenn der Funke daselbst übersprungen wäre. Aufserdem erhält man aber einen hyperbolischen, gegen *c* concav gekrümmten Rufsstreifen. Die hyperbolische Krümmung rührt selbstverständlich davon her, dafs die Luftbewegung in *c* später anlangt als in *b*.

Wenden wir statt der cylindrischen Bohrungen schlitzförmige Bohrungen mit parallelen Mündungen bei *bc* an, so erhalten wir einen geradlinigen Rufsstreifen, der gegen die längere Bohrung um die Längendifferenz aus der Mittellinie verschoben erscheint.

5.

Die Antolik'schen Figuren lassen sich noch durch Wellen ganz anderer Art nachahmen. Werfen wir auf eine Quecksilberfläche *V*-förmig oder zickzackförmig geknickte Eisendrähte, so dafs sie der ganzen Länge nach gleichzeitig auffallen, so bemerken wir aufser den direct erregten Wellen sofort die Interferenzwülste, welche den *V*-förmigen Streifen entsprechen. Diese Interferenzwülste lassen bleibende Spuren zurück, wenn man unreines, mit einer Oxydhaut bedecktes Quecksilber verwendet. Bestreut man die Quecksilberoberfläche mit Lycopodium, so häuft sich dieses wie der Rufs in den Interferenzlinien an. Alle in den Figuren 1, 2, 3 (im Text) dargestellten Fälle lassen sich auf diese Weise nachahmen. Auch erhält man

Verschiebungen der Interferenzwülste beim ungleichzeitigen Aufwerfen zweier Drähte.

Den Rufsfiguren ähnliche Wellenfiguren kann man auch im polarisirten Licht beobachten. Vor dem Fensterladen steht ein Heliostat und wirft das Sonnenlicht auf eine grofse Sammellinse. Im Brennpunkte derselben befindet sich ein Nicol mit verticaler Polarisationsebene. Es dringt also ein Kegel polarisirten Lichtes ein, fällt auf einen unter 45° gegen den Horizont geneigten Spiegel und von da aufwärts auf die untere Fläche einer horizontalen Glasplatte, die mit einer 2 bis 3 Ctm. dicken Schicht von frisch erstarrtem Leim bedeckt ist. Diese Leimschicht wird von oben her durch ein Nicol betrachtet, durch dessen Drehung sich das Licht fast auslöschen läfst. Drückt man die Leimplatte von oben mit dem Finger oder einem zugerundeten Stäbchen, so erscheint an der gedrückten Stelle ein schwarzes Kreuz, welches ebenso entsteht wie das Kreuz der Krystalllinse oder einer gedrückten Glaslinse. Bei stärkerem Druck erhält das Kreuz auch farbige Ringe. Bei jedem Schlag auf die Leimplatte sieht man von der getroffenen Stelle aus eine helle Schallwelle im Leim fortlaufen. Läfst man einen Drahtring auf die Platte fallen, so bringt die im Centrum des Ringes zusammenlaufende Schallwelle momentan ein schwarzes Krenz hervor. Beim Aufwerfen von winkelförmig oder zickzackförmig gebogenen Drähten erkennt man leicht die Analoga der *V*-förmigen Streifen, welche sich je nach der Stellung gegen die Polarisationsebene hell oder dunkel abheben.

Man kann auch an eine Ecke der recheckig geschnittenen Leimplatte ein rechteckig ausgeschnittenes Stück Holz anlegen und durch Hammerschläge die Antolik'schen Figuren hervorrufen.

Die Leimplatten eignen sich vorzüglich zu Collegienversuchen, wenn man das Licht durch eine Sammellinse und ein Nicol auf die vertical gestellte Leimplatte fallen läfst und dicht hinter dieselbe einen grofsen schwarzen verticalen Glasspiegel stellt, welcher um 45° gegen die

Platte geneigt ist. In diesem Spiegel kann fast das ganze Auditorium die Erscheinungen beobachten.

Wir haben auch analoge Versuche nach der Töpler'schen Schlierenmethode auszuführen angefangen. Auf diese Versuche, bei welchen sich neue Fragen ergeben haben, kommen wir bei anderer Gelegenheit zu sprechen. Hier mag gleich bemerkt werden, dafs das sinnreiche und einfache Antolik'sche Verfahren des Vorzeichnens der Funkenbahn vielfache akustische Anwendungen gestattet, indem man mit Hülfe desselben leicht intensive Schallwellen von beliebiger Anfangsform herstellen kann.

Den Antolik'schen ähnliche Figuren kann man durch den Funken auch in Flüssigkeiten darstellen. Glasplatten werden unter Terpentinöl durch den plötzlichen Stofs des Funkens regelmäfsig zertrümmert. Man erhält aber die Figuren, wenn auch sehr verwaschen, auf berufsten Glasplatten unter Terpentinöl.

6.

Die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Antolik'schen Figuren von der Funkenstelle aus bilden, ist mindestens von der Ordnung der Schallgeschwindigkeit. Dies liefs sich auf folgende Weise zeigen:

Die Scheibe der Holtz'schen Maschine wurde berufst, in geringem Abstand davon und parallel derselben wurde die Platte mit der vorgezeichneten geknickten Funkenbahn aufgestellt. Die Entladung wurde eingeleitet, wenn die berufste Scheibe in möglichst rascher Rotation begriffen war, wobei nach beiläufiger Schätzung der Rand der Scheibe bis zu 50 Meter (nahe $\frac{1}{6}$ der Schallgeschwindigkeit) absolute Geschwindigkeit erreichen konnte. In mehreren Versuchen erhielten die V-förmigen Streifen, welche auf der rotirenden Scheibe entstanden, eine Biegung und Ablenkung, welche mit der Annahme wohl vereinbar war, dafs die Figurenbildung mit der Schallgeschwindigkeit fortschreite. Bei geringerer Geschwindigkeit der Figurenbildung hätte

aber die Biegung und Ablenkung sehr auffallend werden müssen.

7.

Wir wollen hier noch einige hübsche Versuche erwähnen, deren vollständige Erklärung wir hier noch nicht geben können. Wir haben nämlich versucht, was aus den *V*-förmigen Streifen werde, wenn man die Funkenbahn so anordnet, dafs dieselben aufeinander losgeleitet werden. Diese Streifen geben, wo sie sich treffen, merkwürdig scharfe Durchschnitte, wie man an den Figuren 4, 5, 6 (auf Tafel II) bemerkt. Wahrscheinlich erklären sich auch diese Figuren aus den resultirenden Bewegungen beim gleichzeitigen Zusammentreffen mehrerer Wellen.

8.

Wir hoffen hiemit vorläufig gezeigt zu haben, dafs aller Wahrscheinlichkeit nach die Rufsfiguren sich durch Luftbewegungen, speciell Schallbewegungen, erklären lassen. Auf die Verwendbarkeit derselben zu akustischen Studien wurde schon hingewiesen. Wie die Zeitdifferenz zwischen zwei Entladungen durch diese Figuren auf die einfachste Art gemessen werden kann, ist aus dem Früheren unmittelbar einleuchtend.

VII. *Von Differential-Manometern mit zwei Flüssigkeiten; vom Ingenieur Arthur Achard.*

(*Arch. des sciences phys. et nat.* 1874, *T.* 49, *p.* 344.)

Mifst man den Druck p eines Gases mittelst eines offenen Manometers, so wird die diesen Druck messende Säule x der Flüssigkeit vom specifischen Gewicht Δ ausgedrückt durch

$$x = \frac{p}{\Delta}.$$

Je kleiner Δ ist, desto gröfser ist x für einen gegebenen Werth von p und desto empfindlicher also das Instrument. Diese Empfindlichkeit würde man noch erhöhen, wenn man den Druck durch die Säule einer fingirten Flüssigkeit vorstellte, deren specifisches Gewicht der Unterschied wäre zwischen den specifischen Gewichten Δ und δ zweier reellen Flüssigkeiten, welchen Unterschied man durch die Wahl der Flüssigkeiten nach dem Grade der beabsichtigten Empfindlichkeit abändern könnte. Ein Instrument der Art wäre sehr bequem zur Messung schwacher Druckveränderungen bei Gasen, z. B. denen, welche das Leuchtgas bei Durchstreichung langer Röhrenleitungen erleidet.

Als ich suchte, ein nach diesem Princip beruhendes Instrument herzustellen, gelangte ich zu der weiterhin beschriebenen Einrichtung. Die Nachsuchungen, welche ich anstellte, um zu sehen, ob es schon vorgeschlagen sey, haben mir gezeigt, dafs Hrn. Kretz die Priorität gebührt (*Course de physique de M. Jamin, Edit. III, T.* 1) und dafs verschiedene andere Apparate zu ähnlichem Zweck erdacht worden sind [1]).

Das Folgende soll zeigen, worin diese verschiedenen Instrumente von einander abweichen.

1) Z. B. das Differentialbarometer von Wollaston (Ann. 1829, Bd. 16, S. 618.) P.

Eine U-förmige Röhre (Fig. 9, Taf. II) von kleinem Kaliber (z. B. 5^{mm}) steht senkrecht und ihre beiden, gewöhnlich ungleich langen Schenkel erweitern sich eine jede zu einer verticalen Röhre von beträchtlich gröfserem Durchmesser. Der untere Theil der U-Röhre und der kürzere Schenkel sind eingenommen von einer Flüssigkeit vom specifischen Gewicht Δ; der längere Schenkel enthält eine andere Flüssigkeit von dem geringeren specifischen Gewicht δ. Die Flüssigkeiten müssen sich bis in die erweiterten Röhren erheben. Die Trennungsflächen beider Flüssigkeiten, die unvermischbar seyn müssen, dienen als Index des Instruments. Nullpunkt ist die Lage, welche der Index einnimmt, wenn die Drucke auf die beiden freien Oberflächen gleich sind. Ist dies der Fall, so gehorchen die Höhen H und h der freien Oberflächen dieser Flüssigkeiten, der dichteren und der lockeren, über den Nullpunkt der Relation

$$H\Delta = h\delta.$$

Wenn nun nichts geändert wird an dem Druck, der auf die Oberfläche der weniger dichten Flüssigkeit wirkt, und man läfst einen Drucküberschufs p auf die der anderen wirken, so steigt das Niveau der ersten Flüssigkeit um y, während das der zweiten um eben so viel sinkt (vorausgesetzt, die Durchmesser der beiden weiten Röhren seyen gleich) und der Index um x steigt. Nennt man Z und z die Höhe der freien Oberflächen über der neuen Lage des Index, so hat man:

$$p + Z\Delta = z\delta.$$

Allein man hat:

$$z = h - x + y, \quad Z = H - x - y,$$

oder vielmehr, da

$$y = \frac{a}{A}x,$$

wenn man den Querschnitt der U-Röhre a nennt, und A den der weiten Röhren

$$z = h - x + \frac{ax}{A}, \quad Z = H - x - \frac{ax}{A},$$

folglich

$$p + \left(H - h - \tfrac{ax}{A}\right) \Delta = \left(h - x + \tfrac{ax}{A}\right) \delta$$

oder, wenn man erwägt, dafs $H\Delta = h\delta$

$$p = x\left[\Delta - \delta + \tfrac{a}{A}(\Delta + \delta)\right],$$

also

$$x = \frac{p}{\Delta - \delta + \frac{a}{A}(\Delta + \delta)}.$$

Dies ist die sehr einfache Theorie des eben beschriebenen Instruments, welches in seiner allgemeinsten Form das ***Differentialmanometer mit zwei Flüssigkeiten*** darstellt. Damit es empfindlicher sey als das gewöhnliche Manometer, in welchem $x = \frac{p}{\Delta}$ [1]), mufs man haben

$$\Delta - \delta + \tfrac{a}{A}(\Delta + \delta) < \Delta,$$

woraus

$$\frac{a}{A} < \frac{\delta}{\Delta + \delta}.$$

Das Instrument ist in dieser allgemeinsten Form vollkommen anwendbar. Hat man z. B. als gegeben: $\Delta = 1000$ (Wasser), $\delta = 780$ (Petroleum), $\frac{a}{A} = 0{,}037$, so wird ein Druck von 1 Kilogramm auf das Quadratmeter durch $3{,}5^{mm}$ repräsentirt seyn, statt 1^{mm} im gewöhnlichen Wassermanometer; seine Empfindlichkeit wird also im Verhältnifs 3,5 : 1 erhöht seyn.

Allein man kann das Instrument unter zwei Formen specialisiren, welche den beiden Hypothesen entsprechen, die man über den Nenner des Werthes von x machen kann.

1) Angenommen $\delta = \Delta$, hat man einfach

$$x = \tfrac{1}{2} \frac{p}{\Delta} \frac{A}{a}.$$

1) Damit diese Formel anwendbar sey auf das gewöhnliche Leuchtgas-Manometer mit zwei gleichen Schenkeln, mufs die Scale beweglich seyn. Ist sie fest, so hat man blos $x = \frac{1}{2} \frac{p}{\Delta}$.

Die Ablesung, welche ein Leuchtgas-Manometer mit gleichen Schenkeln und fester Scale geben würde, fände sich vergrößert im Verhältniß A zu a. Dies ist das Princip des *Differentialmanometers* von Hrn. Colladon, beschrieben von Hrn. Thury in seiner *Notice sur quelques instruments de physique construits à Genève dans l'atelier de M. Schwerd.*

Die Verschiedenartigkeit der beiden Flüssigkeiten dient hier nur dazu, sich eines Indexes zu versichern, der die flüssige Masse in zwei Portionen von unveränderlichen Volumen theilt. Auch kann man in dieselbe Klasse das Manometer stellen, welches der Dr. Schilling in seinem *Traité de l'éclairage au gaz* unter dem Namen: *Indicateur du Dr. List* beschrieben hat. In diesem Instrument befindet sich nur *eine* Flüssigkeit (gefärbtes Petroleum), die U-Röhre, welche von sehr kleinem Durchmesser ist, hat einen sehr langen horizontalen Theil, während die verticalen Schenkel sehr kurz sind. Den Index bildet das eine Ende einer Luftblase, die sich im horizontalen Theile befindet.

2) Nimmt man $\frac{a}{A}$ so klein an, daß $\frac{a}{A}(\Delta+\delta)$ vernachlässigt werden kann gegen das Glied $\Delta-\delta$, so hat man

$$x=\frac{p}{\Delta-\delta}.$$

Dies ist das Princip des von mir erdachten Instruments[1]). Um es zu verwirklichen, muß man die erweiterten Röhren ersetzen durch Glasgefäße von der Gestalt eines sehr abgeplatteten Umdrehungsellipsoids (nach Art der Behälter bei den üblichen Petroleumlampen). Mit Wasser und Petroleum wird ein Druck von einem Kilogramm auf das Quadratmeter repräsentirt durch ungefähr

1) Unter gütiger Mithülfe des Hrn. Perrot habe ich ein ziemlich rohes Instrument construirt, in welchem $\frac{a}{A}$ noch zu groß ($\frac{1}{110}$) war, das aber, wie ich erwartete, vollständig gelang. Die Flüssigkeiten waren Petroleum und gerötheres Wasser.

$4^{mm},5$; mit Wasser und Terpentinöl durch $7^{mm},7$; mit Wasser und Baumöl durch $11^{mm},7$.

Man begeht bei der Ablesung immer einen Fehler in *minus* in der Schätzung des Drucks, weil das zweite Glied des Nenners nicht strenge Null seyn kann. Damit der Fehler nur $\frac{1}{n}$ der Ablesung sey, mufs bei der Construction die Relation

$$\frac{a}{A} = \frac{\Delta - \delta}{(n-1)(\Delta + \delta)}$$

erfüllt seyn, welche zeigt, dafs, zu gleicher Annäherung, die Behälter auf den beiden Schenkeln der U-Röhre desto geräumiger seyn müssen, als die Dichtigkeiten der beiden Flüssigkeiten einander näher kommen. Setzt man $\frac{1}{n} = \frac{1}{100}$, so findet man

	Werth von $\frac{A}{a}$	Durchmesser der Behälter, der der Röhre gleich 5^{mm}.
Wasser und Petroleum	801	$141^{mm},5$
Wasser und Terpentinöl	1424	$188^{mm},7$
Wasser und Baumöl	2230	$286^{mm},7$.

Um nicht auf Dimensionen zu kommen, welche das Instrument unbequem machen würden, ist es besser, sich mit einem mäfsigen, aber bekannten Grad von Annäherung zu begnügen und hernach die Ablesung zu berichtigen.

Das von Hrn. Kretz vorgeschlagene Instrument scheint zur zweiten Kategorie zu gehören.

Schliefslich noch die Bemerkung, dafs wenn man versuchen wollte, die Eigenschaften der Manometer beider Kategorien zu vereinigen, indem man gleichzeitig den Unterschied $\Delta - \delta$ und das Verhältnifs $\frac{a}{A}$ unbegränzt verringerte, man ein gewissermafsen unendlich empfindliches und deshalb zu Beobachtungen unbrauchbares Instrument haben würde.

VIII. *Ueber die Abhängigkeit der Circularpolarisation des Quarzes von der Temperatur;* von *Victor v. Lang.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus Bd. 71 der Wiener Berichte.)

I.

Es handelte sich bei den folgenden Beobachtungen um Bestimmung der Aenderung des Drehungswinkels einer Quarzplatte, wenn dieselbe auf verschiedene Temperaturen gebracht wurde. Zu dem Zwecke befand sich die Quarzplatte, oder richtiger die Quarzsäule, da ihre Länge 36,78^{mm} betrug, in demselben Erhitzungsapparate, den ich schon zu den Messungen über die Abhängigkeit des Brechungsquotienten der Luft von der Temperatur benutzt hatte[1]). Bei den gegenwärtigen Beobachtungen wurden jedoch nur zwei Temperaturen benutzt: die Zimmertemperatur von beiläufig 20° C. und die durch Wasserdampf erzielte Temperatur von ungefähr 94° C.

Die Messung des Drehungswinkels geschah nach der bekannten Broch'schen Methode unter Zuhülfenahme eines Spectralapparates. Das Licht passirte also der Reihe nach das fixe Nicolprisma *A*, die Quarzsäule *B*, das drehbare Nicolprisma *C*, das Collimatorrohr *D*, das Prisma *E* und das Beobachtungsfernrohr *F* des Spectralapparates. Das Azimut des drehbaren Nicolprisma konnte an einem Theilkreise, allerdings nur bis auf Zehntelgrade abgelesen werden. Die Zahlen dieses Kreises nehmen ab, wenn der Drehungswinkel wächst.

Da die Beobachtungen bei künstlicher Beleuchtung ausgeführt wurden, so mufste man zuerst das Fadenkreuz des Fernrohrs *F* auf eine bestimmte Stelle des Spectrums einstellen, für welche dann der Drehungswinkel durch

1) Sitzungsberichte Bd. 69, II. Abth. (1871).

Drehen des Nicolprisma *C* bestimmt werden konnte. Zu dem Zwecke wurde vor das Nicolprisma ein Bunsenbrenner gestellt und in dessen Flamme entweder ein Lithium- oder Natrium- oder Thalliumsalz gebracht, so dafs sich die nachfolgenden Beobachtungen auf die Farben der rothen Lithium-, der gelben Natrium- und der grünen Thalliumlinie beziehen. Der Bunsenbrenner wurde dann entfernt und ein Argandbrenner an seine Stelle gesetzt, um ein continuirliches Spectrum zu erhalten, was ja zur Anwendung der Broch'schen Methode unumgänglich nothwendig ist. Für die Natrium- und Thalliumlinie reichte dies auch ganz gut aus, nur bei der Lithiumlinie erwies sich das Spectrum gegen das rothe Ende zu kurz für das Broch'sche Verfahren. Es mufste daher zu einer stärkeren Beleuchtung, zu dem Drummondlichte gegriffen werden, aus welchem Grunde der zweite Theil der folgenden Beobachtungen erst ein Jahr später ausgeführt wurde.

Noch ist über den Apparat zu bemerken, dafs im Fernrohre *F* statt des Fadenkreuzes zwei Parallelfäden angewandt wurden, die etwas weiter von einander entfernt waren als die durch die Nicolprismen hervorgerufenen schwarzen Streifen im Spectrum. Die Einstellung schien auf diese Weise am genauesten ausgeführt werden zu können.

Da zur Erhöhung der Genauigkeit der beiden Reihen der nachfolgenden Messungen die Quarzsäule jedesmal ungeändert an ihrem Platze blieb, so konnten die absoluten Werthe der Drehungswinkel nicht ermittelt werden. Eine einzelne Beobachtung nach Vollendung der ganzen Reihe und Entfernung der Quarzsäule hätte kaum grofses Vertrauen verdient. Dagegen dürfen die Differenzen der folgenden Winkelwerthe auch deshalb einen grofsen Grad von Genauigkeit beanspruchen, da sie nahezu an ein und derselben Stelle des Theilkreises ausgeführt werden konnten. Bei der zuvor angegebenen Quarzdicke unterscheiden sich nämlich die Drehungswinkel der obigen drei Linien beiläufig um 191 und 182°. Man hat daher das Nicol-

prisma beim Uebergang von der Lithiumlinie um beiläufig 11° zu drehen, wenn man wieder die Stelle sucht, wo der schwarze Streifen im Spectrum zwischen den Parallelfäden steht. Beim Uebergang von der Natriumlinie zur Thalliumlinie hat man gar nur um beiläufig 2° zu drehen.

II.

In der nachfolgenden Aufzählung der Beobachtungen enthält die erste Spalte die Zeit der Beobachtung, die zweite Spalte die Linie, für welche sie gilt, die dritte die Temperatur im Innern des Erhitzungsapparates, die vierte das betreffende Azimut des drehbaren Nicolprisma, die letzte Spalte endlich die Ordnungszahl der Gruppe, in welche die Beobachtung eingereiht wurde. Ein Sternchen in der zweiten Spalte bedeutet, dafs das Fernrohr *F* auf die betreffende Linie neu eingestellt wurde.

Die Zahlen der vierten Gruppe sind schon Mittelwerthe aus 15 bis 20 einzelnen Ablesungen; die aus solchen Ablesungen berechneten wahrscheinlichen Fehler übersteigen nicht die Gröfse von 0°,26.

1873 Dec.	17.	3^h N.	*Na	17,8° C.	72,23°	1
		6	Na	93,6	63,46	2
		7	*Th	94,0	58,33	4
	18.	2	Th	20,0	69,28	3
		3	*Na	20,1	71,53	1
	19.	2	*Th	20,1	70,20	3
		6	*Na	20,0	70,29	1
		7	Na	93,7	62,71	2
		8	*Th	94,0	57,22	4
	20.	10 V.	Th	19,7	68,12	3
		11	*Na	20,4	72,14	1
		1 N.	Na	94,1	63,42	2
		2	*Th	94,1	57,41	4
		5½	Th	20,0	68,73	3
		6	*Na	20,1	71,90	1
		7	Na	94,0	62,92	2
		7½	*Th	94,1	58,62	4

1873 Dec.	21.	10 V.	Th	20,5	69,62	3
		11	*Na	21,0	71,11	1
		12 N.	Na	94,0	62,53	2
		12½	*Th	94,1	58,81	4
	22.	12	Th	20,6	68,82	3
		12½	*Na	21,7	71,20	1
1874 Dec.	19.	1 N.	*Li	22,0	102,65	5
		2½	Li	93,7	96,63	6
	20.	12	*Li	20,5	103,15	5
		1½	Li	93,3	96,17	6
	26.	2	*Li	21,5	103,57	5
		3	Li	92,6	96,68	6
	25.	11½ V.	*Li	18,3	103,71	5
		1 N.	Li	93,7	96,60	6
	26.	11½ V.	*Na	19,0	91,81	7
		12 N.	*Li	19,6	104,03	5
		1½	Li	93,5	97,09	6
		7	*Na	17,0	93,53	7
	27.	11 V.	*Na	19,4	93,37	7
		5 N.	*Na	20,0	92,89	7
		5½	*Li	20,0	103,15	5
		7	Li	94,1	96,96	6
	28.	11½ V.	*Na	19,5	93,33	7
		12 N.	*Li	19,9	102,64	5
		12½	*Na	20,0	93,08	7

Die vorstehenden Beobachtungen zerfallen, wie angegeben, in 7 Gruppen. Nimmt man innerhalb jeder Gruppe die Mittel, da ein bestimmtes Gesetz sich nicht erkennen läfst, so erhält man folgende Zahlen, welche auch die wahrscheinlichen Fehler der Winkelablesungen enthalten:

Gruppe	1	Na (7)	20,2° C.	71,49°	± 0,25°
	2	Na (5)	93,9	63,01	13
	3	Th (6)	20,2	69,19	20
	4	Th (5)	94,1	58,10	22
	5	Li (7)	20,3	103,27	20
	6	Li (6)	93,5	96,69	13
	7	Na (6)	19,1	93,00	25

Die eingeklammerten Zahlen bedeuten die Anzahl der in der betreffenden Gruppe enthaltenen Beobachtungen.

Von diesen sieben Gruppen sind die vier ersten und die drei letzten jedesmal bei ungeänderter Stellung des Nicolprisma *A* und der Quarzsäule *B* ausgeführt worden, und zwar die erstere bei Gasbeleuchtung, die letztere bei Drummondlicht. Um aber diese zwei Reihen von Beobachtungen auf einander beziehen zu können, wurde beide Mal für die Natriumlinie bei gewöhnlicher Temperatur beobachtet: Gruppe 1 und 7. Wie die wahrscheinlichen Fehler dieser Gruppen lehren, besitzen diese zwei Gruppen zufällig trotz der verschiedenen Beleuchtung den gleichen Grad der Zuverlässigkeit.

Dem Gesagten zufolge geben also die letzten Zahlen nicht nur die Aenderungen der Drehungswinkel der drei Linien, sondern lassen auch die absoluten Werthe dieser Winkel für die Lithium- und Thalliumlinie berechnen, falls der Drehungswinkel für die Natriumlinie als bekannt vorausgesetzt wird.

III.

Was das erste Problem betrifft, so geben die Gruppen 1 bis 6 folgende zusammengehörige Aenderungen für Temperatur und Azimut des drehbaren Nicolprisma

Li . . .	73,2° C.	6,58° ± 0,24°	
Na . . .	73,7	8,48	28
Th . . .	73,9	11,09	30

Nimmt man an, dafs die Aenderung der Drehungswinkel proportional der Temperatur erfolge, so giebt die letzte Zahlenreihe für 1° C. die Aenderungen

Li . . .	0,0899° ± 0,0033°		I.
Na . . .	0,1151	38	
Th . . .	0,1501	41	

Diese Gröfsen wären natürlich noch durch die Länge der benutzten Quarzsäule zu dividiren, wollte man die betreffenden Aenderungen für 1° C. und 1^{mm} Quarzdicke er-

halten. Bevor wir dies thun, wollen wir aber mit Hülfe der letzten Zahlen die Gruppen 1, 3, 5, 7 auf die gemeinsame Temperatur von 20° C. reduciren. Dann wird

Gruppe	1	Na . . .	71,72° ± 0,25°	
	3	Th . . .	69,49	20
	5	Li . . .	103,54	25
	7	Na . . .	91,97	20

Aus diesen Zahlen erhält man für die Differenz der Drehungswinkel der aufeinander folgenden Linien:

Li — Na . . .	11,57° ± 0,32°	
Na — Th . . .	2,23	0,32,

zu welchen Winkeln noch 180° zu addiren ist, um nach den früher angegebenen beiläufigen Werthen die richtige Gröfse der Differenzen zu erhalten. Es wird so

Li — Na . .	191,57° ± 0,32°		II.
Na — Th. . .	182,23	0,32	

Setzt man nun den Drehungswinkel des Quarzes bei 20° C. und 1^{mm} Dicke gleich 21,66°, so mufs die benutzte Quarzplatte zufolge der angegebenen Länge (36,78^{mm}) einen Drehungswinkel von 796,65° haben; dies giebt für die absoluten Werthe der Drehungswinkel:

Li . . .	605,08° ± 0,32°		III.
Na . . .	796,65		
Th . . .	978,88	0,32	

Reducirt man diese Zahlen mit Hülfe der früher für die Aenderungen durch die Temperatur gefundenen Werthe (I) auf 0°, so wird:

Li . . .	603,28° ± 0,32°		IV.
Na. . .	794,85		
Th. . .	795,88	0,32	

Wir können nun auch die relativen Aenderungen der Drehungswinkel berechnen. Dividiren wir zu diesem Zwecke die Zahlenwerthe (I) durch die zuletzt gefundenen Gröfsen, so erhalten wir:

Li . . .	0,000149° ± 0,00005		V.
Na. . .	144	5	
Th . . .	153	4	

Diese Zahlen, welche nunmehr für eine beliebige Quarzplatte die Aenderung der Einheit des Drehungswinkels repräsentiren, zeigen keinen Zusammenhang mehr mit der Wellenlänge; sie fallen auch innerhalb der Fehlergränzen schon zusammen. Wir können somit sagen:

„Die relative Aenderung der Drehungswinkel des Quarzes durch die Temperatur ist für alle Farben dieselbe."

Die Gröfse dieser Aenderung finden wir, wenn wir aus den letzten Zahlen das Mittel nehmen, da wir sie zufolge der angegebenen wahrscheinlichen Fehler als gleichwerthig betrachten können. Dies führt auf die Formel:

$$\delta = \delta_0 [1 + (0{,}000149 \pm 0{,}000003)\, t] \qquad \text{VI,}$$

in welcher δ_0 den Drehungswinkel irgend einer Farbe bei 0°, δ den Winkel für dieselbe Farbe bei $t°$ C. bedeutet. Hierbei ist, wie bisher immer, vorausgesetzt, dafs δ und δ^0 für dieselbe Quarzplatte gelten, die also bei den verschiedenen Temperaturen verschiedene Dicke haben wird.

Will man den Drehungswinkel immer mit Bezug auf dieselbe Dicke kennen, so ist der rechte Theil der letzten Formel noch durch $1 + 0{,}000008\, t$ zu dividiren, da dies die Aenderung der Längeneinheit des Quarzes längs seiner Axe für $t°$ C. ist[1]). Hierdurch wird die letzte Formel:

$$\delta = \delta_0 [1 + (0{,}000141 \pm 0{,}000003)\, t] \qquad \text{VII.}$$

Der Unterschied beider Formeln dürfte aber wohl in den meisten Fällen zu vernachlässigen seyn.

1) Ich benutze diese Gelegenheit, um zwei Versehen in der Abhandlung von mir: „Ueber die Lichtgeschwindigkeit im Quarze", Sitzungsberichte Bd. 60, Abth. II, zu corrigiren. Auf Seite 13 soll es nämlich statt 39° 56′ 51° 78 richtig heifsen 34° 56′ 51° 78, wodurch das Verhältnifs der linearen Ausdehnung des Quarzes parallel und senkrecht zur Axe gleich — 0,0007283 wird und nicht wie angegeben — 0,0006839. (Vergl. Ann. Bd. 140, S. 440.)

Auch ist durchgehends statt $\frac{A}{2} - r$ zu setzen $r - \frac{A}{2}$, was jedoch ebenfalls auf das Endresultat keinen Einfluſs hat.

IV.

Dividirt man die Zahlenreihe (IV) durch die Länge der benutzten Quarzsäule, so erhält man für die absoluten Drehungswinkel bei 0° C. für 1^{mm} Quarzdicke

Li . . .	$16{,}402° \pm 0{,}009°$		VIII.
Na . . .	21,597		
Th . . .	26,533	0,009	

Diese Zahlen können dazu benutzt werden, um die Wellenlänge der Lithium- und Thalliumlinie zu finden. Zu dem Zwecke suchen wir zuerst nach Formel VI die Drehungswinkel für 13,3° C. und erhalten:

Li . . .	$16{,}433° \pm 0{,}009$		IX.
Na . . .	12,640		
Th . . .	26,586	0,009	

Die Temperatur von 13,3° C. wurde nämlich gewählt, weil dann der Drehungswinkel für die Natriumlinie genau gleich wird dem Werthe, der sich mit der Wellenlänge (0,00058880^{mm}) dieser Linie aus der Formel:

$$\delta = -0{,}3395 + \frac{7{,}24678}{10^6 \lambda^2} + \frac{0{,}12943}{10^{12} \lambda^4}$$

ergiebt. Diese Formel wurde für die Drehungswinkel des Quarzes von Boltzmann[1]) nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Boltzmann verwirft zwar diese Formel gegen eine einfachere, hier wurde sie aber als bloſse Interpolationsformel beibehalten, da sie die gröſste Anzahl von Constanten enthält. Diese Formel giebt nun zufolge der Werthe IX in Millimetern

Li . . .	$\lambda = 0{,}00067034$	$+ 0{,}00000018$
Th . . .	53461	08

E. Ketteler[2]) giebt für diese Wellenlängen bei 15° C. mit Benutzung desselben Werthes für die Wellenlänge der Natriumlinie

Li . . .	$\lambda = 0{,}00067062$
Th . . .	53451.

1) Pogg. Ann. Jubelband S. 134.

2) Beobachtungen über die Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865.

IX. *Ueber die Magnetisirbarkeit cylindrischer Eisenröhren in verschiedenen Richtungen; von Hermann Herwig.*

In den letzten Jahren haben unsere Kenntnisse von der Magnetisirbarkeit des Eisens durch mehrere gründliche Arbeiten eine wesentliche Erweiterung erfahren. Zu den zum Theil schon älteren Bestimmungen über die Magnetisirung von Ellipsoïden und Stäben sind namentlich die von Hrn. Stoletow[1]) und ziemlich gleichzeitig von Hrn. Rowland[2]) ausgeführten Bestimmungen über die Magnetisirung von Ringen hinzugetreten. Diese, sowie alle neueren Untersuchungen haben die grofse Veränderlichkeit der sogenannten Magnetisirungsfunction mit der magnetisirenden Kraft ergeben und gezeigt, dafs im grofsen Ganzen der Gang dieser Veränderlichkeit überall derselbe ist. Im Speciellen aber variiren die Werthe der Magnetisirungsfunction so sehr mit dem Material, dafs sich niemals von den an einem Körper gemachten Messungen auf die eines andern ein sicherer Schluſs ziehen läfst und besonders eine Vergleichung der für Ellipsoïde und für Ringe gefundenen Magnetisirungsfunction nicht thunlich erscheint. Ich habe deshalb, wenigstens in erster Annäherung, die *Magnetisirungen eines und desselben Eisenkörpers in verschiedenen Richtungen* zu bestimmen gesucht und gebe im Folgenden die Resultate wieder, welche ich an einer Anzahl cylindrischer *Eisenröhren* bei *circularer* (im Sinne der Querschnittskreise des Cylinders) und bei *axialer* (im Sinne der Axe des Cylinders) Magnetisirung gewonnen habe. Ich habe dabei gleichzeitig auf die remanenten Magnetismen Rücksicht genommen und waren es gerade die eigenthümlichen Erscheinungen, die ich im weiteren Verfolg

1) Diese Ann. Bd. 146, S. 439.
2) *Philos. mag. t.* 46, *p.* 140.

meiner Untersuchungen [1]) über circular magnetisirtes Eisen betreffs des remanenten Magnetismus beobachtete, welche mich zuerst zu einer Vergleichung der für verschiedene Richtungen geltenden Magnetisirbarkeit von Röhren veranlafsten.

Das Arrangement der in einem grofsen Kellerraume angestellten Versuche bedarf keiner weiteren Erklärung; ich will nur einiges hinzufügen über Vorsichtsmafsregeln und über angewandte Correctionen für die Berechnung der magnetischen Momente und der äufseren magnetisirenden Kräfte. Die circulare Magnetisirung wurde bewirkt durch einen in der Axe der Röhre verlaufenden stromleitenden Kupferdraht, das erreichte Moment liefs sich durch den ein entferntes feines Spiegelgalvanometer umfliefsenden Inductionsstrom messen, der in einer engen den Kupferdraht unmittelbar, aber isolirt umschliefsenden Messingröhre inducirt wurde. Beides, Kupferdraht und Messingröhre, ragten noch eine weitere Strecke in gerader Linie aus der Eisenröhre hervor. Für die Messingröhre durfte bei der Berechnung ein gleichfalls in der Axe verlaufender Leiter substituirt werden, wie sich einfach daraus ergab, dafs ein und derselbe den Kupferdraht und die Messingröhre hintereinander in umgekehrter Richtung durchfliefsender kräftiger Strom die Eisenröhre absolut nicht magnetisirte.

Wenn durch den Kupferdraht der magnetisirende Strom von der Stärke i fliefst, so kann derselbe bei der angegebenen Längsausdehnung des Kupferdrahtes über die Eisenröhre hinaus als unendlich langer geradliniger Strom für jedes Eisentheilchen wirksam angesehen werden. Erfüllt das Theichen den Raum

$$dL \,.\, \varrho \, d\varphi \,.\, d\varrho$$

(wo L längst der Cylinderaxe, ϱ als Entfernung von der Axe und φ als Polarwinkel gerechnet wird), so ist die darauf wirkende Kraft also

$$\frac{2\,i}{\varrho} \,.\, dL \,.\, \varrho \, d\varphi \,.\, d\varrho.$$

1) Diese Ann. Bd. 153, S. 115.

Die durchschnittlich auf die Volumeinheit Eisen wirkende Kraft ist also

$$\frac{2i\int_0^L dL\int_0^{2\pi} d\varphi\int_r^R d\varrho}{L\pi(R^2-r^2)} = \frac{4i}{R+r},$$

wenn L die Länge der Eisenröhre, R und r äufserer und innerer Halbmesser derselben sind.

Bei einigen der Röhren war, um die stärkeren Magnetisirungen zu erreichen, ein mehrmaliges Hindurchführen des primären Stromes erforderlich. In diesen Fällen habe ich den Ausdruck der Kraft nicht einfach mit der Anzahl der Hindurchführungen multiplicirt, weil hier die Führung des Stromes eher zu kleinen Abweichungen Anlafs geben konnte, sondern empirisch die dann jedesmal herrschenden Kräfte auf die bei einfacher Stromführung reducirt, indem die Stromstärke bei dem ersten Versuche mit mehreren Stromeswindungen stets soweit kleiner genommen wurde, als bei dem zuletzt vorhergehenden Versuche mit einfacher Führung, dafs die Magnetisirung genau dieselbe blieb. Das gab dann die genaueren Reductionszahlen, die allerdings stets sehr angenähert die Multiplicationszahlen der Windungen waren.

Die Zurückführung des Stromes wurde immer parallel der Zuführung in genügender Entfernung von der Eisenröhre eingerichtet. Der hierbei noch restirende Einfluſs des primären Stroms auf das Galvanometer ist stets abgerechnet, er war aber immer äufserst klein, da abgesehen von der parallelen Stromesführung der primäre Strom mehrere Meter Distanz von dem Galvanometer hatte.

Die das circulare Moment messenden Inductionsströme verliefen ganz oder zu einem genau bestimmten Bruchtheile stets denselben Schliefsungskreis. Die Angaben des Galvanometers verhielten sich also, wie die elektrischen Kräfte der Induction. Natürlich wurden die kleinen von dem Kupferdraht auf die Messingröhre direct inducirten Ströme stets controllirt und in Anrechnung gebracht.

Für die axialen Magnetisirungen hatte ich eine Anzahl von weiten Kupferdrahtspiralen mit überall nur einer Lage von Drahtwindungen gleichmäfsig aufgewickelt, welche um die Röhren gesteckt dieselben mit weiterem Zwischenraum umgaben. Da die längste der Röhren fast 2 Meter Länge hatte, so reichte mein Vorrath von Spiralen nicht, um noch über diese Länge hinaus zu gehen, und habe ich deshalb in gleicher Behandlung aller Röhren stets gerade so viel Spirallänge zum Magnetisiren benutzt, als die jedesmalige Röhrenlänge betrug. Die magnetisirende Kraft berechnet sich für diese Verhältnisse folgendermafsen: Die Eisenmasse der Röhre kann in die Axe verlegt gedacht werden, so dafs ein Längenelement dx derselben die Masse des Raumes

$$dx \,.\, \pi\,(R^2 - r^2)$$

vertritt. Ein Theilchen der primären Stromspirale, welches um ϱ von dem Elemente dx absteht und mit der Axe den Winkel ϑ bildet, übt dort bei der Intensität i die Kraft aus

$$\frac{i \sin \vartheta}{\varrho^2} \,.\, dx \,.\, \pi\,(R^2 - r^2) = \frac{i \sin \vartheta\, d\vartheta}{a}\, \pi\,(R^2 - r^2),$$

wenn a der Halbmesser der Spirale ist. Die eine Spiralwindung, der das magnetisirende Stromestheilchen angehört, übt daher auf die ganze Röhre, von deren einer Endebene diese Windung um c entfernt seyn möge, die Kraft aus

$$\cos\vartheta = -\frac{L-c}{\sqrt{(L-c)^2+a^2}}$$

$$\int_{c}^{\cos\vartheta = \frac{c}{\sqrt{c^2+a^2}}} 2i\pi^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\,(R^2 - r^2) =$$

$$= 2i\pi^2(R^2 - r^2)\left\{\frac{(L-c)}{\sqrt{(L-c)^2+a^2}} + \frac{c}{\sqrt{c^2+a^2}}\right\}.$$

An der betrachteten Stelle sitzen nun bei n überhaupt vorhandenen Spiralwindungen $n \,.\, \frac{dc}{L}$ Windungen, so dafs nunmehr die Gesammtwirkung ist

$$2ni\pi^2\frac{R^2-r^2}{L}\int_{c=0}^{c=L}\left\{\frac{L-c}{\sqrt{(L-c)^2+a^2}}+\frac{c}{\sqrt{c^2+a^2}}\right\}dc=$$

$$=2ni\pi^2\frac{R^2-r^2}{L}\left\{2\sqrt{L^2+a^2}-2a\right\}.$$

Für die practisch eingehaltenen Verhältnisse genügt es statt dessen zu schreiben

$$4ni\pi^2(R^2-r^2)\left(1-\frac{a}{L}\right).$$

Der gegenüber der Wirkung einer unendlich lang gedachten Spirale hinzutretende Correctionsfactor $\left(1-\frac{a}{L}\right)$ störte nicht zu sehr, da $a=21^{mm}$ war, während sich L bei den verschiedenen Röhren zwischen 946 und 1899 bewegte.

Die durchschnittlich auf die Volumeinheit wirkende Kraft ist nunmehr

$$\frac{4ni\pi}{L}\left(1-\frac{a}{L}\right).$$

Die axialen Momente wurden auf zweierlei Weise gemessen, einmal durch Ablenkungen, dann durch Inductionsströme, beides am Galvanometer beobachtet. Die Röhren lagen hier, wie immer, senkrecht zur magnetischen Meridianebene so, daſs ihre Verlängerung den Magnet des Galvanometers getroffen haben würde. Die Mitte der Röhren war dabei stets 4550^{mm} vom Galvanometer entfernt. Handelte es sich also um Ablenkungen (an dem stromlosen Galvanometer), so waren darin direct die Verhältnisse der Momente gegeben, wenn noch die Correction für die verschiedenen Längen der Röhren (wobei die Poldistanz stets zu 0,8 der Röhrenlänge gerechnet wurde) hinzugenommen wurde.

Bei Messungen mit einer secundären Inductionsspirale wurde in groſser Entfernung von der Eisenröhre durch eine weitere in den primären Strom eingeschaltete Spirale ein anderer Eisenstab so magnetisirt, daſs die definitiven Ablenkungen am Galvanometer ganz compensirt waren. Mit einer ebensolchen weiteren Spirale, aber ohne Eisenkern wurde auch für den Fall der Ablenkungsmessungen

die directe Wirkung der eigentlichen Magnetisirungsspirale auf das Galvanometer compensirt. Dadurch, dafs die Beobachtung der Ablenkungen und der Inductionsströme ausgedehnt parallel durchgeführt wurde, waren die Inductionsströme auf die Ablenkungen bei jeder Röhre genau reducirbar. Ebenso konnten alsdann unter Berechnungen, die sich nach dem vorigen von selbst verstehen, die Inductionsströme bei circularer Magnetisirung auf Ablenkungen reducirt werden, indem die Widerstände des Inductionsschliefsungskreises für beide Fälle (in dem einem Falle war an die Stelle der Messingröhre die secundäre Spirale getreten) scharf mit einander verglichen waren.

Auf diese Art waren also alle Momente durch Ablenkungen am Galvanometer ausdrückbar. Und der absolute Werth dieser Ablenkungen wurde wiederholt mit einem permanenten Stahlmagnete, dessen absolutes Moment mehrfach gemessen wurde, festgestellt. Dafs ferner das Galvanometer selbst nicht im Laufe der Versuche irgend erhebliche Aenderungen erfuhr, wurde durch fortwährende Beobachtung der Schwingungsdauer constatirt.

Ich theile nun die Zahlen mit, welche zunächst an 7 verschiedenen Röhren gewonnen wurden; einige weitere zu besonderen Zwecken bestimmte Röhren bespreche ich erst nachträglich. Die sämmtlichen Röhren waren für Gasleitungen fabricirte Röhren, die bekanntlich aus recht gleichmäfsigem, weichem Walzeisen gezogen werden. Ihre Verhältnisse sind in der Tabelle I enthalten.

Tabelle I.

Röhre	Gewicht in Grammen	Länge L	Aeufserer Durchmesser $2R$	Innerer Durchmesser $2r$
		mm	mm	mm
1	1280	1476	16,3	11
2	2673	1574	27	21,2
3	1941	946	26,8	19,6
4	2563	1899	21	14,8
5	1135	1565	16,6	12,5
6	699	994	16,6	12,6
7	546	1000	13	9

In den folgenden Tabellen II bis VIII ist verzeichnet:
In der ersten Colonne die Versuchsnummer;
in der zweiten Colonne die Tage t, an welchen die Versuche angestellt wurden, wobei für jede Röhre die Zählung selbständig mit 1 beginnt;
in der dritten Colonne die äufseren magnetisirenden Kräfte Y für Circularmagnetisirung;
in der vierten Colonne die durch diese Kräfte hervorgerufenen circularmagnetischen Momente m (der doppelte Werth derselben wurde gemessen durch die bei der raschen Umkehr des primären Stromes inducirten secundären Ströme und es ist, wofern nicht der veränderliche Gang dieser Ströme durch Anführung des Anfangs- und Endwerthes der Momente angegeben ist, unter m stets der constante Werth zu verstehen, welcher bei einer Anzahl aufeinanderfolgender Umkehrungen regelmäfsig erhalten wurde);
in der fünften Colonne die jedesmal zurückbleibenden remanenten Magnetismen P in Procenten der zugehörigen Werthe m ausgedrückt (diese Werthe wurden gewonnen durch Vergleichung der eben genannten Umkehrungsströme mit den noch hinzugefügten Oeffnungs- und Schliefsungsströmen, die in mehrfacher Wiederholung in demselben Sinne angewandt wurden. Nur bei wenigen Versuchen unterblieb die Beobachtung dieser Ströme);
in der sechsten bis achten Colonne die entsprechenden Werthe X m_1 und P_1 für axiale Magnetisirung;
in der neunten und zehnten Colonne die Werthe $\frac{m}{Y}$ und $\frac{m_1}{X}$.

Die Werthe Y m X und m_1 beziehen sich sämmtlich auf die Volumeinmeit von 1 Cubikmillimeter und sind in dem *Gaufs'schen absoluten Maafse* (mit Zugrundelegung der Secunde, des Milligramm und des Millimeter) ausgedrückt.

(Hier folgt Tabelle II bis VIII.)

No.	t	circular	
		Y	m
39	38	21,59	1279,31
40	38	26,74	1817,96
41	38	34,50	2878,44
42	38	12,16	370,33 328,24
43	38	13,75	488,16 459,54
44	38	12,22	340,03
45	38	53,42	6531,2
46	38	61,98	6817,36
47	38	66,52	7019,36
48	39	15,17	518,45 462,91
49	39	46,93	6127,21
50	39	71,60	7356,02
51	39	12,62	311,41 277,74
52	42	70,105	8060
53	42	13,87	257,54
54	42	17,56	740,65 558,86
55	42	63,01	7893,3* 7640,8
56	42	83,12	8753,16
57	43	68,87	7704,18
58	56	76,03	8450
59	56	13,53	403,99
60	57	11,21	127,93
61	58		
62	58		
63	58		
64	58		
65	58		
66	58		
67	71	11,865	252,49**

T

68	1	12,775	367,98
69	1	8,07	157,71
70	1	4,91	67,59
71	1	8,07	152,70
72	14	13,34	393,02
73	43	27,77	2428,20
74	43	15,05	500,66
75	46	27,77	2438,21

* Nach vorhergehender kräftiger axialer Magn

** Nach vielfacher Umkehr mit stärkeren Strön

	axial			$\frac{m}{Y}$	$\frac{m_1}{X}$
P	X	m_1	P_1		
72				59,24	
78				67,99	
80				83,43	
46				30,45	
				27	
55				35,5	
				33,42	
				27,82	
83				122,26	
82				109,99	
83				105,52	
53				34,18	
				30,51	
84				130,57	
81				102,74	
31				24,68	
				22,01	
79				114,97	
				18,57	
				42,18	
				31,83	
				125,27	
82				121,26	
83				105,31	
83				111,86	
82				111,14	
50				29,87	
37				11,41	
	20,09	564,6	46%		28,1
	37,71	2102,01	53		55,74
	67,39	4864,16	44		72,18
	92,115	6514,5	39		70,72
	114,68	7608,9	35		66,35
	20,09	495,10			24,64
				21,28	

belle IV. Röhre 3.

39%				28,8	
35				19,53	
23				13,78	
30				18,91	
37				29,46	
69				87,44	
45				33,27	
				87,81	

tisirung.
en.

No.	t	circular	
		Y	m
120	72	11,55	680,61 641,51
121	72	9,93	434,43
122	72	10,49	448,91
123	72	11,65	695,09
124	72	29,69	6317,76
125	72	35,89	7428,24
126	82		
127	82		
128	82		
129	82		
130	82		
131	1	11,67	406,55
132	1	7,84	207,26
133	1	11,57	395,92
134	1	9,78	305,58
135	1	12,45	441,09
136	1	12,61	470,4 860,93*
137	2	13,44	613,81
138	7	12,94	555,35
139	8	12,89	568,64
140	8	8,05	249,78
141	8	8,88	289,63
142	8	10,46	387,95
143	8	10,87	414,52
144	8	12,76	555,35
145	14	12,94	534,1
146	14	18,57	1756,41
147	14	13,05	613,81
148	14	19,01	1825,5
149	14	12,94	653,67
150	14	19,01	1822,84
151	15	12,855	842,33 666,96
152	15	20,48	2338,34
153	15	19,91	2194,85
154	17	12,74	882,19 786,53
155	17	19,01	2338,34
156	17	18,85	2197,50
157	17	20,855	2678,46
158	17	20,56	2625,31
159	19	11,535	643,04 520,81
160	19	13,15	714,79

* Im Augenblick des Magnetisirens geschlage

	axial			$\frac{m}{Y}$	$\frac{m_1}{X}$
P	X	m_1	P_1		
46				58,93 55,54	
43				43,75	
43				42,8	
				59,66	
79				212,8	
75				206,97	
	29,59	2802,8			94,72
	40,02	3802,4			95,01
	72,30	6673,8			92,31
	20,18	1411,2			69,93
	29,79	2814,8			94,5

abelle IV. Röhre 5.

$23\frac{4}{0}$				34,84
19				26,44
22				34,22
22				31,26
22				35,43
				37,3 68,27
35				45,67
26				42,92
33				44,12
25				31,03
19				32,62
28				37,09
24				38,14
35				43,52
30				41,28
57				94,58
31				47,04
57				96,03
40				50,52
57				95,89
34				65,63 51,88
66				114,18
				110,24
40				69,25 61,74
58				123,01
65				116,58
63				128,43
				127,7
33				55,75 45,15
39				54,36

No.	t	circular	
		Y	m
201	35	20,62	3550,48
202	35	19,24	2444,27*
203	35	18,54	2358,51
204	35	11,71	754,72
205	35	17,71	2174,12
206	35	19,6	2607,23
207	39	12,45	862,9
208	39	12,63	1050,61** 733,29
209	57		
210	57		
211	57		
212	57		
213	62		
214	73	19,78	3053,2
215	73	21,90	3430,56
216	73	19,71	3044,64
217	73	34,41	6123,59
218	73	41,99	6775,4
219	73	12,925	909,1 784,75

Ta

220	1	28,38	4126,1
221	1	28,12	4641,86
222	6	16,85	1960,75 1781,72
223	6	25,49	4347,75
224	11	16,335	2161,09 1820,09
225	11	23,92	4092
226	36	15,99	1321,37*** 1125,3
227	55		
228	55		
229	55		
230	57	15,58	1449 1295,8
231	57	16,23	1739,1
232	57	27,51	4552,32
233	57	41,865	6802,9
234	57	50,96	7416,7
235	60		

* Nach sehr starker circularer Magnetisirung,
** Nach kräftiger axialer Magnetisirung.
*** Nach sehr starker axialer Magnetisirung.

	axial			$\frac{m}{Y}$	$\frac{m_1}{X}$
P	X	m_1	P_1		
77				172,18	
				127,56	
73				127,21	
50				64,45	
				122,76	
72				138,12	
56				69,31	
50				{ 83,18	
				{ 58,06	
	20,59	956,31	26		46,46
	38,02	3129,75	40		82,32
	68,75	5807,42	28		84,48
	93,14	7302,75	25		78,41
	36,75	2992			81,42
70				154,36	
72				156,62	
				154,47	
80				177,98	
79				161,36	
				{ 70,26	
				{ 60,72	

belle VIII. Röhre 7.

77⅞				145,39	
80				165,07	
70				{116,36	
				{105,74	
79				170,57	
70				{132,3	
				{111,42	
80				171,07	
67				{ 82,64	
				{ 70,38	
	37,15	3026	53⅛		81,46
	67,69	5740,5	40		84,81
	91,93	7075,5	33		76,97
64				{ 93	
				{ 83,17	
64				107,17	
73				165,47	
76				162,49	
75				145,55	
	36,52	2775,3			76

deren Messung aber mifsglückte.

Die Schlüsse, welche sich aus den vorstehenden Resultaten über die Magnetisirung des Eisens ziehen lassen, sind mannichfaltig und zum Theil überraschend. Ich will die wichtigsten anführen und sie durch Hinzufügung noch mehrerer Details der Versuche, welche in die Tabellen nicht gut aufgenommen werden konnten, ergänzen. Dabei beziehen sich sämmtliche Angaben, die nicht speciell für axiale Magnetisirungen gemacht sind, auf circulare Magnetisirungen. Die Letzteren habe ich den Tabellen gemäfs überhaupt als die bisher weniger untersuchten viel ausführlicher studirt und von den ersteren nur soviel herausgezogen, als zur Vergleichung mit den circularen Magnetisirungen diente.

1. Der erste Versuch bei jeder Röhre ist jedenfalls frei von dem Einflüsse der immer sehr starken remanenten Magnetismen. Bei diesem ersten Versuche hat sich nun stets beim allerersten Schlusse des primären Stromes genau die Hälfte der Wirkung von den demnächst bei gleicher magnetisirender Kraft vorgenommenen Umkehrungsströmen ergeben. Das ist nicht nur bei schwächeren, sondern auch bei starken anfänglichen Magnetisirungen der Fall, wie die Röhren 1, 6 und 7 für die absichtlich sofort grofs gewählten Kräfte ergeben haben. Die doppelte Wirkung von dem ersten Schlusse erhält man alsdann in der ersten Versuchsreihe durch Umkehrungsströme nicht nur dann, wenn man sie unmittelbar dem ersten Schlusse folgen läfst, sondern auch dann, wenn man zunächst nach dem ersten Schlusse eine Anzahl von Oeffnungen und Schliefsungen des primären Stromes in demselben Sinne vorgenommen hat. Diese wiederholten Oeffnungen und Schliefsungen geben denselben Werth, wie die Oeffnungen und Schliefsungen nach vorher öfters durchgeführter Umkehr des primären Stromes. (Nur sind in beiden Fällen die Oeffnungen und Schliefsungen mehrfach mit einer anfangs in ganz geringem Maafse abnehmenden Stärke bis zu constanten Endwerthen verlaufend.) Die remanenten Magnetismen bilden sich also sofort nach der Wirkung des ersten Stromschlusses aus. Die Wirkung derselben magnetisiren-

den Kraft in demselben oder in entgegengesetztem Sinne ist indessen hierdurch nicht beeinflufst. Daraus ist zu schliefsen, dafs man, so oft man nach zwischenliegenden schwächeren Magnetisirungen zu der ersten stärkeren zurückkehrt, einen gleichen Effect erwarten darf. Das ist im Ganzen und Grofsen wohl auch zu erkennen, indessen sind auch deutlich ausgesprochene Fälle vorhanden, wo im Laufe der Zeit die Magnetisirbarkeit unter denselben äufseren Umständen einen ganz bestimmten Veränderungsgang durchmacht und zwar ist derselbe mit einziger Ausnahme der Röhre 2 dann durchweg im Anfang ein steigender (im Falle der Röhre 2 ebenso bei den späteren starken Magnetisirungen). Man könnte vermuthen, dafs in diesen Fällen durch lange fortgesetztes Bewegen der Eisenmolecule (vom Standpunkt der Theorie der drehbaren Molecularmagnete aus gedacht) die Beweglichkeit derselben zunähme. Aus demselben Grunde dürfte es zu erklären seyn, wenn eine lange Pause in den Versuchen anfänglich eine generelle Abschwächung der Magnetisirbarkeit zur Folge zu haben scheint, wie es z. B. bei der Röhre 1 nach 36-tägiger Pause in den Versuchen 12 bis 14 angedeutet ist.

2. Die Beobachtung der ersten Schlüsse bei Magnetisirungen, die stärker sind, als alle vorangegangenen, hat unter möglichster Berücksichtigung der vorhandenen remanenten Magnetismen ergeben, dafs hier gleichfalls, wenigstens sehr angenähert diejenigen Wirkungen von den Kräften erzielt werden, welche durch dieselben Kräfte beim allerersten Magnetisiren erreicht seyn würden. Es liefs sich namentlich bei grofsen Sprüngen in der Stärke der angewandten Kräfte in dieser Richtung mit ziemlicher Sicherheit beobachten und darf deshalb wohl einfach angenommen werden, dafs die aufwärts steigenden Reihen der Kräfte in den Tabellen unter einander direct vergleichbare Werthe der Magnetisirungen für die verschiedenen Kräfte enthalten.

3. Ganz anders verhalten sich dagegen Magnetisirungen, die schwächer sind, als bereits vorausgegangene. War die zuletzt vorausgegangene Magnetisirung selbst eine

stärkere, so führt zunächst ein dem remanenten Magnetismus entgegengesetzter erster Schluſs, resp. eine so gerichtete erste Umkehr des primären Stromes stets zu sehr viel lebhafteren Wirkungen, als weitere Schlüsse und Umkehrungen. Es wird also ein beträchtlicher Theil des remanenten Magnetismus durch diese erste entgegengesetzte Kraft aufgehoben. Aber weiter befolgt auch bei den jetzt folgenden Umkehrungen die Wirkung noch einen ausgesprochen abnehmenden Gang, gleichgültig, ob sie im Sinne des vorangegangenen remanenten Magnetismus oder entgegengesetzt gerichtet sind. Erst nach öfterer Stromesumkehr werden constante Werthe erzielt. Ganz denselben Gang der Inductionsströme erhält man, wenn eine mäſsige circulare Magnetisirung einer kräftigen axialen folgt. Für beides sind in den Tabellen einige Beispiele angeführt (stets mit Ausschluſs der den früheren remanenten Magnetismus zerstörenden ersten Umkehr), während an vielen andern Stellen der Tabellen einfach die nach öfterer Umkehr schlieſslich erreichten constanten Werthe notirt sind. Man muſs also eine vorübergehende leichtere Beweglichkeit der Eisenmolecule in Folge vorausgegangener sehr lebhafter Bewegung annehmen, wobei die Richtung dieser Bewegung gleichgültig zu seyn scheint.

Die Erscheinung ist, soweit sie bisjetzt besprochen wurde, analog dem Einflusse einer kräftigen mechanischen Erschütterung auf die Magnetisirbarkeit. Auch für diesen Einfluſs, der sich ganz erheblich herausstellt, habe ich einige Beispiele in die Tabellen aufgenommen. Dabei will ich bemerken, daſs das kräftige Schlagen der Röhren nicht nur, wie es bei den notirten Beispielen der Fall war, im Augenblick des Stromschlieſsens oder Umkehrens selbst sich wirksam erweist, sondern auch, wenngleich weniger stark, nachdem die erste Magnetisirung schon vorüber ist und der primäre Strom constant fortflieſst.

Von Bedeutung ist das Resultat, welches sich ferner betreffs der schlieſslichen constanten Wirkungen solcher schwächeren Magnetisirungen nach vorausgegangenen stärkeren herausgestellt hat. Der anfangs von den schwächeren

Kräften aufgehobene remanente Magnetismus ist stets nur ein gewisser Bruchtheil des überhaupt vorher herrschenden remanenten Magnetismus, und so geschehen die ganzen definitiven Bewegungen der Eisenmolecule durch die schwächeren Kräfte nicht um die neutrale Gleichgewichtslage herum, sondern um eine Lage, die selbst bereits ein magnetisches Moment repräsentirt. Hierbei ist es sogar in stärkeren Fällen sehr deutlich zu constatiren gewesen, dafs selbst die dem restirenden permanenten Magnetismus entgegengesetzt gerichteten Magnetisirungen die Molecule nicht bis zur neutralen Lage zurückzubringen vermögen, so dafs dort ein Moment resultirt, welches den umgekehrten Sinn der äufsern magnetisirenden Kraft befolgt. Bei diesen Bewegungen nun um eine neue Gleichgewichtslage herum ist durchgehend an den vielen in den Tabellen dafür gegebenen Fällen zu sehen, dafs die schliefsliche *Magnetisirbarkeit* durch die schwächeren Kräfte *gröfser ist, als in der ursprünglichen neutralen Lage, wenn das von der früheren starken Magnetisirung herrührende restirende Moment nicht zu grofs ist*, dagegen *kleiner, als in der neutralen Lage, wenn dieses Moment grofs ist.* Dieses gilt in ausgesprochener Weise nur dann, wenn die vorgehenden starken Magnetisirungen circulare waren; nach axialen Magnetisirungen sind zwar mehrfach auch entschiedene Beeinflussungen zu bemerken, deren Sinn jedoch nicht so bestimmt auftritt.

Das hier besprochene Verhalten findet eine weitere Bestätigung darin, dafs ein erster Schlufs, der für schwache Magnetisirungen nach vorausgegangenen recht starken im Sinne des remanenten Magnetismus der letzteren vorgenommen wird, einen schwächeren Inductionsstrom erzeugt, als die nach erfolgter Stromesumkehr vorgenommenen Schlüsse und Oeffnungen, für welche also bereits ein erheblicher Theil des früheren remanenten Magnetismus zerstört ist.

In einer ähnlichen Lage, wie schwächere Magnetisirungen, die stärkeren unmittelbar folgen, befinden sich nun auch magnetisirende Kräfte, welche zwar unmittelbar an schwächere sich anschliefsen, mittelbar jedoch an überhaupt vorausgegangene stärkere. Solche Kräfte sind ganz,

wie die vorhin besprochenen, im Stande, einen weiteren Theil des früheren starken remanenten Magnetismus der grofsen Kräfte aufzuheben, und zeigen qualitativ überhaupt dieselben Verhältnisse, so dafs eine Berücksichtigung der nicht neutralen Lage, um welche die Bewegungen der Eisenmolecule erfolgen, bei allen nicht in der aufsteigenden Reihe enthaltenen magnetisirenden Kräften erforderlich ist.

4. Der remanente Magnetismus der circularen Magnetisirungen macht im Ganzen, in Procenten der von den magnetisirenden Kräften jedesmal erzielten temporären Magnetismen ausgedrückt, einen steigenden Verlauf durch und erreicht ganz überraschend hohe Werthe. Dabei ist zu bemerken, dafs diese Magnetismen durchaus als permanente angesehen werden dürfen, indem ihre völlig constante Haltung wenigstens mehrere Wochen hindurch in mehreren Fällen beobachtet ist. So hat z. B. der remanente Magnetismus in No. 57 der Tabelle III, der also ein absolutes Moment von etwa 6500 Einheiten per Cubikmillimeter besafs, d. h. soviel, als an den besten Stahlmagneten der gewöhnlichen Stabform niemals permanent zu erhalten ist, sich bei einer 13 Tage später angestellten Beobachtung noch voll vorgefunden.

5. Dem gegenüber ist der remanente Magnetismus der axialen Magnetisirungen erheblich geringer und macht in Procenten, wie oben, ausgedrückt nur im Anfange einen steigenden und alsdann einen entschieden abfallenden Gang durch. Uebrigens kommen auch bei den axialen Magnetisirungen Werthe des remanenten Magnetismus vor, die durchaus frappant sind. Dabei ist gegenüber älteren Beobachtungen indessen daran zu erinnern, dafs namentlich die längeren hier untersuchten Röhren, bei denen sich die starken remanenten Magnetismen am ausgeprägtesten vorfinden, eine für solche Untersuchungen ungewöhnliche Länge besafsen. Des Weiteren wird aber auch, wie es scheint, die Röhrenform dieses Verhalten begünstigen, da wenigstens ein massiver Stab (1550^{mm} lang, 14^{mm} Durch-

messer) von geringerer Eisengüte, an demselben Apparate untersucht, entschieden kleinere remanente Magnetismen aufwies.

6. Wenn man nur die Versuche der aufwärtssteigenden Magnetisirungen (gemäfs No. 2) berücksichtigt, so machen in diesen die Quotienten $\frac{m}{Y}$ für circulare und $\frac{m_1}{X}$ für axiale Magnetisirung den durch alle neueren Untersuchungen constatirten anfangs lebhaft steigenden und nach Passiren eines Maximums wieder abfallenden Gang durch. Das Maximum tritt bei Momenten ein, die zwischen 4000 und 6000 liegen, ohne dafs es einem ganz bestimmten Werthe des Momentes anzugehören scheint. Ein ausgeprägter Unterschied in der Lage des Maximums für circulare und für axiale Magnetisirungen ist nicht zu erkennen.

7. Die Werthe $\frac{m}{Y}$ und $\frac{m_1}{X}$ unter einander verglichen, ergeben das Resultat, dafs beide bei schwachen Momenten nicht zu sehr verschieden, für stärkere Momente ganz bedeutend differiren; die Curve der Werthe $\frac{m}{Y}$ steigt sehr viel steiler an. Bei diesem wichtigsten Punkte ist es nothwendig, auf diejenige Theorie des Magnetisirens etwas einzugehen, welche am meisten ausgebildet ist. Es ist das die bekannte, zunächst auf die Scheidungshypothese gestützte Theorie Poisson's[1]). Nach Poisson's Theorie wird der magnetische Zustand irgend eines Moleculs eines Eisenkörpers bestimmt durch das Gleichgewicht unter folgenden Kräften:

a) der äufseren magnetisirenden Kraft;

b) den Kräften, welche aus dem Potential des ganzen nicht zur unmittelbaren Nachbarschaft des Molecules gehörenden magnetisirten Eisenkörpers resultiren (wofür auch die Einwirkung einer Oberflächenvertheilung substituirt werden kann);

c) den Widerständen im Molecule selbst. Unberücksichtigt bleiben dagegen die unmittelbar dem Molecule

1) *Mémoires de l'Académie, tome V, p.* 247. *Paris* 1826.

benachbarten Parthieen, soweit ihr magnetischer Zustand als homogen gedacht werden darf.

Magnetisirungsfunction wird jetzt diejenige Gröfse genannt, deren reciproker Werth mit dem Momente des Moleculs multiplicirt den unter *c*) genannten Widerstand darstellt. Die Magnetisirungsfunction ist also bei dem angegebenen Gleichgewicht der Kräfte gleich dem Quotienten aus dem magnetischen Momente und der algebraischen Summe der unter *a*) und *b*) genannten Kräfte.

Daraus folgt, dafs für den vorliegenden Fall $\frac{m}{Y}$ direct der Mittelwerth der Magnetisirungsfunction für die circulare Magnetisirung ist, da in diesem Falle nur die Kraft *a*) das heifst *Y*, nicht aber Kräfte *b*) existiren. Dagegen ist $\frac{m_1}{X}$ weder die Magnetisirungsfunction für die axiale Magnetisirung, noch auch läfst sich für diese Magnetisirung bei einem Hohlcylinder (oder auch bei einem an dessen Stelle gedachten Hohlellipsoïde) die Magnetisirungsfunction nach dieser Theorie bis jetzt überhaupt berechnen. Trotzdem kann man aus den vorliegenden Versuchen einen wichtigen Schlufs in Betreff derselben ziehen.

Nach Hrn. Neumann[1]) ist nämlich die Magnetisirungsfunction *k* bei axialer Magnetisirung eines massiven Rotationsellipsoïdes (und unter die Form des Rotationsellipsoïdes läfst sich auch mit genügender Annäherung ein längerer cylindrischer massiver Stab einbegreifen) gegeben durch

$$k = \frac{\frac{m_1}{X}}{1 - \frac{m_1}{X} A},$$

worin

$$A = 4\pi\sigma(\sigma^2 - 1)\left\{\tfrac{1}{2}\log\frac{\sigma+1}{\sigma-1} - \frac{1}{\sigma}\right\}$$

1) Crelle's Journal Bd. 37, S. 21.

und $\frac{1}{\sigma}$ gleich der numerischen Excentricität des Ellipsoïdes ist [1]).

Ein massiver Stab magnetisirt sich aber nach bekannter Erfahrung der Länge nach schwieriger, als eine gleich lange und gleich schwere Röhre. Ersetzt man deshalb die Röhren in der Rechnung durch gleich lange und gleich schwere massive Stäbe, so sind die nach Hrn. Neumann's Formel berechneten Magnetisirungsfunctionen allesammt zu grofs und man gewinnt so gewisse Gränzen für die übrigens unbekannten Mittelwerthe der axialen Magnetisirungsfunctionen der vorliegenden Versuche. Ich führe in dieser Richtung nur die Zahlen für jedesmal den gröfsten Werth $\frac{m_1}{X}$ bei jeder Röhre an und setze daneben die gröfsten Werthe von $\frac{m}{Y}$.

Röhre	Gröfstes $\frac{m_1}{X}$	obere Gränze für k	Gröfstes $\frac{m}{Y}$
1	124,05	232,6	201,94
2	72,18	128	130,57
3	39,37	117	119,23
4	95,01	143	273,61
5	98,82	138	187,81
6	84,48	182	183,31
7	84,81	143	171,09

Dafs die Gränzen für k entschieden zu hoch angegeben sind, ergiebt sich am besten daraus, dafs bei der Röhre 1 dieselbe über dem höchsten Werthe $\frac{m}{Y}$ liegt. Zwar sind diese Maximalwerthe von $\frac{m_1}{X}$ und $\frac{m}{Y}$ nur in der Nähe des

1) Anmerk.: In dem Falle eines einigermafsen gestreckten Ellipsoïdes darf man natürlich nicht mehr eine Vereinfachung des Ausdruckes für A durch Vernachlässigung der höheren Potenzen von $\frac{1}{\sigma}$ zu gewinnen suchen, wie es in einer erst dieser Tage in meine Hände gelangten Abhandlung (diese Annal. Bd. 154, S. 336) Hr. Börnstein ohne Reserve thut.

wirklichen Maximums gelegen, da die Versuche zum Theil erhebliche Sprünge in den Magnetisirungen aufweisen; aber ein Ueberblick über die Gesammtheit der Versuche zeigt doch, dafs gerade in weiter Umgebung des Maximums eine geringere Veränderlichkeit der Quotienten $\frac{m_1}{X}$ und $\frac{m}{Y}$ herrscht, so dafs man die so eben zusammengestellten Maximalwerthe in der That annähernd als solche ansehen darf. Obschon nun die Gränzwerthe von k ganz entschieden zu hoch liegen, so befinden sie sich doch bei dreien von den 7 Röhren bedeutend unter den Werthen $\frac{m}{Y}$. Dieses Resultat würde man durch eine Berechnung sämmtlicher Fälle der axialen Magnetisirungen unzweideutig bestätigt finden, ich halte es aber für überflüssig, all diese Zahlen mitzutheilen.

Man darf deshalb aus allem vorstehenden wohl den Schlufs ziehen, dafs dasselbe, was bei Beginn der gegenwärtigen Nummer über die Quotienten $\frac{m}{Y}$ und $\frac{m_1}{X}$ gesagt wurde, auch für die circularen und axialen Magnetisirungsfunctionen selbst gilt; die *Curve der circularen Functionen steigt von ungefähr demselben Ausgangspunkt mit der Curve der axialen Functionen beginnend später bedeutend steiler an*; nur sind natürlich quantitativ die Differenzen für die Functionen nicht so grofs, als für die Quotienten, da die axialen Magnetisirungsfunctionen jedesmal über den zugehörigen Quotienten $\frac{m_1}{X}$ liegen.

Dieses Resultat ist von besonderer Wichtigkeit. Es macht die im Sinne der Poisson'schen Theorie genommene Magnetisirbarkeit abhängig von der Richtung, worin die Magnetisirung erfolgt. In Poisson's Theorie selbst war die hier betrachtete Magnetisirungsfunction überhaupt eine Constante, von Hrn. Kirchhoff[1]) ist dieselbe alsdann im Anschlusse an neuere Erfahrungsthatsachen als Function der magnetisirenden Kräfte (d. h. $a)+b)$ in der obigen

1) Crelle's Journal Bd. 48, S. 348.

Auseinandersetzung) behandelt worden. Nunmehr ergiebt sich also das weitere Resultat, dafs die *Magnetisirungsfunction in ein und demselben Eisenkörper* auch *Function* ist *von dem Verlaufe der magnetischen Linien, nach welchen die Kräfte wirken.*

Wenn es nun schon vordem eine complicirte Vorstellung war, sich eine von der Gröfse der magnetisirenden Kräfte abhängige Magnetisirungsfunction zu denken, so erscheint es bei der jetzt festgestellten Sachlage keinenfalls mehr thunlich, noch weitere Variabilitätsbedingungen in den Begriff der Magnetisirungsfunction hineinzutragen. Vielmehr müssen die Ausgangspunkte der Poisson'schen Theorie geändert werden. Die Poisson'sche Theorie stützt sich, wie gesagt, zunächst auf die Scheidungshypothese, der gegenüber die Hypothese der drehbaren Molecularmagnete viel wahrscheinlicher ist; indessen ist das, wenn man von den stärkeren in der Nähe der Sättigung gelegenen Magnetisirungen, wofür die Scheidungstheorie überhaupt nicht mehr gilt, absieht, für die vorliegende Frage nicht gerade wesentlich. Das in der Theorie angewandte Grundprincip ferner, aus dem Gleichgewicht aller wirkenden Kräfte den magnetischen Zustand ableiten zu wollen, ist ebenso unzweifelhaft, wie die Berechnung der wirklich berechneten Kräfte. Der fragliche Punkt scheint mir dagegen der zu seyn, dafs die in der Nähe eines Moleculs gelegenen magnetischen Theile, soweit sie homogen gedacht werden dürfen, als im Ganzen unwirksam aufgefafst sind. Ein solches Verhalten ist nicht nur unerwiesen, indem der von Poisson dafür beigebrachte Beweis[1]) aufser einer gewissen Uebertragung der Fernwirkungsgesetze auf moleculare Verhältnisse strenggenommen auch eine ganz bestimmte hypothetische Voraussetzung über die Körperconstitution involvirt, sondern im Gegentheil dürften einige neuere experimentelle Arbeiten das umgekehrte Verhalten entschieden andeuten. Das gilt besonders

1) Man sehe in der oben citirten Abhandlung S. 272.

von den Versuchen des Hrn. Holz [1]), wonach geringe Dichtigkeitsveränderungen die permanenten magnetischen Momente von Stäben ganz erheblich alteriren [2]).

Aus den bisherigen Versuchen dieser Art liefs sich aber nur der Schluſs ziehen, daſs die benachbarten Theilchen auf einander wirken, während der Sinn der Wirkung bei der für diese Verhältnisse complicirten Stabform der Magnete nicht erkennbar war. Es würde in der That durchaus ungerechtfertigt seyn, aus der Thatsache, daſs bei kurzen axial magnetisirten Stäben die Magnetisirbarkeit für gröſsere Distanz der einzelnen Eisentheilchen gröſser wird, schlieſsen zu wollen, die Wechselwirkung der benachbarten Theilchen sey überhaupt der äuſseren Magnetisirung entgegengerichtet. Ich möchte vielmehr aus dem gesammten Verlaufe meiner Versuche, speciell auch mit Berücksichtigung der remanenten Magnetismen, schlieſsen, daſs *benachbarte Theilchen, die entfernt von den Enden einer magnetischen Axe liegen, im Sinne des resultirenden Momentes auf einander einwirken.*

Wie dieses für die ganze Anschauung der Sache fundamentale Resultat der Beobachtungen vom Standpunkte der ja wohl wahrscheinlichsten Hypothese der drehbaren Molecularmagnete aus verständlich gemacht werden könnte, das läſst sich wenigstens andeuten. Denke man sich in der Nachbarschaft eines zu betrachtenden centralen Molecularmagnetes, die übrigen Molecularmagnete deren Einfluſs auf den centralen untersucht werden soll, mit einem bestimmten Momente nach einer Seite gerichtet. Man kann dann für den Zweck der beabsichtigten Durchschnittsrechnung an Stelle dieser Nachbarmolecule andere magnetisch gleichwerthige *ganz* nach der betreffenden Seite gerichtete Molecularmagnete substituiren. Wir wollen von denselben ein symmetrisch gelegenes Paar herausnehmen, für welches die Verbindungslinie der Mittelpunkte gleichzeitig den Mit-

1) Diese Annal. Bd. 154, S. 67.

2) Anmerk.: Auch vergleiche man die schon in früherer Anmerkung citirte Arbeit des Hrn. Börnstein.

telpunkt des centralen Molecularmagnetes enthält. Die Länge des Molecularmagnetes (von Pol zu Pol gerechnet) sey l, die Mittelpunkte des beeinflussenden Paares seyen je um f in der Längsrichtung der magnetischen Gesammtaxe gegen den Mittelpunkt des centralen Magnetes verschoben und je um g seitlich in einer zu der vorigen Richtung senkrechten. Der centrale Magnet sey in der Ebene, welche alle drei gemeinsam enthalten möge, um den Winkel α gegen die magnetische Gesammtaxe geneigt. Ist dann F das für die Einheiten der Lage geltende Drehmoment, so gewinnt man das von dem Paare auf den centralen Magnet ausgeübte Drehmoment durch den nach α genommenen Differentialquotienten der Function

$$\frac{4Fl}{t}\left\{\frac{1}{\sqrt{g^2+\left(f+\frac{l}{2}\right)^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2-l\left(f+\frac{l}{2}\right)\cos\alpha-gl\sin\alpha}}\right.$$

$$-\frac{1}{\sqrt{g^2+\left(f-\frac{l}{2}\right)^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2-l\left(f-\frac{l}{2}\right)\cos\alpha-gl\sin\alpha}}$$

$$+\frac{1}{\sqrt{g^2+\left(f-\frac{l}{2}\right)^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2+l\left(f-\frac{l}{2}\right)\cos\alpha+gl\sin\alpha}}$$

$$\left.-\frac{1}{\sqrt{g^2+\left(f+\frac{l}{2}\right)^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2+l\left(f+\frac{l}{2}\right)\cos\alpha+gl\sin\alpha}}\right\},$$

wenn man die allerdings ganz und gar hypothetische Voraussetzung macht, dafs die bekannten Fernwirkungsgesetze auch hier Gültigkeit haben.

Die stabile Gleichgewichtslage, welche der centrale Magnet unter dem ausschliefslichen Einflusse dieses Paares einnehmen würde, ist durch denjenigen Winkel α gegeben, für welchen die vorstehende Function zu einem Minimum wird. Eine Discusion der Function in diesem Sinne würde nun leicht erkennen lassen, dafs es aufser von dem gegenseitigen Verhältnisse von f und g, d. h. von der mehr vorliegenden oder mehr nebenliegenden Stellung der einwirkenden Nachbarmagnete, wesentlich auch von dem

Verhältnisse beider Gröſsen f und g zu l abhängt, wie diese Gleichgewichtslage ausfällt, und daſs es unter gleichzeitiger Berücksichtigung aller möglichen Paare von Nachbarmagneten sehr wohl angeht, solche Verhältnisse zu denken, unter denen der Gesammteffect vorwiegend im Sinne der von den äuſsern Kräften angestrebten magnetischen Axe gerichtet wäre.

Solchen Bedingungen müssen nun die Molecule unterworfen seyn an allen Stellen einer circular magnetisirten Röhre. Ganz anders verhält es sich aber bei einem axial magnetisirten Stabe oder bei einer ebenso magnetisirten Röhre. Dort treten zunächst an den Enden ausschlieſslich nebenliegende Molecularmagnete wirksam auf und der Effect ist ein der äuſsern Magnetisirung scharf entgegengerichteter. Man übersieht dann auch leicht, wie durch die Störung der Magnetisirung an den Enden weiterhin Schicht für Schicht von den Enden aus an der günstigen Einwirkung der vorliegenden Molecule einbüſst. Die axiale Magnetisirung ist deshalb, auch wenn man schon die aus dem Potential des ganzen Magnetes hervorgehenden abschwächenden Kräfte in Abzug gebracht hat, erheblich schwieriger, als die circulare.

Wenn nicht die Vergleichung verschiedener Eisenkörper rücksichtlich ihrer Magnetisirbarkeit so sehr unsicher wäre, wie schon in der Einleitung bemerkt wurde, so könnte man wohl auch die von Hrn Stoletow graphisch nebeneinander verzeichneten Resultate [1]) über die Magnetisirungsfunctionen seines Ringes und der von Hrn. Quintus von Icilius untersuchten Stäbe den hier besprochenen an die Seite stellen.

8. Ein weiterer Punkt, der allerdings dieselbe so eben erwähnte Unsicherheit bietet, darf doch nicht ganz übergangen werden. Es ist das der Umstand, daſs diejenigen beiden Röhren (2 und 3), welche allein eine erheblich gröſsere Weite hatten, als die anderen, sich für circulare Magnetisirung ausgesprochen ungünstiger zeigten. Bei

1) Diese Annal. Bd. 146. Taf. VI, Fig. 13.

mehr gekrümmten magnetischen Axenlinien würde man also eine stärkere Wirkung der Nachbarmagnetchen auf irgend einen Molecularmagnet annehmen müssen. Aehnliche Betrachtungen, wie die vorhin angedeuteten, würden nun in diesem Falle ergeben, daſs bereits die günstige Einwirkung von Molecularmagneten, die sich in vorliegender Stellung befinden, bei einem gewissen Verhältnisse von f zu l stärker ausfallen kann für mehr gekrümmte Linien. Andererseits aber wird auf alle Fälle die ungünstige Wirkung der nebenliegenden Molecüle bei stärkerer Krümmung der magnetischen Linien abnehmen müssen, weil alsdann in den aufeinanderliegenden immer gröſser werdenden Kreisen im Eisenkörper das Nebeneinanderfolgen der in gleichen Distanzen gedachten Molecüle nicht so regelmäſsig seyn kann, wie in Richtung irgend einer geraden Linie.

Die theoretischen Andeutungen der letzten beiden Nummern habe ich schon aus dem Grunde hier nicht weiter durchführen zu sollen geglaubt, weil ihre Ausgangspunkte doch zu hypothetisch sind. Vor allem ist es gänzlich willkührlich, mit Gesetzen, die für Fernwirkungen allein erkannt sind, in molecularen Distanzen rechnen zu wollen. Ich möchte dem gegenüber auf die Hypothese des Hrn. Lamont[1]) verweisen, welcher unter Anderem für die anstoſsenden Molecüle Wirkungen aufeinander annimmt, die unverhältniſsmäſsig gröſser sind, als sie nach den Fernwirkungsgesetzen berechnet seyn würden. Vielleicht dürfte erst eine derartige Annahme eine befriedigende Erklärung der gefundenen Beziehungen enthalten. Etwas Betimmtes in dem Gebiete der molecularen Kräfte zu sagen, ist überhaupt schwer. Als das wesentliche Resultat der vorgeführten Untersuchung mag deshalb nur der Schluſs festgehalten werden, daſs man es hier mit solchen molecularen Kräften zu thun hat und daſs gleichfalls der Sinn ihrer Wirkung mit gröſster Wahrscheinlichkeit festgestellt erscheint.

Von der gröſsten Bedeutung für die Magnetisirung ist dem Vorangehenden gemäſs der Verlauf der mag-

1) Handbuch d. Magnetismus, Leipzig 1867, S. 177.

netischen Linien. Führen dieselben zu Enden, so ist dort sofort für erhebliche Abschwächungen Veranlassung geboten und zwar muſs das im Sinne alles Angeführten bereits geschehen, wenn die Enden der Linien auch nur kurze (im Sinne von Fernwirkungen) Unterbrechungen bedeuten. Jede Unterbrechung der Continuität einer Eisenmasse, welche die magnetischen Linien trifft, muſs sich also sehr bemerkbar machen. Um diesen ja in einigen allgemeinen Zügen nicht mehr unbekannten Punkt scharf in Zahlenwerthen festzustellen und damit eventuell einige Anhaltspunkte für weitere Speculationen zu geben, habe ich nun noch ein paar Röhren von specieller Beschaffenheit in derselben Weise untersucht und theile in den folgenden Tabellen, die nach dem Früheren direct verständlich sind, die Resultate mit, welche den auſserordentlich groſsen Einfluſs solcher Discontinuitäten in der Eisenmasse in überraschender Weise darthun.

Tabelle IX. Röhre 8.

Die Röhre wog 1200 Gramm, war 898^{mm} lang, hatte einen äuſsern Durchmesser von 20,6^{mm} und einen inneren von 14,4^{mm}. Nach einer Reihe von Versuchen wurde sie vermittelst plötzlich ins Gefrieren gebrachten Wassers der Länge nach aufgeschlitzt, der entstandene Riſs war schmal. Es sind nur circulare Magnetisirungen an ihr gemessen.

No.	t	Y	m	$\frac{m}{Y}$	Bemerkungen
236	1	6,64	202,24	30,46	
237	1	10,84	560,75	51,74	
238	2	16,26	2092,85	128,73	
239	17	11,11	704,77	63,44	
240	17	13,79	1280,84	92,87	
241	17	16,26	1991,73	122,51	
242	33	10,69	44,15	4,13	von jetzt ab aufgeschlitzt
243	33	16,41	73,14	4,46	
244	34	16,41	76,85	4,69	
245	36	16,41	76,85	4,69	
246	36	16,41	92,36	5,63	ein dünnes Eisenblech in die Fuge gepreſst

No.	t	Y	m	$\frac{m}{Y}$	Bemerkungen
247	36	16,41	80,55	4,91	ohne Eisenblech
248	38	15,45	72,62	4,7	
249	72	17,48	98,04	5,61	
250	72	29,36	180,79	6,16	
251	72	19,78	113,37	5,73	

Es kommen hier also in Folge des Aufschlitzes Reductionen der Magnetisirbarkeit auf etwa $\frac{1}{30}$ des früheren Werthes vor.

Tabelle X. Röhre 9.

Die Röhre wog 4620 Gramm, war 907^{mm} lang, hatte einen äufsern Durchmesser von 60^{mm} und einen inneren von 52,6^{mm}. Nach einer Reihe von Versuchen gleichfalls der Länge nach aufgeschlitzt. Nur circular magnetisirt.

No.	t	Y	m	$\frac{m}{Y}$	Bemerkungen
252	1	3,37	54,87	16,29	
253	44	5,095	118,89	23,33	
254	44	3,40	60,71	17,84	Von jetzt ab aufgeschlitzt
255	46	3,32	28,78	8,66	
256	46	5,24	50,85	9,70	Eisenblech in die Fuge gepreſst
257	46	5,24	70,14	13,38	
258	46	5,24	50,85	9,70	Ohne Eisenblech
259	48	4,825	44,45	9,21	
260	83	5,30	55,88	10,54	
261	83	5,38	55,88	10,4	
262	83	9,90	137,17	13,86	

Tabelle XI. Röhre 10.

Die Röhre war durch eine Drahtmasse von weichem Eisen gebildet, die um eine Glasröhre eng im Sinne der Querschnittskreise aufgewickelt war. Die Discontinuitäten fanden sich also wesentlich in axialer Richtung vor. Länge 937^{mm}, durchschnittlicher äufserer Durchmesser 22^{mm}, innerer 11^{mm}. Da die folgenden Zahlen, wie immer, für die Raumeinheit angegeben sind, so ist dabei zu berück-

sichtigen, daſs in Folge der nicht compacten Raumausfüllung die Dichte des Eisens statt wie sonst 7,79 hier durchschnittlich 3,89 (berechnet aus den Dimensionen und dem Gewicht) betrug.

No.	l	circular		axial		$\frac{m}{Y}$	$\frac{m_1}{X}$
		Y	m	X	m_1		
263	1	13,13	85,96			6,54	
264	2	11,24	71,50			6,36	
265	2	16,02	119,71			7,47	
266	35			71,13	23,72		0,33
267	35			97,97	47,44		0,49
268	35	17,22	174,58			10,14	
269	35	21,58	274,35			12,71	

Tabelle XII. Röhre 11.

Die Röhre war durch Drähte gebildet, die der Länge nach um eine Glasröhre herum angebracht waren. Die Discontinuitäten fanden sich also wesentlich in circularer Richtung vor. Länge 1205^{mm}, durchschnittlicher äuſserer Durchmesser 20^{mm}, innerer 11^{mm}. Dichte 6,67 statt 7,79.

No.	t	circular		axial		$\frac{m}{Y}$	$\frac{m_1}{X}$
		Y	m	X	m_1		
270	1	12,53	10,69			0,85	
271	1	18,70	14,30			0,76	
272	3	18,36	14,30			0,78	
273	5	12,24	12,32			0,92	
274	5	17,38	14,62			0,84	
275	37			16,01	350,53		21,89
276	37			55,10	2927,37		53,13
277	37	22,98	23,58			1,03	

Tabelle XIII. Röhre 12.

Um eine Glasröhre war mehrmals ein Eisenband von 1^{mm} Dicke und 41^{mm} Breite schraubenförmig unter einen Steigwinkel von ungefähr 50^{0} mit der Längsaxe aufgewickelt. Länge der so gebildeten Eisenröhre 710^{mm}.

Aeufserer Durchmesser 20mm, innerer 12mm. Dichte 4,97 statt 7,79.

No.	t	circular		axial		$\frac{m}{Y}$	$\frac{m_1}{X}$
		Y	m	X	m_1		
278	1	15,80	438,29			27,74	
279	1	11,06	216,14			19,55	
280	19	6,89	108,07			15,69	
281	19	11,32	231,15			20,42	
282	19	12,05	240,16			19,93	
283	19	29,95	1501		240	50,12	
284	19	34,92	1951,3		382	55,89	
285	19	40,49	2431,62		420	60,05	
286	21	39,27	2371,58		402	60,39	
287	21	11,77	240,16			20,41	
288	21	39,36	2341,56		402	59,49	
289	21	20,91	930,62		150	44,50	
290	21	19,41	762,51		141	39,27	
291	31			48,86	833,54		17,06
292	31			85,51	1901,88		22,24
293	31			120,94	2770,64		22,91

Die für die circularen Magnetisirungen gleichzeitig verzeichneten axialen Momente m_1 geben die Längspolaritäten an, welche hier bei stärkeren circularen Magnetisirungen jedesmal unverkennbar auftraten.

Für die Theorie der Magnetisirung ist also aus der vorliegenden Untersuchung das Resultat abzuleiten, dafs man aufser den bisher in Betracht gezogenen Kräften noch weitere moleculare magnetische Kräfte zu beachten hat, die von der allergröfsten Bedeutung sind. Dieselben wirken innerhalb einer magnetischen Linie im Sinne der Gesammtmagnetisirung, an Unterbrechungsstellen einer magnetischen Linie entgegengesetzt. Möglicherweise sind sie ferner von der Krümmung der magnetischen Linien abhängig. Geht man also von der Hypothese der drehbaren Molecularmagnete aus, so ist in der von Hrn. Weber[1]) für diese Hypothese gegebenen theoretischen Entwickelung aufser auf die magnetisirenden Kräfte, die Hr. Weber mit X bezeichnet (worunter aber durchaus nur die alge-

1) Elektrodynamische Maafsbestimm., insbes. Diamagnetismus S. 570.

braische Summe der äufsern Kräfte und der aus dem Potential des Magnetes hervorgehenden Kräfte zu verstehen ist und nicht etwa die äufsern Kräfte allein), und auf die von Hrn. Weber *D* genannten molecularen Widerstandskräfte noch ferner auf derart beschaffene moleculare magnetische Kräfte Rücksicht zu nehmen.

Es liegt auf der Hand, wie eine solche Theorie namentlich auch zur Erklärung der in den Nummern 3, 4 und 5 zusammengefafsten Thatsachen beitragen würde, indem sie nothwendigerweise die Magnetisirung von den verschiedenen Ausgangslagen der Molecularmagnete abhängig machen, sowie das Einhalten neuer Gleichgewichtslagen nach Aufhören der äufseren magnetisirenden Kräfte bei Fortwirkung der molecularen magnetischen Kräfte erfordern mufs.

Zu einer weiteren Ausführung dieser Theorie dürften jedoch, wie gesagt, vorläufig die Ausgangspunkte noch zu wenig bestimmt seyn.

Ich bitte zum Schlusse es mit meiner Uebersiedelung von Aachen hierher entschuldigen zu wollen, wenn ich weder ein meinen Wünschen mehr entsprechendes reichlicheres Beobachtungsmaterial ansammeln konnte, noch auch zu einer frühern Publication der bereits im März (schon in der Februarsitzung der naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Aachen machte ich vom Hauptinhalte dieser Arbeit Mittheilung) soweit vollendeten Versuche gelangte.

Darmstadt, den 26. Juni 1875.

X. *Ueber die volta'sche Polarisation des Aluminiums; von W. Beetz.*

(Aus d. Bericht. d. Münchener Akad. vom Hrn. Verf. übersandt.)

Herr Tait hat das Thomson'sche Quadrantelektrometer benutzt, um einige Bestimmungen der volta'schen Polarisation an Platin-, Palladium-, Eisen- und Aluminiumplatten in verdünnter Schwefelsäure auszuführen [1]). Seine Angabe, dafs die früheren Messungen der Polarisationsgröfsen stets unter der, vielleicht noch nicht hinreichend bewiesenen Voraussetzung gemacht seyen, dafs die ganze elektromotorische Kraft eines Stromkreises gleich der Summe der Kraft der zersetzenden Batterie und der der Elektroden sey, ist zwar nicht ganz richtig, da die von mir [2]) nach der Compensationsmethode, sowie die von Gaugain [3]) nach der Oppositionsmethode ausgeführten Messungen von jeder solchen Annahme frei waren; jedenfalls aber ist es interessant, zu sehen, dafs die mit dem Qnadrantelektrometer erhaltenen Resultate, welche Hr. Tait übrigens nur als vorläufig erhaltene Annäherungen bezeichnet, recht gut übereinstimmen mit denen, welche die früher angewandten Methoden geliefert haben.

Unter den mitgetheilten Zahlen sind diejenigen, welche die Polarisation des Aluminiums betreffen, höchst überraschend. Dieselbe betrug, wenn die elektrolysirende Batterie aus 6 Grove'schen Elementen bestand, 5,20 D., wenn mit D. die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes bezeichnet wird. Da das Polarisationsmaximum von Platinelektroden in verdünnter Schwefelsäure nur ungefähr 2,3 D. beträgt [4]), so erschienen mir Aluminium-

1) *Philos. Mag.* 4. *Ser. XXXVIII, p.* 243, 1869.
2) Pogg. Ann. Bd. LXXI, S. 108, 1850; vergl. auch Bd. CXXXII, S. 432, 1867.
3) *Compt. rend. XLI, p.* 1166 1855; *LXIV, p.* 364, 1867.
4) Wiedemann, Lehrb. d. Galvanismus. 2. Aufl. I. 691.

elektroden weit günstiger als diese zur Herstellung von Polarisationsbatterien, wie sie von Poggendorff[1]) und von Jacobi[2]) vorgeschlagen worden sind. Ich hielt es deshalb wohl der Mühe werth, das Verhalten des Aluminiums bei der volta'schen Polarisation näher zu untersuchen.

Wenn man die elektromotorische Kraft einer Polarisation mit der eines gegebenen Elementes, z. B. des Daniell'schen, vergleichen will, sey es mittelst des Galvanometers oder des Elektrometers, so hat man vor allen Dingen dafür Sorge zu tragen, dafs die Ablösung der Elektroden von der elektrolysirenden Batterie und die Verbindung derselben mit der messenden Kette und dem Meſsapparate möglichst gleichmäſsig und in möglichst kurzer Zeit geschehe. Hr. Tait hat schon in seinen vorläufigen Versuchen sich bemüht, durch Anwendung einer Wippe diese Bedingung zu erfüllen und giebt an, dafs in den sorgfältiger ausgeführten Apparaten, mit denen die Versuche durch Hrn. Dewar fortgesetzt werden würden, den Bedingungen noch mehr genügt werden solle. Für meine, nach der Compensationsmethode ausgeführten Messungen habe ich den angedeuteten Zweck sehr vollständig durch einen, von Hrn. Edelmann construirten Fallschlüssel erreicht, dessen ich mich jetzt statt des früher beschriebenen Federschlüssels[3]) bediene, weil er zuverlässiger und billiger herzustellen ist. Die Aufgabe dieses Schlüssels ist[4]): 1) die Verbindung der Elektroden mit der elektrolysirenden Batterie auf kurze Zeit zu lösen, und 2) die Elektroden als compensirtes Element einer compensirenden Batterie in der bei der Compensationsmethode nach du Bois-Reymonds Anordnung üblichen Weise entgegenzustellen. Der

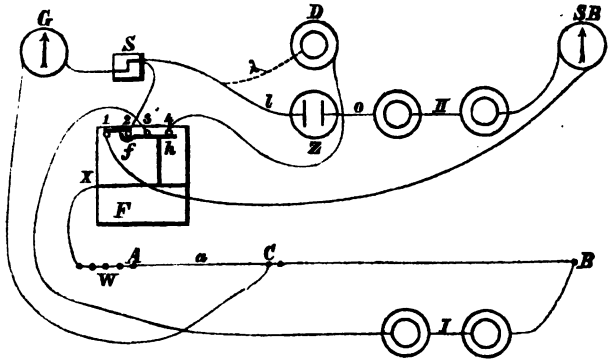
1) Pogg. Ann. Bd. LX, S. 568, 1843.
2) Pogg. Ann. Bd. CL, S. 590, 1873.
3) Carl's Repert. VIII, S. 317, 1872; Wiedemann, Lehrb. d. Galvan. 2. Aufl. III, S. 667.
4) Vergleiche meine ursprüngliche Angabe darüber in Pogg. Annalen Bd. CXLII, S. 575, 1871.

Fallschlüssel besteht aus einem schweren Messinghebel, welcher auf eine gewisse Höhe gehoben und durch einen Daumen festgestellt wird. Der elektrolysirende Strom ist geschlossen. Sobald man den Hebel auslöst, fällt derselbe so gegen eine Feder, dafs er sie zurückdrückt und dadurch den elektrolysirenden Strom unterbricht. Im weiteren Fallen legt er sich an eine zweite Feder, schliefst durch diesen Contact die Leitung, welche den Compensatordraht und die compensirende Batterie enthält und streift endlich eine dritte Feder, wodurch er momentan, während die vorige Leitung noch geschlossen ist, auch diejenige Leitung schliefst, welche die zu compensirende Kette und das Galvanometer enthält. Der Fall des Hebels wird durch Federkraft beschleunigt, nimmt also nur einen sehr kleinen Bruchtheil einer Secunde in Anspruch. Sobald der Fallhebel wieder aufgehoben wird, schliefsen die Federn den elektrolysirenden Strom wieder, während compensirende und compensirte Batterie geöffnet bleiben.

Die elektromotorische Kraft der Polarisation wurde immer mit der eines Daniell'schen Elementes verglichen, welches selbst in einem zweiten Versuche als compensirtes Element angewandt wurde, weil, wie ich schon bei einer anderen Gelegenheit erwähnt habe [1]), die compensirende, stets länger geschlossene Batterie, durch Polarisation geschwächt ist. Die ganze Anordnung der Versuche, welche ich für die Messung von Polarisationen ebenso bequem, wie zuverlässig gefunden habe, geht aus der Zeichnung auf S. 459 hervor.

Die mit I bezeichnete Batterie ist die compensirende, die mit II bezeichnete die elektrolysirende. Die Elektroden, zwischen denen die Zersetzung stattfindet, befinden sich in der Zelle *Z*. Der elektrolysirende Strom wird an der Sinusbussole *SB* gemessen, *G* ist das Spiegelgalvanometer, welches die Compensation beobachten läfst. *AB* ist der Compensatordraht, welcher durch den Stöpselwider-

1) Sitzungsber. d. Münch. Akad. 1874, S. 96.



stand *W* verlängert werden kann [1]) und *C* die Stelle, an welcher der Schlitten den Compensatordraht berührt. *S* ist ein du Bois'scher Schlüssel und *F* der Fallschlüssel, dessen Axe *X* mit *W* verbunden ist. Die beiden Federn 1 und 2 des Fallschlüssels sind für gewöhnlich mit einander verbunden und schliefsen daher den elektrolysirenden Strom solange, bis der Fortsatz *f* des Fallhebels *h* diese Verbindung unterbricht. Der weitere Fall des Hebels stellt dann zuerst die Verbindung der Axe *X* mit der Feder 3 und dann momentan die mit 4 her. Ist durch Verschieben des Schlittens *C* die Compensation erreicht, so wird dieselbe Batterie I benutzt, um das Daniell'sche Meſselement (das, wie früher angegeben [2]), aus zwei gesonderten, durch einen Heber mit einander vorbundenen Zellen besteht) ebenfalls zu compensiren. Zu dem Ende wird nun die Leitung *l* von der Zersetzungszelle abgelöst und in der Lage *λ* mit dem Elemente *D* verbunden und die Leitung *O* fortgenommen, während das andere Metall des Elementes *D* von vorn herein mit den gleichnamigen der Zelle *Z* in Verbindung steht. Nachdem die Compensationslage wieder gefunden ist, giebt das Verhältniſs der unter sonst gleichen Bedingungen gefundenen Längen von *a* unmittelbar die

1) Pogg. Ann. Bd. CXLII, S. 575.
2) Pogg. Ann. Bd. CXLII, S. 583.

elektromotorische Kraft der Zelle Z, gemessen durch die von D, an.

Die Polarisation der Aluminiumelektroden wurde sowohl für beide gemeinschaftlich, als für eine jede gesondert gemessen. Um das Letztere zu ermöglichen, war das Zersetzungsgefäfs Z durch ein poröses Thongefäfs in zwei Zellen getheilt; das Thongefäfs enthielt die Aluminiumplatte in verdünnter Schwefelsäure (1 : 15), das umgehende Glasgefäfs einen amalgamirten Zinkcylinder in concentrirter Zinksulphatlösung. Die Batterie II wurde bald in der einen, bald in der anderen Richtung eingeschaltet, während die Zersetzungszelle immer so gestellt wurde, dafs ihre negative Platte mit S verbunden wurde. Demnach war, wenn die Polarisation einer einzelnen Elektrode gemessen werden sollte, von der durch das Compensationsverfahren ermittelten elektromotorischen Kraft noch die Kraft $Zn \mid ZnSO_4 + H^2SO_4 \mid Al$ (mit positivem oder negativem Vorzeichen) zu subtrahiren. Diese Kraft wurde im Mittel aus 6, an verschiedenen Tagen, mit verschiedenen, stets sorgfältig gereinigten Aluminiumplatten angestellten und fast genau gleiche Resultate gebenden Versuchen

$$= 0{,}42\ D$$

gefunden.

Die Sinusbussole konnte nur bei schwächeren Strömen in der Hauptleitung angewandt werden; bei stärkeren mufste sie in eine Zweigleitung eingeschaltet werden. Für beide Aufstellungen wurden die Constanten der Bussole bestimmt, so dafs im Folgenden die Stärke des elektrolysirenden Stromes immer nach absolutem magnetischem Maafse angegeben ist. Der Uebersichtlichkeit wegen erinnere ich daran, dafs ein nach diesem Maafse gemessener Strom von der Stärke 1 in einer Minute 1,044 Knallgas entwickelt.

Die folgenden Tabellen enthalten die Anzahl der Grove'schen Elemente, welche zur Elektrolyse angewendet wurden, die Stromstärke und die gefundenen Polarisationsgröfsen. Dabei ist noch zu bemerken, dafs, wenn die Polarisation des Aluminiums durch Wasserstoff allein bewirkt werden

soll, sich zur elektromotorischen Kraft des Grove'schen Elementes die der Zinkaluminiumkette addirt, wenn Polarisation durch Sauerstoff allein bewirkt wird, diese Kraft von der des Grove'schen Elementes zu subtrahiren ist.

I. Polarisation durch Wasserstoff.

No.	Zahl der Elemente	Stromstärke	Polarisation
1	0	0,12	0,18
2	1	0,90	0,28
3	2	2,65	0,42
4	3	7,06	0,43
5	5	14,81	0,47
6	6	16,98	0,47.

Im Versuche I war die Zinkaluminiumkette allein wirksam.

Die Polarisation des Aluminiums durch Wasserstoff zeigt nichts Auffallendes. Sie steigt mit wachsender Stromstärke schnell an und erreicht sehr bald ihren Maximalwerth, der ungefähr gleich der elektromotorischen Kraft der Zinkaluminiumkette ist. Bei Anwendung dreier Grove'schen Elemente neutralisirten sich in der That beide Kräfte.

II. Polarisation durch Sauerstoff.

No.	Zahl der Elemente	Stromstärke	Polarisation
7	1	0,016	1,06
8	2	0,075	2,25
9	3	0,135	3,53
10	4	0,286	3,90
11	5	0,444	4,96
12	6	0,565	5,04.

III. Polarisation durch Wasserstoff und Sauerstoff.

No.	Zahl der Elemente	Stromstärke	Polarisation
13	1	0,031	1,29
14	2	0,076	2,23
15	3	0,252	3,37
16	4	0,304	4,28
17	5	0,378	5,07
18	6	0,457	5,30.

Die Gröſsen der Gesammtpolarisation der Aluminiumplatten stimmen hiernach sehr gut mit denjenigen überein, welche Hr. Tait gefunden hat, wenigstens in dem Maafse, als man es bei den zu Gebote stehenden Vergleichsmitteln erwarten darf. Die bloſse Angabe der Zahl der elektrolysirenden Elemente läſst nur eine sehr oberflächliche Vorstellung von der Stromstärke gewinnen; immerhin ist es wahrscheinlich, daſs die Umstände, unter denen jene Elemente arbeiteten, in unseren beiderseitigen Versuchen nicht gar zu verschieden waren. Auſserdem aber ist es ganz unmöglich, zuverlässige Zahlen für die Polarisation des Aluminiums zu geben, denn dieselbe ändert sich wie auch Hr. Tait angegeben hat, sehr schnell während der Elektrolyse. Daher kommt es denn auch, daſs eine bestimmte Gesetzmäſsigkeit des Anwachsens der Polarisation mit der Stromstärke aus den von mir gefundenen Zahlen nicht hervortritt. Die Stärke des elektrolysirenden Stromes wurde jedesmal gemessen unmittelbar nachdem die Polarisationsgröſse bestimmt worden war; aber während der Messung selbst war sie stets im Abnehmen begriffen. Wollte man daher durch Interpolation die Polarisation des Aluminiums durch Wasserstoff, die durch Sauerstoff und endlich die durch beide Gase jedesmal für dieselbe Stromstärke aufsuchen, so würde sich die Relation $Al_O \mid Al + Al \mid Al_H = Al_O \mid Al_H$ sehr schlecht bestätigt finden. Mitunter würde die Polarisation durch Sauerstoff allein gröſser erscheinen, als die durch beide Gase zusammen.

Hr. Buff[1]) hat schon darauf aufmerksam gemacht, daſs die hohe elektromotorische Kraft, welche das Aluminium zeigt, wenn es als Anode in verdünnter Schwefelsäure gedient hat, nicht allein der Sauerstoffablagerung, sondern auch der Bildung einer festen, in hohem Grade elektronegativen Schicht zuzuschreiben sey, welche zugleich die Eigenschaft eines sehr schlechten Leiters besitzt. Diese letztere Eigenschaft äuſserte sich auch in den oben mitgetheilten Versuchen. Während nach Tabelle I der Strom

1) Liebig's Ann. d. Chem. und Pharm. CII, S. 269, 1857.

von 6 Grove'schen Elementen (zu deren elektromotorischer Kraft sich noch die der Zinkaluminiumkette addirt, von der sich aber wieder die fast gleich grofse Polarisation durch Wasserstoff subtrahirt) ungefähr die Stärke 17 hatte, ist er nach Tabelle II und III bis auf 0,5 hinabgesunken, wenn eine Anode von Aluminium eingeschaltet ist. Das kann natürlich nicht allein die Folge der entgegenstehenden elektromotorischen Kraft seyn, denn wenn man die Kraft eines Grove'schen Elementes $= \frac{8}{5}$ D. setzt, so sind 6 Gr $= 10$ D. Zieht man hiervon in runder Zahl die Polarisation $= 5$ D. ab, so bleibt immer noch die elektromotorische Kraft 5 D. übrig. In der That ist die in Rede stehende Schicht ein eminent schlechter Leiter. Selbst als ich als elektrolysirende Säule 36 Bunsen'sche Elemente anwandte, und in den Strom hintereinander ein Voltameter mit Platinelektroden und ein ganz gleich construirtes mit Platinkathode und Aluminiumanode, beide mit gleichen Mengen derselben verdünnten Schwefelsäure gefüllt, einschaltete, erhielt ich nur eine Stromstärke 12,4, welche ich schon mit ungefähr 5 Gr. erreicht haben würde, wenn auch im zweiten Voltameter die Anode aus Platin statt aus Aluminium bestanden hätte. Der ungeheuere Leitungswiderstand dieser Oberflächenschicht machte sich auch sofort dadurch geltend, dafs das Voltameter mit der Aluminiumanode sich sehr viel stärker erhitzte, als das mit der Platinanode. Als der Strom 25 Secunden lang beide durchflossen hatte, war die Temperatur der Flüssigkeit um die Platinanode von 20 bis 30° gestiegen, die Flüssigkeit an der Aluminiumanode war in heftiges Sieden gerathen.

Man darf demnach wohl sagen, dafs die Stromstärken, welche die in den Tabellen II und III angegebenen Polarisationen hervorgebracht haben, von vorn herein viel gröfser waren, als sie die Messung ergeben hat. Fast augenblicklich aber bildet sich der schlechtleitende und sehr negative Ueberzug, dessen Anwesenheit die Stromstärke so schnell hinabdrückt. Unter diesen Umständen kann

von einer Anwendung der polarisirten Aluminiumelektroden zurHerstellung von Polarisationsbatterien natürlich gar keine Rede seyn.

Hr. Buff hält den schlechtleitenden Ueberzug für Silicium. Ich habe schon früher die Vermuthung ausgesprochen, dafs er vielmehr eine Oxydschicht sey [1]); dazu wurde ich theils durch Analogie mit dem Verhalten des Magnesiums, theils durch Vergleich der elektromotorischen Stellung dieser Schicht zu der des Siliciums veranlafst. Jetzt glaube ich meine Vermuthung noch durch bestimmtere Angaben unterstützen zu können: Die von Hrn. Buff vermuthete Siliciumdecke mufs nämlich dadurch entstehen, dafs sich durch den elektrolytischen Vorgang Aluminium auflöst und das als Verunreinigung im Aluminium enthaltene Silicium zurückbleibt. Die Aluminiumplatte mufs also an Gewicht verlieren. Bei mehrfach unter verschiedenen Umständen wiederholten Versuchen fand ich bald Gewichtszunahme, bald Abnahme, aber niemals eine solche Abnahme, dafs man nicht gleichzeitig eine Ablagerung irgend einer Substanz auf der Aluminiumfläche hätte annehmen müssen. Ich will das an ein paar extremen Beispielen nachweisen: 1) Eine 5,5182 gr. schwere Aluminiumplatte wurde, nachdem sie als Anode einer sechspaarigen Grove'schen Säule zwei Stunden lang gedient hatte, mit Wasser sorgfältig abgespült, über Schwefelsäure im Vacuum getrocknet und wieder gewägt. Sie hatte 0,0016 gr. verloren; die in der Flüssigkeit aufgelöst gefundene Thonerde, durch Ammoniak niedergeschlagen, wog 0,0058 gr., das in ihr enthaltene Aluminium also 0,0031 gr. Soviel hätte die Platte verlieren müssen. Da sie nur 0,0016 gr. verloren hatte, so hatte sie in der That um 0,0015 gr. zugenommen. 2) Eine 1,9338 gr. schwere Platte, während 44 Min. als Anode eines Stromes gleicher Quelle, aber geringerer Dichtigkeit angewandt, gewann 0,0015 gr. Die in der Lösung enthaltene Thonerde wog 0,112 gr., das in derselben enthaltene Aluminium also 0,0071 gr. Die

1) Pogg. Ann. Bd. CXXVII, S. 55, 1865.

Aluminiumplatte hatte also in der That um 0,0086 gr, zugenommen.

Leider verhindert der grofse Leitungswiderstand der fraglichen Schicht alles Experimentiren mit grofsen Stromstärken, aber soviel sieht man auch an den kleinen Zahlen, dafs nicht einfach eine oberflächliche Auflösung von Aluminium an der Veränderung der Oberflächenbeschaffenheit Schuld seyn kann. Wenn nun wirklich irgend eine feste Substanz sich auf das Aluminium niederschlägt, so kann es wohl nur ein Oxyd seyn, das ist um so wahrscheinlicher, als der an der Aluminiumanode entwickelte gasförmige Sauerstoff plus dem in der aufgelösten Thonerde enthaltenen weitaus nicht hinreicht, um das nach der Gasentwickelung in einem andern, in denselben Strom eingeschalteten Voltameter zu erwartende Sauerstoffquantum zu liefern. Ob man es mit einem Oxyd des Aluminiums oder des Siliciums zu thun habe, war bisher nicht zu unterscheiden. Die gewöhnlich mit Interferenzfarben auftretende Schicht löst sich leicht in Aetzkali; aus der erhaltenen Auflösung die gelöste Substanz wieder zu gewinnen, gelang bei der Geringfügigkeit der gegebenen Massen nicht. Wie durch das Auftreten eine Oxyddecke auf dem Aluminium das Verhalten desselben in der Elektrolyse einerseits ein ganz analoges zu dem des Eisens seyn würde, habe ich in meiner oben angezogenen Arbeit über Wasserstoffentwicklung an der Anode gezeigt.

Rechnet man den ganzen Gewichtsgewinn des Aluminiums wirklich als Sauerstoff und rechnet man zu diesem den gasförmig entwickelten und den in der Thonerde enthaltenen hinzu, so kommt immer noch eine viel zu kleine Sauerstoffsumme heraus. Ich bin mit weiteren Untersuchungen dieses scheinbaren Widerspruches gegen das elektrolytische Gesetz beschäftigt und enthalte mich daher zunächst quantitativer Angaben.

XI. *Ueber metallisches Cer, Lanthan und Didym; von Dr. Hillebrand und Dr. Norton.*

Ueber die Atomgewichte des Cers, Lanthans und Didyms bestehen noch erhebliche Zweifel, da die bisherigen Annahmen bezüglich derselben mehr auf zweifelhaften Analogien und Hypothesen, als auf entscheidenden Thatsachen beruhen. Dafs man nicht einmal die specifische Wärme dieser Elemente kennt und daher immer noch der gewichtigsten Grundlage für die Atombestimmung derselben entbehrt, ist in den Schwierigkeiten zu suchen, welche der Darstellung dieser Metalle in gröfseren geschmolzenen Massen von hinlänglicher Reinheit bisher entgegengestanden Wir haben daher versucht diese Lücke auszufüllen, und es ist uns gelungen jene drei Elemente mit Hülfe des elektrischen Stromes, nach der von Prof. Bunsen angegebenen Methode [1]) in Mengen bis zu beinahe 50 Gr. als oftmals mehrere Gramm schwere Kugeln darzustellen. Rücksichtlich der Gewinnung des reinen zu unseren Versuchen verwandten Materials können wir auf das verweisen, was Hr. Prof. Bunsen in seinen spectralanalytischen Untersuchungen [2]) über diesen Gegenstand angeführt hat.

Um das nach dem dort angegebenen Verfahren rein dargestellte basische Sulfat in Chlorür zu verwandeln, wurde dasselbe in Chlorwasserstoffsäure gelöst, durch Chlorbaryum von Schwefelsäure befreit und, sobald weder Schwefelsäure noch Chlorbaryum eine Fällung mehr erzeugte, auf einem Sandbade bis zur völligen Trockenheit abgedampft. Zur Beseitigung jeder Spur von Feuchtigkeit, welche die Bildung basischer Verbindungen veranlassen und den Erfolg des Versuchs gefährden würde, mischt man das in einer warmen Reibschale pulverisirte Chlorür mit vorher sehr sorg-

1) Diese Ann. Bd. CLV, S. 633.
2) Diese Ann. Bd. CLV, S. 366.

fältig von aller Feuchtigkeit befreitem Salmiak, erhitzt das Gemisch unter einer Decke von Salmiakpulver in einem Platintiegel bis zur theilweisen Verflüchtigung des Salmiaks, und bewahrt die erhaltene heifs in einer erwärmten Reibschale pulverisirte Masse in einem gut schliefsenden Gefäfse zum Gebrauche auf.

Die Darstellung des Lanthanchlorürs geschah durch Fällen des schwefelsauren Salzes mit Oxalsäure, Glühen der Fällung und Auflösen des dadurch gebildeten Oxydes in Chlorwasserstoffsäure; das erhaltene Chlorür wurde von den letzten Antheilen Wassers ganz auf dieselbe Weise, wie das Cerchlorür befreit und zum Gebrauch aufbewahrt. Die concentrirte Lösung desselben zeigte nur in dicken Schichten noch Spuren des stärksten Absorptionsstreifens des Didyms bei 52 [1]).

Um das unreine schwefelsaure Didymoxyd, welches zurückbleibt, wenn das schwefelsaure Lanthan durch Erwärmen der gemischten bei 0° bis 6° hergestellten Lösung zu wiederholten Malen so viel als möglich entfernt ist, vollends zu reinigen, kann man die kalt bereitete Lösung des entwässerten schwefelsauren Salzes bei 100° der fractionirten Krystallisation unterwerfen. Die ersten Krystallisationen enthalten noch erhebliche Mengen des in Prismen sich ausscheidenden verwitternden Lanthansalzes beigemengt, die allmählich an Menge abnehmen bis das monoklinometrisch anschiefsende Didymsalz in grofsen harten glasglänzenden, nur noch wenig verunreinigten Krystallen sich absetzt, die zur völligen Reinigung noch einige Male derselben Operation unterworfen werden. Von einem grofsen im Besitze des Heidelberger Laboratorium befindlichen Vorrathe an schwefelsauren Lanthan und Didym, dessen Benutzung uns gestattet war, erhielten wir nur verhältnifsmäfsig wenig des gereinigten Didymsalzes, so dafs unsere ganze Ausbeute an Didymmetall nur in wenigen einige Gramm schweren Metallkugeln bestand. Das gereinigte schwefelsaure Salz

1) Diese Ann. Bd. CLV a. a. O. S. 378.

wurde auf die bei dem Lanthan angegebene Weise in Chlorür verwandelt.

Den bei unseren Reductionsversuchen benutzten, das geschmolzene Chlorid enthaltenden Thonzellen von ungefähr 7 Ctm. Höhe und 22 Ctm. innerem Durchmesser, welche 30 bis 40 Grm. Substanz fassen, vergröfserte Dimensionen zu geben, zeigte sich als unzweckmäfsig. Ist das zu reducirende Material nicht ausreichend, solche Thonzellen bis über zwei Drittel ihrer Höhe anzufüllen, so wendet man am besten eine Thonzelle von geringerem Durchmesser, aber gleicher Höhe an. Dieselben überragten stets den Rand des kleinen Hessischen Tiegels, welcher den die Tonzelle umschliefsenden in ein geschmolzenes Gemisch von gleichen Aequivalenten Chlornatrium und Chlorkalium tauchenden positiven Pol von Eisenblech enthält. Das Eisenblech mit dem daran auslaufenden, als Zuleiter dienenden Blechstreifen mufs erheblich niedriger seyn als die Thonzelle, damit der Inhalt des Hessischen Tiegels nicht durch Capillarität an den Rand der Thonzelle gelangen und das zu zersetzende Chlorid verunreinigen kann. Der als negativer Pol dienende aus der Pfeifenstielumhüllung des dickeren Stromableitungsdrahtes nur wenig hervorragende feine Draht kann aus Eisen oder Platin bestehen; bei den meisten Versuchen wurde das letztere Metall gewählt, da sich Spuren von Verunreinigungen des abgeschiedenen Metalls mit Platin leichter erkennen und bestimmen lassen als Beimengungen von Eisen. Die Erhitzung des auf einem feuerfesten Untersatz feststehenden Zersetzungsapparats geschah mit bereits völlig glühenden Kohlen in einem runden sich nach oben erweiternden Ofen, dessen Tiefe vom Rande bis zum Rost 11 Ctm. und dessen Durchmesser an der Mündung 21 Ctm. und am Rost 16 Ctm. betrug. Die Füllung des Hessischen Tiegels und der Thonzelle wurde stets erst nach mäfsiger Erhitzung mittelst eines Blechtrichters vorgenommen, und darauf so viel völlig glühende Kohlen zugelegt, dafs die sorgfältig mit Salmiak bedeckt erhaltenen Chloride nur wenig über der Temperatur ihres Erstarrungspunktes zum

Schmelzen kamen, was eine Zeit von ungefähr 15 Min. in Anspruch nimmt. Erst jetzt wird der Strom geschlossen, in welchen eine Tangentenbussole eingeschaltet wurde, um den Verlauf der Operation und danach das Nachfüllen des in der Thonzelle verdampfenden Salmiaks reguliren zu können. Da der Hessische Tiegel von den geschmolzenen Chloralkalien und dem darin gebildeten Eisenchlorid allmählich durchsickert wird, so ist ein Nachfüllen völlig trockener Chloralkalien erforderlich. Dieser Zusatz geschieht am Besten, um plötzliche Temperaturerniedrigungen zu vermeiden, allmählich in kleinen Portionen, besser noch ist es, einen undurchlassenden Porzellantiegel anzuwenden, wodurch der den regelmäfsigen Verlauf der Reduction immer etwas störende Zusatz der Chloralkalien entbehrlich wird.

Bei allen unseren regelrecht verlaufenden Versuchen erreichte die absolute Stromintensität nur selten eine Höhe über 100 B. A. Steigerte sich der Strom plötzlich bis zu einer sehr viel gröfseren sich auffallend constant erhaltenen Intensität, so ist dies ein Zeichen, dafs die Thonzelle zersprungen und der feinvertheiltes Metallpulver enthaltende Inhalt derselben eine metallische Leitung zwischen den Polen hergestellt hat; um in einem solchen Falle die bereits abgeschiedenen Metallkugeln nicht zu verlieren, hat man den Strom sogleich zu unterbrechen und den Apparat so schnell als möglich erkalten zu lassen. Die Dauer der elektrolytischen Abscheidung übermäfsig auszudehnen erwies sich wegen der zu grofsen Verminderung der die Metallkugeln vor der Oxydation schützenden Chloridbedeckung als nachtheilig. Die gröfste Ausbeute erhielten wir stets, wenn der von 30 auf 100 B. A. ansteigende Strom eine bis anderthalb Stunden wirkte. Setzt man den Versuch so lange fort, dafs die gebildeten Metallkugeln, von der schützenden Chloriddecke entblöfst, mit der Luft in Berührung kommen, so können explosive Entzündungen eintreten, bei denen der Thonzelleninhalt geschofsartig emporgeschleudert wird, wie wir bei einer der Didymre-

ductionen zu beobachten Gelegenheit hatten. Es ist daher gegen Ende des Versuchs, besonders bei dem Auffüllen des Salmiaks, einige Vorsicht zu empfehlen. Will man den Versuch beendigen, so entfernt man die Kohlen rasch, ohne den Strom vorher zu unterbrechen, und läfst die Unterbrechung erst eintreten, wenn die Nadel der Tangentenbussole auf 0° gesunken ist. Nach dem Erkalten wird die Thonzelle in einer erwärmten grofsen Reibschale zerbrochen. Es findet sich gewöhnlich da, wo der Pol aus dem Pfeifenstiel hervorragt, eine Metallkugel von zwei bis sechs Grm. Gewicht, während eine grofse Zahl kleinerer Kugeln durch die ganze Masse zerstreut sind. Um die letzteren nicht zu verlieren, zerklopft man die sie umhüllende Chloridmasse mit einem Hammer oder Pistill und entfernt die noch anhaftende Umhüllung mit einem Schabeisen, um den Kügelchen eine metallglänzende Oberfläche zu ertheilen. Die gewöhnlich nicht über einen Grm. betragende das Chlorid durchsetzende pulverförmige Metallmasse durch Zerreiben und Schlämmen unter Steinöl noch zu gewinnen lohnt sich der Mühe nicht, da dieselbe durch eine Berührung mit den Thonzellenwänden sehr verunreinigt ist und namentlich erhebliche Mengen von Silicium enthalten kann, was sich bei dem Uebergiefsen der Masse mit Wasser leicht daran erkennen läfst, dafs neben dem entwickelten Wasserstoff kleine Flammen von Siliciumwasserstoff auftreten. Wir erhielten im Ganzen an Cer aus acht Reductionen gegen 30 Grm., an Lanthan aus zwei Reductionen gegen 15 Grm. und an Didym aus drei Reductionen 4 Grm. Das Didym scheint daher am schwierigsten durch den Strom reducirbar zu seyn, wohl nur aus dem Grunde, weil es erheblich leichter durch Oxydation an der Luft wieder in Oxyd übergeht als Cer und Lanthan.

Aus den bei jedem Versuche hinterbleibenden Rückständen stellt man die reinen Chloride auf folgende Weise für spätere Versuche wieder her: man übergiefst die von allen auslesbaren Bruchstücken der zertrümmerten Ze r-

setzungszelle befreiten Salzrückstände mit verdünnter Salzsäure, wobei unter stürmischer Entwickelung von Wasserstoff und etwas selbstentzündlichem Siliciumwasserstoff eine Lösung und bei den Lanthan- und Didym-Reductionen aufserdem noch ein mit feinen Bruchstücken der Thonzellen vermengter in seidenglänzenden bräunlichen Schüppchen krystallisirter, selbst von Königswasser nicht angreifbarer, in der Glühhitze unveränderlicher Körper erhalten wird, der sich durch Schlämmen und Durchbeuteln von den beigemengten Verunreinigungen trennen läfst. *Nur* die dritte Verarbeitung der *Didym*-Rückstände gab diese Krystallschuppen nicht. Die Lösung, aus der die Kieselerde durch Abdampfen entfernt, wird mit Ammoniak gefällt und der Niederschlag mit Oxalsäure gekocht, wobei die reine oxalsaure Verbindung zurückbleibt.

Das *Cermetall* hat Farbe und Glanz des Eisens und ist sehr politurfähig; in trockener Luft erhält sich der Glanz ziemlich lange, an feuchter läuft es sehr bald ähnlich wie erhitzter Stahl gelb, blau und grau an; das durch Umschmelzen erhaltene Metall besitzt die Härte des Kalkspaths und ist im hohen Grade ductil; es läfst sich zu Platten aushämmern, zu Blech walzen, und in der Wärme zu Draht pressen; um den letzteren, welchen man leicht in fufslangen Stücken erhalten kann, herzustellen, sind viel gröfsere Pressungen erforderlich als bei dem Magnesium, Calcium, Strontium und Lithium. Der Draht ist so biegsam, dafs er sich ohne zu zerbrechen aufwickeln und zu feinen Oehren umbiegen läfst. Goldarbeiter, denen wir Cer zur Bearbeitung übergaben, schätzten die Härte desselben gleich der des chemisch-reinen Silbers. Das specifische Gewicht des elektrolytisch erhaltenen Metalls ist 6,628, das des unter Kochsalz und Chlorkalium umgeschmolzenen 6,728. Das niedrige specifische Gewicht 5,5, welches für das mit Natrium reducirte Cer gefunden ist, deutet auf eine Verunreinigung mit Natrium hin. Der Schmelzpunkt des Cers liegt in der starken Rothglühhitze und ist niedriger als der des Silbers, aber erheblich höher als der des Antimons. Bei

der Umschmelzung unter einer Decke von gleichen Aequivalenten Kochsalz und Chlorkalium wird der Porzellantiegel, wenn der Schmelzpunkt des Metalls nur um Weniges überschritten wird, nicht angegriffen; bei höherer Temperatur entsteht durch Reduction des Porzellans ein schwarzer Fleck am Boden des Tiegels. Auch in einem Platintiegel läfst sich das Metall unter einer Decke des erwähnten Flufsmittels schmelzen, legirt sich aber bei nur wenig erhöhter Temperatur mit dem Platin. Frei auf Kohle vor der Glasbläserlampe in gröfseren Stücken erhitzt schmilzt es ebenfalls und entzündet sich erst, wenn man die auf dem Regulus sich bildende schützende Decke von Ceroxyd entfernt.

Die Entzündungstemperatur des Cers in Luft und Sauerstoff liegt viel niedriger als die des Magnesiums. Es genügt, dasselbe mit einer Nadel zu ritzen oder einen Cerdraht mit dem Messer zu schaben, um die abspringenden Metallspäne zu entflammen und als glänzende Funken emporsprühen zu lassen; man kann mit dem Metall, trotz seiner Ductilität und Weichheit, wie mit einem Feuerstahl, an einem Flintenstein Funken schlagen, die eine Verbrennungserscheinung von prachtvollem Glanze darstellen. Mit Cer, welches so geringe Spuren von Platin enthält, dafs seine Ductilität dadurch noch nicht erheblich beeinträchtigt wird, zeigt sich dieses Verbrennungsphänomen in noch auffallenderer Weise. Aluminium und das dem Cer an Härte nicht nachstehende Magnesium bringen unter ähnlichen Umständen solche Feuererscheinungen nicht hervor. Cerdraht läfst sich an der Flamme entzünden und verbrennt mit noch intensiverem Glanze als Magnesiumdraht. Das Metall, auf einem Schiffchen von Kohle erhitzt, verbrennt in Chlorgas mit ausgezeichnetem Glanze, in Bromdampf schwieriger und weniger lebhaft und in Joddampf ohne bemerkbare Feuererscheinung, in Schwefeldampf, Phosphordampf und Cyangas treten selbst bei starkem Erhitzen keine Feuererscheinungen ein. Reines Wasser wird bei gewöhnlicher Temperatur von Cer nur langsam unter Bildung von Ceroxy-

dulhydrat zerzetzt; kalte concentrirte Schwefelsäure und kalte rothe rauchende concentrirte Salpetersäure greifen es gar nicht an, verdünnte so wie Chlorwasserstoffsäure lösen es, die letztere unter stürmischer Entwickelung von Wasserstoff zu Oxydulsalz auf. Phosphorsaure Salze werden dadurch zu Phosphormetallen und schwefelsaure zu Schwefelmetall reducirt.

Das *Lanthanmetall* steht in seinem allgemeinen chemischen Verhalten dem Cer sehr nahe: gegen Chlor, Brom, Jod, Cyangas, Schwefeldampf, Phosphordampf und eben so gegen Wasser, Salzsäure, verdünnte und concentrirte Schwefelsäure, schwefelsaure und phosphorsaure Salze verhält es sich diesem ganz analog; von concentrirter Salpetersäure aber wird es leicht angegriffen. Es ist an der Luft weniger beständig und läuft selbst in trockener Luft sehr bald stahlblau an, seine Härte ist nur um weniges gröfser als die des Cers und liegt zwischen der des Kalkspaths und Flufsspaths; an Ductilität steht es dem Cer nach und läfst sich in Temperaturen, die zwischen 20° und seinem Schmelzpunkt liegen, nicht zu Draht pressen, kann aber zu ziemlich dünnen Blechen ausgehämmert werden. Das mit einem Stücke von ungefähr 7,6 Grm. bestimmte specifische Gewicht des elektrolytisch abgesetzten Metalls war 6,163, das des umgeschlossenen, auffallender Weise geringer, nämlich 6,049. Sein Schmelzpunkt scheint von dem des Cers nicht sehr verschieden zu seyn; es kann wie dieses vor der Glasbläserlampe unter einer Decke von Chloralkalien umgeschmolzen werden, wobei Porzellan und Platin ebenfalls erst angegriffen werden, wenn die Temperatur erheblich über den Schmelzpunkt des Metalls gestiegen ist.

Die Entzündungstemperatur in Luft und Sauerstoff liegt viel höher als die des Cers; Späne, welche bei dem Bohren, Feilen, Ritzen, Schaben und Schlagen am Feuerstein erhalten werden, entzünden sich nicht an der Luft von selbst, verbrennen aber in der Flamme mit prachtvoller Lichterscheinung.

Das *Didymmetall* reiht sich dem Lanthan näher als

dem Cer an. Es zeigt gegen die bei dem Lanthan angeführten Elemente und Verbindungen ein demselben durchaus analoges Verhalten, steht ihm auch an Glanz, Ductilität, Politurfähigkeit und Beständigkeit an der Luft nicht nach, an Härte aber ungefähr gleich. Die Farbe ist weniger weifs und zeigt einen unverkennbaren Stich in das gelbliche, jedoch viel weniger als Wismuth; in trockener Luft ist es ebenfalls nicht beständig, an feuchter läuft es anfangs nicht wie Lanthan stahlblau, sondern gelblich an. Ungeschmolzenes Didym ist nur wenig härter als umgeschmolzenes Cer; erst bei sehr heftiger Ritzung des letzteren durch Didym erhält man von selbst sich entzündende Cerspäne. Die feinen Späne, welche bei dem Schaben und Ritzen des Metalls abspringen, entzünden sich nicht von selbst, sondern verbrennen erst in die Flamme gebracht, dann aber mit eminenter Lichterscheinung. Von polirten Flächen des Didymmetalls reflectirtes Licht zeigt die Absorptionsstreifen, welche das Didymoxydul unter denselben Umständen erkennen läfst, nicht. Unter einer Decke der Chloralkalien vor der Glasbläserlampe schmilzt es viel schwieriger als Cer oder Lanthan. Umgeschmolzene Stücke von ungefähr 1,9 Grm. Gewicht ergaben das specifische Gewicht 6,544.

In der thermoelektrischen Spannungsreihe nehmen die Ceritmetalle innerhalb Temperaturdifferenzen von 0° C. bis etwa 200° C. folgende Stellung ein:

Eisen
Lanthan
Cer
Didym
Magnesium.

Mit reinem Wasser als Erregungsflüssigkeit reihen sie sich nach folgender Ordnung in die Spannungsreihe ein:

Zink
Cer
Lanthan
Didym
Magnesium,

sie sind also elektropositiver als Zink, aber elektronegativer als Magnesium.

Obwohl von der Reinheit der im Vorstehenden beschriebenen Metalle ausführlicher noch bei der Bestimmung ihrer specifischen Wärme, welche wir, sobald es der erste Schneefall erlaubt, mit dem Eiscalorimeter ausführen werden, die Rede seyn wird, theilen wir doch die vorläufige Analyse von einem dieser Metalle schon hier mit, da man sich aus derselben ein Urtheil bilden kann, welcher Ordnung die Gröfse der Verunreinigungen ist, die man bei solchen elektrolytisch reducirten Elementen zu erwarten hat.

0,5980 Grm. völlig blank geschabtes Lanthan wurde unter sorgfältigster Vermeidung jedes Verlustes durch Verspritzen in schwach mit Salpetersäure angesäuertem Wasser aufgelöst, die Lösung im Wasserbade in einem gewogenen Platintiegel eingedampft und der Rückstand unter allen Vorsichtsmaafsregeln, die einen Verlust unmöglich machten, geglüht; der Rückstand wog 0,7052 Grm. Bei dem Auflösen dieses Rückstandes in verdünnter Salpetersäure hinterblieb eine kleine Menge einer braunen Substanz, welche nach dem Glühen 0,0072 Grm. wog. Die Lösung in Gestalt einer Flüssigkeitssäule vor dem Spectralapparat geprüft zeigte nur *einen* äufserst schwachen Absorptionsstreifen, welcher dem stärksten Absorptionsstreifen des Didyms entsprach. Eine Flüssigkeitssäule von denselben Dimensionen, in welcher sich 0,005 Grm. des reinsten kohlensauren Didymoxyds in Salpetersäure aufgelöst befanden, zeigte unter ganz denselben Umständen geprüft denselben Streifen von gleicher Intensität. Das Metall enthielt daher noch 0,51 Proc. Didym. Aus dem 0,0073 Grm. wiegenden Rückstand wurden durch Auflösen in Salzsäure 0,0013 G. Kieselerde erhalten. Die von der Kieselerde getrennte neutrale Flüssigkeit gab mit Oxalsäure einen weifsen leicht zu Boden fallenden Niederschlag, der nach starkem Glühen 0,0048 Grm. wog, sich leicht zu einer *farblosen* Flüssigkeit löste, welche weder Didymstreifen noch mit Manganchlorür versetzt die charakteristische Reaction des Cers

zeigte und durch Ammoniak vollständig gefällt wurde, also aus reinem Lanthanoxyd bestand. Die von diesem Lanthan befreite Flüssigkeit gab nach dem Abdampfen, Glühen und Lösen in Salzsäure 0,0019 Grm. Eisenoxyd, welches sich frei von Thonerde erwies. 100 Theile des untersuchten Metalls bestehen daher aus:

Lanthan	98,95
Didym	0,51
Eisen	0,42
Silicium	0,22
Cer	0,00
Aluminium	0,00
	100,60.

Die gesammte Verunreinigung überschritt daher ein Hundertel nicht, die einzelnen fremden Beimengungen aber erreichten kaum fünf Tausendtel.

Zum Schluſs sprechen wir Hrn. Prof. Bunsen für seinen gütigen Beistand während des Verlaufes unserer Untersuchungen und für die Freigebigkeit, mit welcher er den gröſsten Theil seiner reichen zu solchen Reductionsversuchen seit langer Zeit gesammelten Vorräthe reiner Ceritpräparate zu unserer Verfügung stellte, unseren herzlichsten Dank aus.

Heidelberg, den 30. September.

XII. *Neue Stoſsmaschine; erfunden von Hrn. Sedlaczek,*

Mechaniker des k. k. physikalischen Institutes in Wien.

Schul-Apparate haben offenbar den Zweck, die verschiedenen Phänomene der Naturkräfte zur Anschauung zu bringen, und die Grundgesetze ihrer Wirkungen durch das Experiment nachzuweisen. Maaſs und Gewicht sind die Factoren hierbei, welche die verschiedenen, hieraus sich er-

gebenden Lehrsätze begründen. — „Ein solcher Schul-Apparat ist vorliegende neue Stofsmaschine, und zwar im strengsten Sinne des Wortes“ —

Nicht wenige Experimente des Physikers gleichen gewissermafsen Spielereien, die zwar immerhin ihre Berechtigung haben mögen, doch den unbefangenen Schüler oft mehr ergötzen als belehren. Dahin gehört zum Theil auch die, in den meisten physikalischen Cabineten befindliche — und von Mariotte schon um das Jahr 1677 angegebene Percussionsmaschine, — bestehend in einer Reihe elfenbeinerner oder hölzerner Kugeln, welche an Schnüren bifilar so aufgehängt sind, dafs sie sich eben berühren. Ersichtlich zu machen hiermit, ist blofs die Wirkung des elastischen Stofses.

Zwischen Ersichtlichmachen und Nachweisen besteht aber ein wesentlicher Unterschied. Mit der neuen Stofsmaschine lassen sich die Grundsätze der Momentankräfte, wie sie beim *elastischen* und *unelastischen* Stofse sich äufsern, sichtlich machen, mit Hülfe von Kork-, Glas- und Bleikugeln, ohne eigentliches Messen, wie bei der Mariotte'schen Maschine — andererseits aber unter Anwendung des unten näher bezeichneten Hülfs-Apparates „numerisch nach Maafs und Gewicht“ — unter Einschlufs der Reibungsgesetze und der Wirkung constanter Kräfte — „nachweisen“

Es ergeben sich somit eigentlich zwei Systeme von Stofsmaschinen, wovon ich erstere die einfache, die zweite die zusammengesetzte Stofsmaschine nenne.

Die einfache Stofsmaschine besteht in einer mehr als einen Meter langen flachrinnenartig geformten, horizontal liegenden Stofsbahn, zur Aufnahme der zur Anwendung gelangenden verschiedenen Kugeln, und einer Stofsvorrichtung, einem sogenannten Puffer.

a) Beim elastischen Stofse kommen massive Glaskugeln zur Anwendung, indem man eine beliebige Zahl derselben, in angemessener Entfernung vom Puffer so in die Rinne legt, dafs sie sich sämmtlich berühren.

So viel Kugeln man nun durch den Puffer an die ruhenden anprallen läfst, soviel werden am anderen Ende abgestofsen, die übrigen bleiben in Ruhe.

b) Beim unelastischen Stofse kommen Bleikugeln zur Anwendung und zwar auf dieselbe Weise, wie vorhin. Bringt man z. B. eine Bleikugel in die Rinne. und eine vor den Puffer, so wird die stofsende beim Anprallen an die ruhende, mit dieser gleichzeitig und mit verminderter Geschwindigkeit fortrollen.

c) Variirt man diesen Versuch, indem man vor die ruhende Bleikugel, jedoch mit dieser in Berührung, ein Korkstück anbringt, so verhalten sich die Bleikugeln wie elastische — die ruhende wird abgestofsen, die stofsende kommt zur Ruhe.

d) Wiederholt man diesen Versuch, indem man die stofsende Kugel aus Glas nimmt, so prallen Glas- und Bleikugel ab, das Korkstück bleibt in der Mitte derselben liegen usw.

Bei der zusammengesetzten Stofsmaschine tritt an die Stelle des Puffers ein Fallapparat mit Maafsstab, welcher gestattet, je eine Kugel von genau mefsbarer Höhe vertical herabfallen zu lassen. Der Nullpunkt des Maafsstabes als Basis und der Index der verschiebbaren Klemme, stimmen mit dem Schwerpunkt der Fallkugel überein. Ein unten angebrachter Quadrant verwandelt die Verticalbewegung einer solchen Kugel in eine horizontale. — Der in der Mitte der Horizontal- oder Stofsbahn befindliche Maafsstab mifst die Ausschläge der verschiedenen Stofs-Objecte.

Zur Anwendung gelangen hierbei eine Messingkugel, eine Reihe Glas- und Bleikugeln, Korkstücke, ein Stofsbalken, fünf wuchtige Aufleggewichte, vier Holzblöcke, und eine über eine Rolle hängende Waagschale.

(Da der Fall-Apparat nur eine Kugel aufzunehmen gestattet, so werden die bei *a* angedeuteten Versuche, am besten aus freier Hand bewerkstelligt.)

A. Läfst man eine Kugel mit Hülfe des Apparates von bestimmter Höhe herabfallen, so wird dieselbe mit

der bei 0 erlangten Geschwindigkeit fortrollen. Es ist daher gleichgültig, ob man Anfang oder Ende des Stofsobjectes auf 0 einstellt; der Ausschlag wird derselbe seyn, und zwar proportional den verschiedenen Fallhöhen, bei gleicher Fallmasse.

B. Durch den elastischen Stofs geht an lebendiger Kraft nichts verloren; es ist daher der Ausschlag derselbe, ob das Stofsobject von der herabfallenden Glaskugel unmittelbar getroffen wird, oder mittelbar durch eine Reihe sich berührender Glaskugeln.

C. Derselbe Versuch mit Bleikugeln zeigt, dafs durch den uns hiermit zu Gebote stehenden unelastischen Stofs, der gröfste Theil an lebendiger Kraft verloren geht. Blei ist eben nicht vollkommen unelastisch, wie überhaupt alle bekannten Körper eigentlich nur dem Grunde nach verschieden elastisch zu nennen sind.

D. Durch Reibung ist man nicht im Stande, die lebendige Kraft des Stofses zu vernichten. Dieser Versuch ist sehr merkwürdig, und gestattet nebst diesem Factum, zugleich die Reibungsgesetze zu constatiren. Zunächt den Satz, dafs das Maafs der Reibung unabhängig ist von der Gröfse der sich reibenden Flächen; der Stofsbalken hierzu ist so beschaffen, dafs in einem Falle zwei volle Flächen, im andern vier schmale Streifen zur Reibung gelangen. Der Ausschlag bleibt derselbe, und zeigt, dafs die Reibung den aufgelegten Gewichten proportional ist. Es zeigt sich aber weiter, dafs das Product der Reibung hierbei constant ist; denn welches auch die aufgelegten Gewichte, und die Ausschläge seyn mögen: beide mit einander multiplicirt geben immer ein und dasselbe Product, und zugleich ein Mittel an die Hand, den Reibungscoëfficienten durch den Stofs zu bestimmen, welchen man erhält, wenn man Fallmasse mit Fallhöhe multiplicirt und durch das Product der Reibung dividirt.

Diese Reibungsconstante ist nebst dem Umstande, daſs die unmittelbare Wirkung des Stoſses so verschwindend wenig Zeit und Raum in Anspruch nimmt, wohl auch der Grund oberwähnter Erscheinung, daſs man nämlich selbst durch vermehrte potenzirte Reibung nicht im Stande ist die lebendige Kraft des Stoſses abzuschwächen. Denn stellt man das eine Ende des unbelasteten Stoſsbalkens genau auf 0 ein, und bringt einen der Holzblöcke mit diesem in Berührung — so wird dieser Holzblock, durch das Anprallen der von bestimmter Höhe herabfallenden Messingkugel an den Stoſsbalken, um ein gewisses Maaſs verschoben, — dieser Ausschlag jedoch constant bleiben, man mag nun den Stoſsbalken belasten, so viel man will. Wichtig zu bemerken hierbei ist noch, daſs die drückenden Gewichte an der Bewegung des Stoſsbalkens nicht theilnehmen.

E. In einem eigenthümlichen Gegensatze zu vorigem Versuche steht der folgende. Die vier mit 1 2 3 4 bezeichneten Holzblöcke sind so beschaffen, daſs sie gleichgroſs und schwer sind, und sich durch Holzstifte zu einem Ganzen verbinden lassen. Bringt man nur den mit 1 bezeichneten Holzblock auf die Stoſsbahn, so daſs das eine Ende derselben mit dem Nullpunkte des Maaſsstabes derselben zusammen fällt und läſst die Messingkugel von bestimmter Höhe Eins anprallen, so wird dieser Holzblock hierdurch um ein gewisses Maaſs, welches wir auch Eins nennen, verschoben. Es entsteht nun die Frage: wie groſs ist der Ausschlag, wenn man diesen Holzblock verdoppelt, verdreifacht, vervierfacht, wenn an der Fallhöhe und Fallmasse nichts geändert wird? Die Antwort hierauf giebt die Stoſsmaschine selber. Nach den gewöhnlichen Regeln der Mechanik, soll derselbe im ersten Falle die Hälfte, im zweiten ein Drittel, im dritten ein Viertel betragen; mit andern Worten um gleiche Ausschläge zu erhalten, müſste auch die Fallhöhe je verdoppelt, verdreifacht oder vervierfacht

werden. Dieses ist aber keineswegs der Fall, der Ausschlag beträgt in den drei Fällen nur $\frac{1}{4} - \frac{1}{9} - \frac{1}{16}$ des ersten Ausschlages.

Diese Thatsache nun, daſs die Wirkung des einseitlichen Stoſses bei Zunahme der zu stoſsenden Massen, nicht im geraden, sondern im quadratischen Verhältnisse abnimmt; mit andern Worten, daſs die Stoſskraft potenzirt werden muſs, um bei Zunahme der Massen gleiche Ausschläge zu erhalten, wäre somit durch das Experiment erwiesen. Es steht demnach offenbar, da Wirkung und Gegenwirkung einander gleich sind, dem Quadrante der Arbeit durch den Stoſs, als einer Momentankraft, das Quadrat des Widerstandes träger Massen gegenüber. Es ist daher Masse multiplicirt mit der Reibung gleich dem Producte eines solchen Widerstandes, der Ausschlag das Maaſs des überwundenen Widerstandes, die geleistete Arbeit hierbei durch den Stoſs.

Es entspringt dieses Gesetz sicher nur dem Beharrungsvermögen, der Trägheit der Massen, welche unter so bewandten Umständen nicht vollständig überwunden werden kann. Bei constant wirkenden Kräften hingegen geht die Bewegung eben langsam genug vor sich, um die Trägheit der Masse zu überwinden, und es gilt daher nur in diesem Falle das Gesetz, daſs zur Ueberwindung der 2-, 3-, 4-, n-fachen Masse, die 2-, 3-, 4-, n-fache Kraft nöthig ist, während beim Stoſse nach Obigen die 4-, 9-, 16-, n^2-fache Kraft erforderlich ist, um die 2-, 3-, 4-, n-fache Masse aus ihrer Ruhelage zu verdrängen, und um gleiche Werthe zu verschieben.

Diesen Gegensatz zu versinnlichen und nachzuweisen, ist der Holzblock 1 mit einer Oese versehen, in welche die über eine Rolle laufende Schnur eingehängt werden kann, welche eine Waagschale trägt. Die aufgelegten Gewichte üben nun einen constant wirkenden Zug aus, und müssen nach Obigen in dem Maaſse vermehrt werden, als die hierdurch zu bewegende Masse zunimmt.

Wenn der Erfinder dieser Stoſsmaschine als Solcher,

seine eigene Anschauung hiermit auszusprechen wagte, so konnte er dieses, als schlichter praktischer Mechaniker und Denker, der seine Studien an der Seite des Schraubstockes und der Drehbank zu machen berufen war, eben nur mit schlichten Worten, und mufs deshalb die exacte mathematische Begründung all' dieser Erscheinungen, welche übrigens streng auf Wahrheit beruhen, andern Kräften anheimstellen. Doch glaubt derselbe, dafs obige Andeutungen vollkommen genügen dürften, um sich über den Werth dieses neuen Schul-Apparates ein Urtheil bilden zu können.

Schliefslich erlaubt sich derselbe noch die Bemerkung, dafs Rohrbeck's Nachfolger in Wien (verlängerte Kärnthnerstrafse No. 59) ihn in diesem Streben freundlichst unterstützten, und er denselben ausschliefsend und allein die Erzeugung und den Verkauf dieser Apparate übertragen hat, wo dieselben perfect gearbeitet, die einfache sowohl als die zusammengesetzte Stofsmaschine zu beziehen sind.

Wien im September 1875.

XIII. *Elektrische Versuche und Beobachtungen; von C. A. Grüel in Berlin.*

Der an mich ergangenen Aufforderung zufolge erlaube ich mir, im Nachstehenden einige Hülfsmittel und Apparate zu beschreiben, welche sich bei Erläuterung der Influenz-Maschine wie auch zur Anstellung instructiver und auch glanzvoller Versuche empfohlen:

Die Influenz-Maschine in ihrer jetzigen durch Dr. Holtz getroffenen Einrichtung dürfte der Gränze der Vollkommenheit möglichst nahe stehen, da sie sicher in ihrer Wirkung sehr ausgiebig und fähig ist, bedeutende Spannungs-

Erscheinungen zu liefern. Wenn dieselbe durch ungünstige Luftbeschaffenheit mehr beeinflufst scheint als die Reibungs-Maschine, so kann man doch im Fall der Anwesenheit vieler Personen oder bei sehr splendider Gasbeleuchtung etc. mit allem Erfolg experimentiren, wenn man für die Erwärmung der Maschinentheile und Apparate, etwas über den Thaupunkt hinaus, sorgt und die Condensation des Wasserdampfs an diesen Theilen verhindert.

Ich erreiche dies einfach durch Aufstellung zweier Kssten aus Schwarzblech, gefüllt mit Abschnitten der sogenannten Briquets, wie man sie zur Heizung der Eisenbahnwagen benutzt hat, indem ich diese zu beiden Seiten hinter der festen Scheibe aufstelle, und hiermit eine leicht regulirbare strahlende Wärme gewinne.

Da die elektrischen Glasflächen alle Staubtheile der nmgebenden Luft begierig anziehen, wird die öftere Reinigung der Scheiben, Ständer und Griffe nothwendig. Ferner hat der starke Ozon-Gehalt der Luft in der Nähe der Scheiben den Nachtheil, die aus Hartgummi bestehenden Bestandtheile leitend zu machen. Letztere besitzen eine permanente, schon am Geruch erkennbare Schwefelwasserstoffhülle, die sich mit der Zeit höher oxydirt und Schwefelsäure bildet, durch Reagentien leicht nachweisbar Abreiben mit Leinen und etwas *Magnesia usta* stellt dieselben bald wieder isolirend her.

Um den elektrischen Zustand der thätigen Maschine und der vier alternirend — und + elekt. Stellen der rotirenden Scheibe einem gröfserem Auditorum deutlich darzustellen, bedient man sich mit Vortheil der zarten *Collidion-Ballons*, deren Anfertigung ich bereits im Jahr 1848 im 10. Stück dieser Ann. bekannt machte. Diese höchst biegsamen Häute werden bei der geringsten Reibung stark und ziemlich andauernd elektrisch und geben, an ihrem Ende erfafst und der Scheibe genähert, die — und + el. Stellen durch ihre Anziehung und Abstofsung zu erkennen.

Beim Influenciren der Maschine mittelst eines Kaut-

schuckblattes hat man stets einen sichreren Erfolg, wenn man das elektrisch gemachte Blatt, welches man mit seiner schmalen Kante etwas über die Tischkante hinaus gelegt hatte, ohne Zögerung anlegen kann; es bleibt lange genug ungeschwächt elektrisch, so lange es flach auf dem Tische liegt. Für manche Versuche ist die Anwendung stärkerer Condensatoren als die schmalen und nur wenig belegten Flaschen der Maschine, nothwendig, wie z. B. für einen zur Elektrolyse bestimmten Apparat, der auch zugleich galvanoplastische Niederschläge zu erzeugen im Stande ist; eben so für meinen im Jahre 1871 construirten elektrischen *Tourbillon*, welcher durch Güte des Hrn. Poggendorff bereits Erwähnung gefunden hat[1]). Dieser Tourbillon zeigt wirklich die Verwandlung der E. in mechanischen Effect durch seine aufserordentliche Drehungsgeschwindigkeit. Ich habe denselben seitdem wesentlich verbessert, indem ich jede Ableitung und auch die obere Sternscheibe vermieden und an Stelle der letzteren eine Glimmerscheibe mit sechs weifsen runden Flecken gesetzt habe. Letztere erscheinen bei jeder Entladung zwischen den Elektroden mit blendendem Glanz und als bewegungslos. Die Saugarme des Instruments müssen dabei in einer kleinen Distanz von den nicht zu weit von einander entfernten Elektrodenkugeln stehen, sonst würde die ganze producirte Menge E. verbraucht und zur Rotation verwendet werden, wodurch die Entladungsfunken zur zeitweisen Beleuchtung der Scheibe ausbleiben müfsten. Eben so liefern die stärkern Condensatoren auch bei der eisernen *Sprühkette* eine glänzende Wirkung, da jeder Ring der Kette einen röthlichen Feuerstrahl mit der charakteristischen Verbrennungserscheinung des Eisens aussendet. Die Kette liegt auf dem Brett, um die äufseren Belege der Condensatoren zu verbinden, doch mufs dann unter letzteren ein Gummiblatt liegen, damit die unterhalb des Bretts geführte Drahtverbindung nicht mit den Belegen in Verbindung stehe. Die Blitzflasche mit Goldbelegung braucht nur an Stelle des einen Condensators angewendet

1) Ann. Bd. 144, S. 644

zu werden. Der *Aaronsstab* giebt vortreffliche Wirkung, wenn er parallel mit der rotirenden Scheibe quer über die zu den Elektroden hinführenden Messingtheile gelegt und die Entfernung der Elektrodenkugeln gröſser als die Summe der Unterbrechungen des Stabes zwischen seinen Metallplättchen ist. Ohne Condensatoren giebt er dann einen permanenten Strom; mit Condensatoren dagegen entsprechende glänzende und nach Maaſsgabe seltenere Funken.

Die Ausgiebigkeit der Maschine macht sie zur schnellen Ladung von Batterien sehr geeignet, man erreicht leicht die Schmelzung von Drähten etc. Es kommt bei so starken Ladungsversuchen leicht vor, daſs die Maschine ihre Pole wechselt, ein Vorgang, welcher sich mit einem knisternden Geräusch anzukündigen pflegt, und im Finstern an der gänzlichen Umwandlung der Lichterscheinungen an den Metallkämmen erkannt wird. Fährt man von diesem Zeitpunkt an, mit der Drehung fort, so erfolgt die entgegengesetzte Ladung, welche die früher erreichte in kurzer Zeit zerstört und sie in ihr Gegentheil verwandelt. Befindet sich bei diesem Versuch anf der einen Seite ein Elektrometer oder ein mit der Elektrode verbundener Papierbüschel, so sieht man mit steigender Ladung die zunehmende Divergenz der Blättchen, darauf ein Zusammenfallen derselben, gefolgt von neuer Divergenz. Ich habe eine elektr. *Sichel* construirt, welche eine doppelte Bewegung zur Erscheinung bringt; sie rotirt um ihre fest mit derselben verbundene Axe; die letztere dagegen wälzt sich zugleich auf einer kreisförmigen Bahn herum, und es ist diese Vorrichtung dadurch auffallend, daſs die bekannte Ausstrahlung der E. aus Spitzen, hierbei eine starke physiologische Wirkung auf die umstehenden Personen ausübt. Die gegenseitige Abstoſsung gleichartig elektrischer beweglicher Theile zeige ich durch ein Ringsystem aus drei Kreisen, die sich, isolirt aufgestellt und dann mit den Knopf einer geladenen leydener Flasche berührt, nach mehreren Schwankungen absolut rechtwinklig zu einander stellen. Die elektrische *Pistole* läſst sich beim Unterricht instructiver als dies gewöhnlich geschieht, gebrauchen, wenn

man dieselbe absichtlich überladet und mit nach unten gekehrter Mündung mit ihrem Knopf an eine thätige Maschine führt, so dafs eine unausgesetzte Reihe Conductorfunken hindurchströmt ohne anfänglich zu zünden. Wenn man hierbei die Mündung langsam nach oben oder horizontal stellt, so giebt man hiermit Gelegenheit zur Mischung des Wasserstoffs mit Luft, und es erfolgt dann die Zündung. Ich darf auch folgenden tausendmal wiederholten, aber von den Beschauern fast immer zum ersten Mal mit Zaudern wiederholten und gänzlich unschädlichen Versuch deswegen empfehlen, weil er die durch die Entzündung entstehende Wasserdampf-Bildung und die unmittelbar darauf erfolgende Condensation des Letzteren deutlich zeigt, indem dieselbe einen starken luftverdünnten Raum erzeugt. Der Versuch besteht darin, dafs man das Pistol geladen, aber nicht überladen, mit dem Handteller verschliefst und in diesem Zustande einen Conductorfunken an seinen Knopf gelangen läfst. Bei günstig getroffenen Gasvolumen entsteht meist ein gedämpfter Knall, und das Pistol adhärirt ungemein, gleich einem Schröpfkopf, an der Hand, ohne Schmerz zu erzeugen, wenn man es nicht mit einer drehenden Bewegung, sondern gerade nur dreist abweist. Es läfst sich mit diesem Apparat auch ein auffallender Zündungs-Versuch anstellen, dessen Erwähnung später erfolgen wird, obwohl die Leser der Annalen dabei kein wichtiges physikalisches Factum erfahren, aber zugestehen werden, dafs gut durchgeführte prägnante Versuche den Erfolg des Unterrichts wesentlich unterstützen.

Der Rosetti'sche Versuch, zwischen den Elektroden mit rechtwinklig zu denselben gestellter Scheibe und unter Anwendung der gewöhnlichen kleineren Condensatoren liefert hübsche Verästelungen, ähnlich den Lichtenberg'schen Figuren, verschieden in Form und Färbung, oft pfirsichblüthähnlicher Nüancen, je nach Wahl und Beschaffenheit des Glases und der Leitungsfähigkeit seiner Flächen, wie auch des Abstandes der Kugeln.

Einige, wie ich glaube, noch nicht publicirte Erschei-

nungen am Elektrophor, bin ich veranlafst, hier zu erwähnen. Eine Hartgummiplatte mit Fuchs- oder Katzenfell gepeitscht wird bekanntlich — elektrisch. Hebt man sie vom Tisch ab, und nähert derselben einen leicht beweglichen — elekt. Körper, so wird dieser abgestofsen, sowohl von der oberen als von der unteren Fläche, woraus gofolgert werden könnte, dafs beide Flächen — elektrisch seyn müssen. Dies ist jedoch nicht der Fall, die untere Fläche ist beim Peitschen entschieden + elektr. geworden, wenn auch in Bezug auf Intensität weniger als die obere. Letztere wirkt demnach mit ihrem Ueberschufs durch die Masse hindurch.

Wenn man die gepeitschte Fläche vor ihrer Entfernung vom Tisch mit Leinen oder durch Ueberstreichen mit der Kante eines metallenen Lineals oder mit einem Spitzenkamm von ihrer E. befreit, so wird nach Wegnahme vom Tisch die Platte den leicht beweglichen — el. Körper anziehen; man kann damit einen Elektrophor mit umgekehrten Zeichen darstellen und also — Funken aus dem Deckel ziehen. Die Kügelchen für die Anziehungs- etc. Phänomene sind am Besten aus der Marksubstanz von Helianthus zu gewinnen, da sie schöner, leichter als die vom Sambucus sind. Legt man eine Anzahl derselben nahe an den Rand einer frisch elektrisirten Platte, und hebt diese am entgegengesetzten Rande in die Höhe, so laufen sämtliche Kugeln stürmisch an der schiefen Ebene hinauf, verändern auch ihren Ort und wenn sie an einer Stelle haften bleiben, so fliehen sie doch bei der leisesten Berührung nach einer andern Stelle hin.

Ich führe hier noch an, dafs auch das Glockenspiel einer Modification fähig ist, bei welcher nur eine Glocke und ein Klopfel nöthig ist. Es beruht auf der Wirkung eines Halbleiters, und giebt gegenüber der lange bekannten Construction ungemein kräftige Schläge in isochroner Folge.

XIV. *Das Radiometer des Hrn. W. Crookes.*

Herr W. Crookes in London — als erster Entdecker des Thalliums und als Verfasser werthvoller photographischer Arbeiten rühmlich bekannt — hat sich in den letzten Jahren vielfach damit beschäftigt, mechanische Wirkungen der Licht- und Wärmestrahlen nachzuweisen. Die Resultate seiner zahlreichen Untersuchungen, die er der *Royal Society* mitgetheilt, sind auszugsweise in deren *Proceedings* von 1873 und 1875 veröffentlicht [1]), haben indefs nicht allgemeine Zustimmung erlangt, vielmehr meistens die Ansicht erweckt, dafs Luftströme die Ursache der beobachteten Bewegungserscheinungen seyen [2]). Diese Ansicht erscheint jedoch, wenigstens für Licht, zweifelhaft gegenüber dem Spiele eines Instruments, welches Hr. Crookes am Schlusse seines letzten Aufsatzes beschrieben und Radiometer genannt hat. Da dieses Instrument jedenfalls sehr interessant ist, so dürfte eine kurze Notiz über dasselbe hier eine nicht ungeeignete Stelle finden.

In höchst verdünnter Luft, sagt Herr Crookes, scheinen Wärmestrahlen gleich abstofsend auf schwarze und auf weifse Flächen zu wirken. Allein die Lichtstrahlen verhalten sich anders; sie stofsen die schwarzen Flächen stärker ab als die weifsen. Gestützt auf diese Thatsache habe ich das Instrument construirt, welches ich Radiometer

1) *Proceedings of the Royal Society, Vol. XXII, p.* 37 *et Vol. XXIII, p.* 373. — Seit der Abfassung dieser Notiz ist mir auch ein Heft von der von Hrn. Crookes selbst herausgegebenen Zeitschrift: *The Quarterly Journal of Science etc.* Nro. *XLVII, July* 1875 zugekommen, welches von ihm einen ausführlichen Aufsatz, betitelt: *On the Mechanical action of Light* enthält. In Bezug auf das Radiometer fügt aber derselbe der hier gegebenen Notiz nichts Wesentliches hinzu. — Er schliefst seinen Aufsatz mit den Worten Humphry Davy's — denen vielleicht nicht alle Leser unbedingt beipflichten werden — „*When I consider the variety of theories which may be formed on the slender foundation of one or two facts, I am convinced that it is the business of the true philosopher to avoid them altogether. It is more laborious to accumulate facts than to reason concerning them; but one good experiment is of more value than the ingenuity of a brain like Newton's.*“

2) Siehe Seite 144 dieses Bandes der Annalen.

nenne. Dasselbe besteht aus einem leichten Kreuz von vier Armen, welches mittelst eines Glashütchens auf einer Stahlspitze schwebt, so dafs es horizontal rotiren kann. Am Ende eines jeden Armes ist eine Scheibe von Hollunder- oder Sonnenblumen-Mark (*Pith*) senkrecht befestigt, und auf der einen Fläche mit Rufs geschwärzt. Die geschwärzten Flächen dieser vier Scheiben sind alle nach derselben Seite gewandt. Das Ganze ist von einer Glashülle umgeben, welche mittelst einer Sprengel'schen Quecksilberpumpe [1]) aufs Höchste ausgepumpt und darauf hermetisch verschlossen worden ist.

Wird dies System einer Lichtquelle ausgesetzt, so beginnt es sofort zu rotiren, um so schneller, je gröfser die Intensität des Lichtes ist, und zwar in dem Sinne einer Abstofsung der schwarzen Flächen durch das Licht.

Herr Crookes giebt darüber folgende Bestimmungen:

Lichtquelle	Zeit zu einem Umlauf Sekunden
1 Kerzenflamme, 20 Zoll Abstand,	182
„ „ 10 „ „	45
„ „ 5 „ „	11
2 Kerzenflammen, 5 „ „	5
4 „ „ 5 „ „	3
8 „ „ 5 „ „	1,6
1 Kerzenflamme, 5 „ „ hinter grünem Glase	40
„ „ „ blauem Glase	38
„ „ „ purpurf. Glase	28
„ „ „ orangef. Glase	26
„ „ „ gelbem Glase	21
„ „ „ hellrothem Glase	20
Diffuses Tageslicht, matt	2,3
„ „ hell	1,7
Voller Sonnenschein, 10 Uhr Vormittags	0,3
„ „ 2 Uhr Nachmittags	0,25

Der Güte des Herrn Prof. Zöllner verdanke ich ein von Hrn. Dr. Geifsler in Bonn sehr geschickt verfertigtes Radiometer, welches mir Gelegenheit gegeben hat, die Wirkung dieses Instruments aus eigner Ansicht kennen zu lernen. Es hat auf mich, sowie so ziemlich auf alle meine Freunde, denen ich es zeigte, den Eindruck

1) Ann. 1866 Bd. 129, S. 564.

gemacht, dafs die Rotationen weder durch einen Stofs der Lichtstrahlen auf die schwarzen Flächen, wie Crookes annimmt, noch durch eigentliche Luftströmungen d. h. durch direct vom Licht erzeugte Bewegungen der Luft hervorgerufen werden, sondern aus einer verwickelteren Ursache entspringen. Nimmt man nämlich an, dafs die schwarzen Flächen vom Licht erwärmt werden, mehr als die weifsen, und dafs die so erwärmten Flächen auf die Luft, die man trotz der hohen Verdünnung noch in dem Instrument voraussetzen darf, ja durch Influenz-Elektricität sogar nachweisen kann, abstofsend wirken, so hat man in der Rückwirkung der Luft einen, wie es scheint, möglichen Grund zu den Rotationen, und ist nicht genöthigt dem Lichte neue Eigenschaften beizulegen. Diese, von Mehren herrührende Ansicht halte ich für die wahrscheinlichste, obwohl es etwas Widerstrebendes hat, der so verdünnten, also an Masse so geringen Luft eine Reaction zuzuschreiben, die fähig wäre, auf die beiden Seiten einer oder zwei der Scheiben eine Druckdifferenz auszuüben, welche Kraft genug hätte, das ganze System in Bewegung zu setzen, zumal in trübem Tageslicht, bei ganz bedecktem Himmel, wo doch die Erwärmung der schwarzen Flächen nur eine äufserst geringe seyn kann, und dessen ungeachtet der Apparat zwar langsam, aber fortdauernd rotirt. Indefs wird die obige Ansicht durch die Thatsache unterstützt, dafs wenn man Kerzen- oder Lampenlicht durch eine etwa 20^{mm} dicke Wasserschicht leitet, dasselbe also von Wärmestrahlen befreit (wie schon Dewar gethan), der Apparat nicht zur Rotation gelangt; Sonnen- oder Magnesiumlicht erfordert dazu wohl eine dickere Wasserschicht.

Der Apparat rotirt auch im Dunklen, und entspricht also dem Namen *„Lichtmühle“*, den man ihm scherzweise gegeben hat, nur halbweges. Stellt man ihn nämlich hinter einer Platte jenes schwarzen, undurchsichtigen Glases auf, welches man gewöhnlich zum Polarisiren des Lichtes anwendet, und hält vor diese eine Kerzenflamme, so geräth er sogleich in Rotation. Melloni, der die Dia-

thermansie dieses schwarzen Glases entdeckt hat[1]), betrachtet die von demselben durchgelassene Wärme als eine vollkommen dunkle, und das ist sie wohl auch, sobald das Glas, das bekanntlich nach Splitgerber's Untersuchung seine Schwärze einem Schwefelgehalt verdankt[2]), die gehörige Dicke hat. Eine Platte von 1,3^{mm} Dicke, die ich anwandte, liefs freilich noch eine sehr schwache Spur von Kerzen-, Lampen- oder Sonnenlicht hindurchgehen, aber schwerlich ist die Wirkung davon abzuleiten, da sie bei einer 6,3^{mm} dicken, absolut undurchsichtigen Platte, die von Sonnenlicht bestrahlt wurde, ebenfalls, wenngleich in viel geringerem Grade zu beobachten war. Diese dunkle Wärme unterscheidet sich also wesentlich von der gewöhnlichen, die durchaus keine Wirkung auf das Instrument ausübt. Wie sich die Auflösung des Jods in Schwefelkohlenstoff verhält, an der Tyndall die Eigenschaft des schwarzen Glases entdeckt hat[3]), habe ich nicht zu untersuchen Gelegenheit gehabt. Indefs ist dies bereits von Crookes selbst (*Phil. Mag.* 1874, *Vol.* 48, *p.* 81) sowie später vom Prof. Dewar (*Nature*, 1875, Juli 15.) geschehen, und zwar mit gleichem Erfolg.

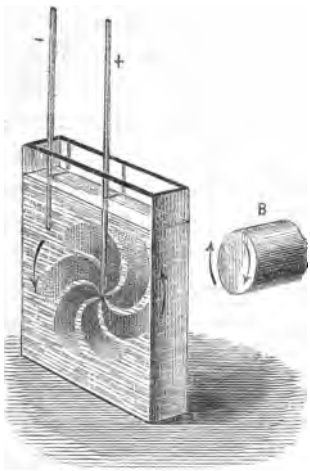
Entscheidend für die obwaltende Frage wäre es, das Instrument in das vollkommnere Vacuum zu versetzen, welches Geifsler, Andrews, Gassiot, und neuerdings Tait und Dewar[4]) dargestellt haben, und den elektrischen Funken nicht durchläfst. In diesem Vacuum dürfte das Instrument nicht zur Rotation kommen und wird es sicher auch nicht.

Poggendorff.

1) Siehe Annalen (1833) Bd. 28, S. 643.
2) Annal. (1855) Bd. 95, S. 472.
3) Annal. (1865) Bd. 124, S. 42.
4) Dadurch dafs sie Holzkohle in das Gefäfs bringen, und während des Evacuirens erhitzen; nach dem Zuschmelzen und Erkalten absorbirt dann dieselbe den kleinen Rückstand von Luft.

XV. *Nachbildung spiralförmiger Nebelflecke.*

Unter diesem Titel beschreibt Hr. G. Planté in den *Compt. rend. T. LXXXI, p.* 749 einen galvanischen Versuch, durch welchen er glaubt, die Entstehung der von Lord Rosse beobachteten spiralförmigen Nebelflecke erklären zu können.



Er füllt einen parallelflächigen Glaskasten mit verdünnter Schwefelsäure (1 : 10), stellt in dieselbe senkrecht zwei Kupferdrähte und verbindet diese mit einer galvanischen Batterie von 15 Bunsen'schen Elementen. Von der Spitze der positiven Elektrode entweicht dann unter Zischen eine dicke Wolke von Kupferoxydul oder sehr zertheiltem Kupfer, welche eine spiralförmige Gestalt annimmt und sich dreht, so wie man von der Seite her einen kräftigen Magnet nähert. Die Drehung ist, wie die Figur zeigt, der Richtung der Ampère'schen Ströme in dem Magnet entgegengesetzt, und kehrt sich mit dieser um.

Der abgebildete Fall entspricht dem Nebelfleck in dem Haar der Berenice, der umgekehrte dem in den Jagdhunden,

XVI. *Ueber einige neue elektrische Lichterscheinungen; von W. Holtz.*

Seit längerer Zeit mit der Frage beschäftigt, wie weit sich die polaren elektrischen Lichterscheinungen durch Modificirung der Elektroden und des Uebergangswiderstandes variiren, respective umkehren lassen, kam ich unter Anderen auf die Idee, die Oberfläche derselben weit über das gewöhnliche Maafs zu vergröfsern und ward überrascht, auf diesem so einfachem Wege eine viel bedeutendere Veränderung zu gewinnen, als mir dies bis dahin durch Anwendung künstlicherer Mittel gelungen war. Ich wählte nämlich zur einen Elektrode den Deckel eines Elektrophors d. h. eine hohle am Rande abgerundete Scheibe von 3 bis 400^{mm} Durchmesser und 30 bis 40^{mm} Dicke, zur andern eine Kugel von etwa 100^{mm} Durchmesser. Als Elektromotor bediente ich mich einer Influenzmaschine mitttlerer Gröfse. Eine Reibzeugmaschine würde schon deshalb nicht genügen, weil bei so grofsen Elektroden, wenn überhaupt eine Lichterscheinung von gröfserer Ausdehnung zu Stande kommen soll, die Isolirung beider Pole nothwendig ist. Dies mag auch der Grund seyn, weshalb die fraglichen Phänomene nicht bereits in früherer Zeit beobachtet sind.

Indem ich nun vorläufig von einer ausführlichen Beschreibung absehe, weil ich die Versuche zuvor mit einer gröfseren Maschine wiederholen möchte, kann ich doch nicht unterlassen, schon jetzt einige auffallende Thatsachen zu constatiren. Dahin rechne ich vor Allem das Auftreten eines neuen negativen Büschels mit langem Stiel und Verästelungen, wie wir solchen bisher nur am positiven Büschel kennen, und zwar ist mir ein derartiges anomales Phänomen bereits bis zu einer Ausdehnung von 150^{mm} gelungen. Nach meinen früheren Versuchen über die elektrischen Lichterscheinungen in festen und flüssigen Isolatoren, welche

an einer andern Stelle ausführlicher mitgetheilt werden sollen, erwartete ich freilich ein ähnliches Resultat, da auch in diesen Medien die polaren Unterschiede, wenn auch in der Gröfse, so doch in der Form nicht so wesentlich sind. Immerhin war es möglich, dafs dies in der gröfseren Dichtigkeit solcher Medien seinen Grund hatte, wofür wenigstens der Umstand zu sprechen schien, dafs in Glas, dem dichtesten aller Isolatoren, besagter Unterschied am geringsten waren. Jedenfallls war ich überrascht zu finden, dafs eine bloſse Vergröfserung der Elektroden auch in der Luft diese Unterschiede so wesentlich verwischen kann.

Gleichwohl weicht der neue negative Büschel in Form und Bildung noch immer bedeutend von dem positiven ab, von demjenigen wenigstens, welcher zwischen kleineren Elektroden zu entstehen pflegt. Der Stiel bildet einen dicken, aber wenig scharf begränzten Faden, welcher an der Kugel gleichsam aus einem kleinen negativen Büschel von bekannter Form zu entspringen scheint und sich in ziemlich gerader Richtung nach dem Mittelpunkt der Scheibe erstreckt. Die Aeste sind wenig zahlreich und fehlen zuweilen ganz. Sie beginnen übrigens meistens in der Mitte des Stiels und schmiegen sich verhältnifsmäfsig eng an diesen an. Sie scheinen gleichfalls aus kleinen negativen Büscheln von bekannter Form zu entspringen und endigen in solche, wenn sie die Scheibe nicht erreichen. Eine wiederholte Verästelung ist ein seltener Fall. Stiel sowohl als Aeste sind namentlich in der Nähe der Scheibe und vorzugsweise in denjenigen Linien, welche jene erreichen, mit einer grofsen Zahl dunkler Stellen, welche fast wie Knoten erscheinen und unwillkürlich an die Schichtung in evacuirten Röhren erinnern, bedeckt. Zuweilen bricht auch aus der Mitte der Scheibe ein verkrüppelter positiver Büschel hervor und bildet mit dem negativen eine zusammenhängende Erscheinung. Dies ist vornehmlich der Fall, wenn die Elektroden nicht weit genug von einander entfernt sind. Die Farbe des negativen Büschels

ist in der Nähe der Kugel violett, in der Nähe der Scheibe bläulich; im Uebrigen ist derselbe lichtschwächer, als es der positive unter gleichen Bedingungen ist, was theilweise wohl in der gröfseren Zahl der dunklen Stellen seinen Grund hat.

Auch der positive Büschel d. h. diejenige Lichtbildung, welche entsteht, wenn man die Kugel zur positiven Elektrode macht, bietet unter den gegebenen Verhältnissen eine Erscheinung von überraschender Neuheit dar. Der federkieldicke Stiel, in der Nähe der Kugel gleichfalls violett, theilt sich in wenige, aber womöglich noch dickere Strahlen, welche von bläulicher Farbe und vielfach mit dunklen Stellen bedeckt, und selten von Neuem verzweigt die Scheibe erreichen. Hier ist die Erscheinung also in keinem Falle eine einseitige, auch tritt niemals an der Scheibe selbst eine charakteristisch negative Bildung auf. Auffallend ist auch beim positiven Büschel die scheinbar gröfsere Neigung der Aeste, sich von der Richtung des Hauptstromes zu entfernen.

Wird die kugelförmige Elektrode allmählich verkleinert, während die Scheibe unverändert ihre Gröfse behält, so verschwinden in jedem Falle die dunklen Stellen mehr und mehr, der negative Büschel wird kleiner, während der positive an Gröfse gewinnt; beide Lichtbildungen nehmen überhaupt mehr und mehr die schon bekannten Formen an. Einen wundervollen Anblick aber gewährt der positive Büschel, den man mit einer kleinen Kugel bei gröfstmöglichster Entfernung der Elektroden erhält, weil die vordere Fläche der Scheibe fast in ihrer ganzen Ausdehnung von den zahllosen ziemlich parallel auf dieselbe strömenden Lichtlinien bedeckt zu werden pflegt. Als charakteristisch möchte ich hervorheben, dafs bei Ableitung der Kugel fast niemals und am wenigsten an der Scheibe selbst eine Lichterscheinung entsteht, sowie andererseits bei Anwendung von Leydner Flaschen die Ableitung der Scheibe als negativen Elektrode nicht die Funkenlänge vergröfsert, was wohl zu dem Schlufs berechtigt,

dafs auch bei kleineren Kugeln die Ableitung der negativen Elektrode nur den Zweck hat, die Oberfläche derselben zu vergröfsern.

Eine andere Beobachtung, welche ich bei Anstellung obiger Versuche machte, und welche hier nur beiläufig erwähnt werden soll, bezieht sich auf die Erzeugung von Tönen durch Vibration der sich in schneller Aufeinanderfolge entladenden Elektrodenflächen. Das Experiment gelingt am besten mit der Scheibe und der grofsen Kugel, wenn dieselben einander bis auf 1 bis 5^{mm} Entfernung genähert werden. Der Ton ist bei gleichmäfsiger Rotation ziehmlich constant und leicht von dem Klange der Entladungen selbst zu unterscheiden. Derselbe wird höher und tiefer, je nachdem die Entfernung eine kleinere oder gröfsere ist. Aber die Scheibe (denn nur diese ist tönend) erklingt nicht in jeder beliebigen Entfernung, sondern nur dann, wenn der Ton ihren Dimensionen zu entsprechen scheint, während der Klang der Entladungen selbst sich constant mit der Entfernung ändert. Zwei kleinere Scheiben tönten schwächer, zwei Kugeln überhaupt nicht.

XVII. *Ueber Elektromaschinen mit Ebonitscheiben.*

Bezugnehmend auf den Artikel des Hrn. Dr. L. Bleekrode in d. Ann. Bd. 156, S. 278 erkläre ich hiemit:

Schon seit sehr geraumer Zeit beschäftige ich mich mit der Anfertigung von Elektromaschinen nach Holtz'schem System, bei welchen ich statt der Glasscheiben Scheiben von Hartgummi anwende.

Auf der im Mai d. J. hier eröffneten Provinzial-Gewerbe-Ausstellung waren diese Masehinen in mehreren von mir gefertigten Exemplaren vertreten und erhielten dieselben ihrer in jeder Beziehung unübertroffenen Leistungen wegen den ersten Preis, die grofse silberne Medaille.

Königsberg i. Pr. 8. November 1875.

J. C. Schlösser, Mechaniker.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47

1875. ANNALEN № 12.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLVI.

I. *Ueber die Wärmeleitung der Gase; von A. Winkelmann.*

Erster Theil.

Die Versuche von Narr [1]) und Stefan [2]) über die Wärmeleitung in Gasen, welche fast gleichzeitig angestellt wurden, constatiren einen grofsen Fortschritt in der Untersuchung dieser physikalischen Constanten. Das Princip der verwandten Untersuchungsmethode ist bei beiden Forschern dasselbe, wie bei den Versuchen von Dulong und Petit, — die Erkaltung eines thermometrischen Körpers in einer bestimmten Umgebung. Während sich aber Narr damit begnügte relative Werthe für die Wärmeleitungsfähigkeit der untersuchten Gase zu gewinnen, erlangte Stefan zuerst absolute Werthe, indem er den Wärmewerth des erkaltenden Körpers selbst bestimmte.

Die Schwierigkeiten, welche bei den Versuchen dieser Art einerseits in den durch die Abkühlung der Gase verursachten Strömungen, andrerseits in der Trennung der Leitung von der Strahlung bedingt sind, glauben beide Forscher überwunden zu haben. Eine genauere Betrachtung und Vergleichung der beiderseits erlangten Resultate läfst es aber zweifelhaft erscheinen, ob die zuletzt erwähnte Bedingung, — die Trennung der Leitung von der Strahlung — wirklich erreicht ist.

Narr suchte zu dem Zwecke die Verdünnung des

1) Narr. Diese Annalen Bd. CXLII, S. 123, 1871.
2) Stefan. Berichte der Wiener Akademie, Bd. LXV, S. 45, 1872.

Gases so weit zu treiben, dafs der in demselben erkaltende Körper seine Wärme nur noch durch Strahlung und nicht zugleich durch Leitung abgeben könne. Da die Strahlung nur von dem erkaltenden Körper abhängt und nicht von der das Gas abschliefsenden Hülle, die Leitung hingegen direct mit dem Abstand der Hülle vom erkaltenden Körper variirt, so dafs die Erkaltung um so schneller vor sich geht, je kleiner dieser Abstand ist, so wird, je nach dem Verhältnifs der Gröfse des Abstandes zur Oberfläche des erkaltenden Körpers, in der Erkaltungsgeschwindigkeit der Antheil der Leitung oder der Strahlung vorwiegend seyn. Um nach der Methode von Narr die Strahlung von der Leitung dadurch zu trennen, dafs man letztere ganz eliminirt, wird es daher am vortheilhaftesten seyn, ein derartiges Verhältnifs zwischen den mafsgebenden Gröfsen zu wählen, dafs schon bei normalen Umständen, wo die Leitung vollständig zur Geltung kommt, diese nur einen kleinen Bruchtheil zur ganzen Erkaltungsgeschwindigkeit liefert. Der Fehler, welcher dann in der Annahme, dafs bei möglichster Verdünnung der Gase die Leitung verschwindend klein sey, vielleicht noch liegt, wird jedenfalls nur gering seyn. Narr hat nach dieser Richtung sehr günstige Verhältnisse gewählt; es finden sich aber keine Beweise, dafs bei der Verdünnung, die erreichbar war, die Leitung wirklich als verschwindend zu betrachten sey. Da die Wärmeleitung bis zu einer gewissen Gränze unabhängig vom Druck ist, so kann auch bei der gröfsten Vorsicht und Mühe, welche auf die Evacuation, wie es bei Narr thatsächlich der Fall war, angewandt worden ist, keine Sicherheit gewonnen werden, dafs wirklich die etwa noch vorhandene Wärmeleitung ohne Einfluſs ist. Wie sich ein solcher Beweis nach der Methode von Narr führen läfst, darauf werde ich später zurückkommen.

Wenn aber auch bei den Versuchen Narr's es zweifelhaft bleibt, ob in den verdünnten Räumen die Leitung als verschwindend zu betrachten ist, so lassen sich dieselben doch verwerthen, um nach einer Seite eine Gränze

für die Leitungsfähigkeit der Gase festzustellen. Narr beobachtet nämlich in der Weise, dafs er aus den Resultaten, welche die Summe der Leitung und Strahlung enthalten, mittelst der erwähnten Versuche die Gröfse der Leitung allein ableitete.

Nimmt man als diese Summe für ein bestimmtes Gas

$$a_1 + b$$

an, wo b den Antheil der Strahlung bedeutet, den Narr für alle Gase als gleich betrachtet, für ein zweites Gas

$$a_2 + b,$$

so können die Werthe a_1 und a_2, welche sich aus den Versuchen Narr's ergeben, wohl zu klein, aber nicht zu grofs seyn.

Wenn dann

$$a_1 + b < a_2 + b,$$

so wird das Verhältnifs der Leitungsfähigkeiten $\frac{a_2}{a_1}$ sich um so gröfser ergeben, je gröfser b ist. Da nun die Versuche Narr's für b einen zu kleinen Werth nicht liefern können, so wird das Verhältnifs $\frac{a_2}{a_1}$ nur zu grofs seyn können, so dafs es eine obere Gränze bildet. Nimmt man daher für die Wärmeleitungsfähigkeit des Gases, welches den kleinsten Werth liefert, die Einheit an, so werden die Zahlen, welche für die Leitungsfähigkeiten der übrigen Gase sich ergeben, vielleicht zu grofse aber jedenfalls nicht zu kleine Werthe darstellen. Es bleibt indefs dieser Schlufs in seiner Allgemeinheit nur bestehen, wenn die Strömungen vollständig vermieden sind. Narr stellte seine Versuche bei einem Drucke von 90^{mm} Quecksilber an und glaubt, dafs bei diesem Drucke die Strömungen die Erkaltungsgeschwindigkeit nur sehr wenig beeinflussen konnten.

In den Versuchen von Stefan, welche sich auf Luft und Wasserstoff beziehen, sind die Dimensionen des erkaltenden Körpers so gewählt, dafs in der Erkaltungsgeschwindigkeit der Antheil, welcher von der Strahlung herrührt, nur sehr gering ist, und nach der Auffassung

Stefan's sogar ganz vernachlässigt werden darf. Einen Beweis für diese Auffassung sieht Stefan in einem Versuche, bei dem der erkaltende Körper, welcher aus polirtem Kupfer bestand, um die Strahlung zu vermehren, mit Tusche bedeckt wurde, während die absorbirende Hülle berufst war. Er erhielt alsdann für die Wärmeleitungsfähigkeit der Luft den Werth

0,0000582,

während derselbe Apparat früher als Mittel aus drei Versuchen

0,0000563

ergeben hatte, und das Mittel seiner sämmtlichen Versuche

0,0000558

war.

Die Vermehrung des Werthes um 3 Proc. in Folge des Berufsens wird nach Stefan nicht nothwendig durch die Strahlung bedingt, sondern kann auch die Folge der durch die Bedeckung der Flächen eingetretenen Verminderung des Abstands seyn. Wenn dies auch als möglich zugegeben werden mufs, so scheint mir in dem Versuche doch kein sicherer Beweis zu liegen, dafs die Strahlung zu vernachlässigen ist; es würde dies erst dann der Fall seyn, wenn der Nachweis geliefert wäre, dafs eine polirte und mit Tusche bedeckte Oberfläche *unter den vorhandenen Umständen* ein sehr verschiedenes Ausstrahlungsvermögen besitzen. Es ist aber dieser Nachweis für die Strahlung, die bei einer Temperaturdifferenz von 15° vor sich geht, bisher nicht geführt, und es mufs doch bedenklich erscheinen, die Resultate, welche für Rufs- und Metallflächen in viel höheren Temperaturen gefunden wurden, auf soweit von den Versuchen abliegende Verhältnisse zu übertragen. Unterstützt wird diese Auffassung durch die späteren Versuche von Lehnebach[1]), welcher das Emissionsvermögen schwarzer Körper bestimmt, und bei dessen Versuchen das ganze Erkaltungssystem aus

1) Lehnebach. Diese Annal. Bd. 151, S. 96, 1874.

Glas bestand. Die Versuche ergaben, dafs bei einer Temperaturdifferenz von 100° es für die Gröfse der Strahlung gleichgültig ist, ob die Glaswände geschwärzt waren oder nicht, ein Resultat, welches nach den frühern Untersuchungen jedenfalls nicht zu vermuthen war. Eine fernere Stütze findet sich in den Versuchen von H. Weber[1]), welcher gezeigt hat, dafs das äufsere Wärmeleitungsvermögen von Eisen nur wenig geändert wird, wenn das Metall mit einer Rufsschicht bedeckt wird. Nach diesen Versuchen von Lehnebach und H. Weber wird es daher unsicher, ob die Schlufsfolge Stefan's berechtigt ist, dafs bei seinen Versuchen die Strahlung als verschwindend zu betrachten sey.

Vergleicht man endlich die Resultate für Wasserstoff und Luft, welche Narr gefunden hat, mit denen von Stefan, so ergiebt sich eine beträchtliche Differenz. Narr findet für Wasserstoff 5,51, wenn Luft gleich 1 gesetzt wird, während Stefan für Wasserstoff einen 7 Mal gröfsern Werth als für Luft findet. Wie vorhin hervorgehoben wurde, kann der Werth von Narr, unter der Voraussetzung, dafs die Strömung keinen Einfluſs ausübte, wohl zu grofs aber nicht zu klein seyn. Da Stefan gezeigt hat, dafs bei seinen Apparaten selbst bei Atmosphärendruck die Strömung der Gase keine Bedeutung hat, so ist man geneigt, die Ansicht Narr's zu theilen, dafs auch bei seinen Versuchen, wo der Druck nur $\frac{1}{8}$ Atmosphäre betrug, die Strömung nur sehr wenig die Resultate beeinflussen konnte; es läfst sich dann aber der Unterschied in den Versuchsreihen nicht erklären.

Die hier sich ergebenden Fragen, in wie weit die Strömung und die Strahlung auf die Abkühlungsgeschwindigkeit einwirken, zu entscheiden, war der nächste Zweck der vorliegenden Arbeit, welche den vergangenen Winter mich beschäftigt hat. Weiter war es wünschenswerth, die Untersuchung der Wärmeleitung auf mehrere Gase auszudehnen, um eine weitere Vergleichung mit dem von der

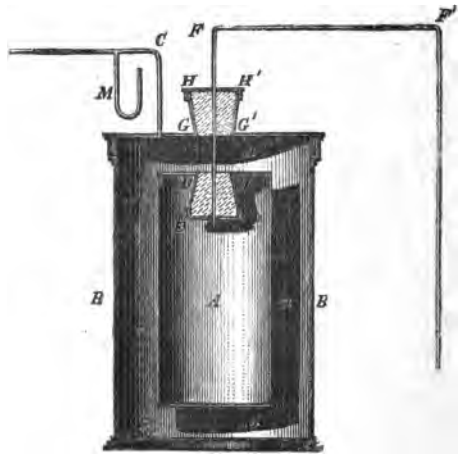
1) H. Weber. Diese Annal. Bd. 146, S. 257, 1872.

Theorie geforderten Werthe zu ermöglichen, und endlich die Abhängigkeit der Wärmeleitung der Gase von der Temperatur zu bestimmen, welche nach den Untersuchungen von O. E. Meyer über die Reibungscoëfficienten der Gase weder der ältern noch der neuern Theorie zu entsprechen scheint. Die letzte Untersuchung werde ich in dem zweiten Theile dieser Arbeit mittheilen.

§ 1.

Die Apparate, welche zu den Versuchen benutzt wurden, waren ganz ähnlicher Einrichtung, wie die von Stefan benutzten; nur war die Verschlufsvorrichtung anders hergestellt und ein besonderes Manometer zur Messung des Druckes angebracht.

Figur 1.



Der Apparat (Fig. 1) besteht aus einem inneren Cylinder *A* von Messing, welcher als Luftthermometer dient. Derselbe wird von einem Cylinder *B* so umgeben, dafs die Wandungen dieses Cylinders gleich weit (um *a*) von dem innern Cylinder abstehen. Der obere Deckel des Cylinders *B* trägt eine capillare Metallröhre *C*, angelöthet, mit welcher ein kleines Quecksilbermanometer *M* verbun-

den ist. Die Röhre *C* dient zugleich dazu, um den Raum zwischen den beiden Cylindern mit verschiedenen Gasen zu füllen. Der obere Deckel des Cylinders *A* kann abgeschraubt werden und trägt eine conische Hülse *DD'*, in der ein Kautschukpfropfen liegt mit einer Durchbohrung zur Aufnahme der Glasröhre *F*. Um in dieser Weise einen guten Verschluſs zu erzielen, ist die Hülse *DD'* mit einer Ueberwurfsschraube *EE'* umgeben, welche auf den Pfropfen einen sehr starken Druck ausübt, so daſs alle Theile fest anliegen. Ebenso trägt der obere Deckel des äuſsern Cylinders *B*, welcher auch abgeschraubt werden kann, einen conischen Aufsatz *GG'* mit einer Schraube *HH'*, um in derselben Weise das Glasrohr *F* mit diesem Deckel zu verbinden. Ist bei dieser Anordnung in dem Raume zwischen den beiden Cylindern ein geringerer Druck, als im innern Cylinder und auf der äuſsern Oberfläche des Apparates, so dient dieser Ueberdruck dazu, in demselben Sinne auf die Pfropfen zu wirken, als die Ueberwurfsschrauben. Die Röhre *C* wurde durch eine Glasröhre mit der Quecksilberluftpumpe verbunden, und nach stattgehabter Füllung wurde die Glasröhre abgeschmolzen.

Bei den Versuchen wird der Apparat, welcher Zimmertemperatur hat, in eine Mischung von Wasser und fein zertheiltem Eis eingesenkt; durch die allmälige Abkühlung des innern Cylinders wird der Druck der Luft in demselben vermindert und dadurch ein Steigen des Quecksilbers in die Röhre *F*, welche, zugleich mit dem Einsenken des Apparates in die Eismischung, in Quecksilber eintauchte, bewirkt.

Durch die Beobachtung der Steighöhen zugleich mit der Zeit, in welcher dieselben erreicht werden, läſst sich die Erkaltungsgeschwindigkeit des innern Cylinders berechnen. Ist in der Zeit t die Quecksilbersäule um p^{mm} gestiegen und ist am Schlusse des Versuches, wenn der innere Cylinder die Temperatur 0° hat, die Steighöhe $p_1{}^{mm}$, so ist die Abkühlungsgeschwindigkeit [1]):

1) Siehe diese Annal. Bd. CLIII, S. 484.

$$v = \frac{l_{nat}\, p_1 - l_{nat}\,(p_1 - p)}{t}.$$

Diese Gleichung ist unter der Voraussetzung abgeleitet, daſs das Volumen der abgeschlossenen Luft constant bleibt, und die Temperaturänderungen, welche die Glasröhre erfährt, ohne Einfluſs sind. Um beides zu erreichen, wurden dickwandige Glasröhren gewählt, deren lichter Durchmesser nur 1,5 bis 2^{mm} betrug; auſserdem war in die Glasröhre vor der Oeffnung im innern Cylinder bis über die zweite Biegung bei F_1 ein fester Glasstab gelegt, welcher das Volumen dieses Röhrentheiles so weit verminderte, daſs die eintretenden Temperaturänderungen desselben ohne jeden Einfluſs sind.

§ 2.

Meine Absicht ging zunächst dahin, nach der Versuchsmethode von Narr durch möglichste Verdünnung des Gases in dem Zwischraum der beiden Cylinder die Leitung vollständig zu eliminiren und nur die Gröſse der Strahlung zu bestimmen. Sollte dies möglich seyn, so muſste es sich als gleichgültig für die Erkaltungsgeschwindigkeit herausstellen, von welchem Gase aus man das Vacuum herstellte; so muſsten besonders Luft und Wasserstoff, welche eine sehr verschiedene Leitungsfähigkeit besitzen, bei möglichster Verdünnung dieselben Werthe liefern.

Nachdem die Luftpumpe vollständig gereinigt und zwei dazu bestimmte Röhrentheile der Pumpe mit neuer trockner Phosphorsäure gefüllt waren, wurden noch vor der Pumpe zwei Röhren von 40 Ctm. Länge gelegt, und ebenfalls mit Phosphorsäure gefüllt, um hierdurch die Gase vor ihrem Eintritt in die Pumpe zu trocknen. Da sowohl die Pumpe als auch der Apparat ein Manometer besaſsen, konnte der Druck doppelt bestimmt werden. Es zeigte sich nun, daſs, wenn der Druck im Manometer der Pumpe so klein war, daſs eine Differenz der Quecksilbersäulen nicht mehr zu constatiren war, dies nicht auch bei dem

Manometer des Apparates der Fall war. Man konnte den Grund hiervon darin sehen, daſs der Apparat nicht ganz dicht hielt und daher das Manometer, welches der undichten Stelle am nächsten lag, gegenüber dem weiter entfernten Manometer eine kleine Druckdifferenz zeigte. Es wäre dann aber die nothwendige Folge gewesen, daſs nach einiger Zeit auch das zweite Manometer eine Druckdifferenz anzeigte; dies war jedoch nicht der Fall und dabei dauerte die Druckdifferenz im Manometer des Apparates fort. Erst nach längerer Zeit verschwand auch diese Druckdifferenz, so daſs beide Manometer eine solche nicht mehr erkennen lieſsen. Diese eigenthümliche Erscheinung hatte ihre Ursache darin, daſs auf das eine Manometer Wasserdämpfe, die der Luft beigemischt waren, nachwirkten, während dieselben das andere Manometer, da sie durch die Phosphorröhren der Pumpe von demselben getrennt waren, nicht beeinflussen konnten. Die Röhrentheile, welche die Phosphorsäure enthielten, lieſsen aber noch einen freien Canal von mehr als 1 Quadratcentimeter Querschnitt, und daher erschien es sehr auffallend, daſs die Phosphorsäure dazu dienen konnte, eine Scheidewand zwischen zwei Drucken zu bilden, deren Differenz bis zu 3^{mm} betrug. Es ergiebt sich aus dieser Beobachtung, daſs nicht nothwendig in einem Röhrensysteme, welches an einer Stelle Phosphorsäure enthält, überall der gleiche Druck herrscht. Nachdem mehrfach trockene Luft in den Apparat eingeführt war und derselbe unter starkem Erhitzen wieder entleert war, zeigte sich, daſs beide Manometer ganz gleichmäſsig folgten. Der Apparat blieb dann über Nacht in Verbindung mit der Pumpe und es lieſs sich auch am andern Morgen keine Druckdifferenz wahrnehmen. Um aber sicher die letzten Spuren von Luft und Wasserdämpfen zu entfernen, wiederholte ich dieselben Operationen nochmals an drei folgenden Tagen, alsdann machte ich den Versuch und erhielt für die Abkühlungsgeschwindigkeit hinreichend gut übereinstimmende Resultate. Da die Abkühlung sehr langsam vorschritt

und man zur Berechnung mit Sicherheit den letzten Stand der Queksilbersäule, wenn der innere Cylinder die Temperatur 0° angenommen hatte, kennen mufste, so nahmen die Versuche sehr viel Zeit in Anspruch, so dafs täglich nur ein Versuch gemacht werden konnte. Bei dem zweiten Versuche mit demselben Apparat, welcher keine Aenderung erfahren hatte und in seinem Manometer denselben Stand anzeigte, ergaben sich wieder gut übereinstimmende Resultate, die aber beträchtlich gröfser waren, als die Werthe des ersten Versuches. Es lag hierin der Beweis, dafs der Apparat, obwohl eine Druckdifferenz des Manometers nicht sichtbar war, doch nicht vollkommen dicht gehalten hatte. Ich wiederholte dieselben Versuche mit neuen Apparaten, aber niemals erhielt ich dieselben Werthe in zwei aufeinder folgenden Versuchen, so dafs ich schliefslich die Ueberzeugung erlangte, dafs die Verschlüsse, wenn sie auch hinreichten, eine Druckdifferenz nicht eintreten zu lassen, doch nicht genügten, um das Vacuum so weit zu bewahren, dafs keine Leitung eintritt. Daraus ergiebt sich dann auch, dafs die unmittelbar nach dem Auspumpen gemachten Versuche nicht maafsgebend waren, da auch während des Pumpens jedenfalls ganz minimale Mengen eintreten. Die Versuchszahlen, die unter einander ebenfalls Schwankungen zeigen, bestätigen das. Wie gering die Undichtigkeit seyn kann, um die erwähnten Versuche unmöglich zu machen, beweist die Thatsache, dafs ein Apparat, welcher in der gewohnten Weise behandelt war und nicht die geringste Druckdifferenz zeigte, selbst nach Verlauf von 7 Tagen eine solche noch nicht erkennen liefs; erst die Untersuchung der Wärmeleitung zeigte, dafs der Apparat seinen frühern Zustand nicht behalten hatte. Es ergiebt sich somit, dafs in der erwähnten von mir versuchten Art die Aufgabe nicht zu lösen ist und glaube ich, dafs sich nur dann ein Erfolg erwarten läfst, wenn der ganze Apparat aus Glas besteht.

§ 3.

Die Gröfse der Strahlung läfst sich indefs noch in anderer Weise bestimmen, indem man den Satz zu Hülfe nimmt, dafs die Gröfse der Strahlung nur von dem strahlenden Körper abhängt und nicht von der Entfernung der ihn umgebenden Hülle. Beobachtet man daher die Abkühlungsgeschwindigkeit desselben innern Cylinders in zwei verschiedenen äufsern Cylindern, so läfst sich die Gröfse der Strahlung durch Combination beider Beobachtungen eliminiren. In welcher Weise die Rechnung durchzuführen ist, zeigt folgende Betrachtung.

Der Radius des innern Cylinders sey r, jener des äufsern Cylinders R, die Höhe des innern Cylinders sey h, alsdann ist die Höhe des äufsern Cylinders

$$H = h + 2(R - r).$$

Nimmt man zunächst an, der innere Cylinder habe die constante Temperatur τ^0 und der äufsere Cylinder die constante Temperatur 0^0, so ist die Wärmemenge, welche in Folge der Leitung während der Zeiteinheit durch eine Cylinderfläche geht, die man sich parallel den Cylindern durch den Zwischenraum gelegt denkt, constant.

Ist der Radius dieser Cylinderfläche ϱ, so ist die Höhe

$$[h + 2(\varrho - r)]$$

und die genannte Wärmemenge w ist, wenn man voraussetzt, dafs die Temperatur der Cylinderfläche ϑ sey,

$$w = -k\left\{(h + 2(\varrho - r))\ 2\varrho\pi + 2\varrho^2\pi\right\}\frac{d\vartheta}{dr}.$$

Integrirt man diese Gleichung und setzt für ϱ als Gränzen r und R, und dem entsprechend für ϑ die Werthe τ und o, so erhält man:

$$w = \frac{k \cdot 2\pi(h - 2r)\tau}{l\ \frac{R(r+h)}{r(3R+h-2r)}}.$$

Die Gröfse der Strahlung während der Zeiteinheit ist

proportional der Temperaturdifferenz des innern und äufsern Cylinders, daher

$$s = c \,.\, \tau.$$

Betrachtet man nun während der Zeit dt die Temperaturdifferenz als constant und setzt voraus, dafs während dieser Zeit der innere Cylinder die Wärmemenge

$$-P \,.\, C \,.\, d\tau$$

abgiebt, wo P das Gewicht und C die specifische Wärme des innern Cylinders bezeichnet, so erhält man die Gleichung

$$-P \,.\, C \,.\, d\tau = \left\{ \frac{k \,.\, 2\pi\,(h-2r)}{l_{nat}\,\frac{R\,(r+h)}{r\,(3R+h-2r)}} + c \right\} \tau\, dt.$$

Integrirt man diese Gleichung, indem man die Annahme macht, dafs der Zeit $t = o$ die Temperatur t_0 entspreche und der Zeit $t = t_1$ die Temperatur τ_1, so erhält man

$$\frac{PC}{2\pi}\,\frac{l_{nat}\,\tau_0 - l_{nat}\,\tau_1}{t_1} = k\,\frac{h-2r}{l_{nat}\,\frac{R\,(r+h)}{r\,(3R+h-2r)}} + \frac{c}{2\pi} \qquad \text{(I)}.$$

Es ist nun

$$\frac{l_{nat}\,\tau_0 - l_{nat}\,\tau_1}{t_1} = v,$$

wo v die schon in § 1 erwähnte und durch die Drucke der Luft des innern Cylinders bestimmte Abkühlungsgeschwindigkeit bedeutet.

Hat man daher zwei Apparate, die nach einander denselben innern Cylinder erhalten, und bezeichnet man den Radius und die Höhe dieses Cylinders, wie oben, mit r resp. h, den Radius des äufsern Cylinders beim ersten Apparat mit R_1, beim zweiten Apparat mit R_2, und dem entsprechend die Abkühlungsgeschwindigkeit mit v_1 und v_2, so erhält man aus den beiden Gleichungen, welche man analog der Gleichung I bildet, nach Eliminirung von c folgende Gleichung zur Bestimmung von k:

$$\frac{PC\,(v_1 - v)}{2\pi\,(h-2r)}\,k = \left\{ \frac{1}{l_{nat}\,\frac{R_1\,(r+h)}{r\,(3R_1+h-2r)}} - \frac{1}{l_{nat}\,\frac{R_2\,(r+h)}{r\,(3R_2+h-2r)}} \right\} \qquad \text{(II)}.$$

§ 4.

Die Apparate, die ich bei der Untersuchung anwandte, haben folgende Dimensionen; die Bezeichnung ist dieselbe, wie in den Formeln.

Apparat I.	Apparat II.
$r_1 =$ 1,8327 Cm.	$r_2 = r_1$
$h_1 =$ 10,043 Cm.	$h_2 = h_1$
$R_1 =$ 2,1467 Cm.	$R_2 =$ 3,3947
$P_1 =$ 267,31 Gr.	$P_2 = P_1$

Apparat III.	Apparat IV.
$r_3 =$ 1,384	$r_4 = r_3$
$h_3 =$ 9,057	$h_4 = h_3$
$R_3 =$ 2,155	$R_4 =$ 3,403
$P_3 =$ 182,85	$P_4 = P_3$

Apparat V.

$r_5 =$ 1,8282
$h_5 =$ 9,996
$R_5 =$ 2,155
$P_5 =$ 105,739

Die erste Aufgabe war, den Einfluſs der Strömungen auf die verschiedenen Apparate festzustellen. Es wurden zu dem Zwecke die Apparate mit Luft unter verschiedenen Drucken gefüllt und dann die Abkühlungsgeschwindigkeit beobachtet.

Die folgenden Tabellen enthalten die Beobachtungen für Luft. Die erste Reihe stellt in Millimetern die Steighöhe dar, welche die Quecksilbersäule, die die Luft des innern Cylinders abschloſs, erlangte, die zweite Reihe in Secunden die Zeiten, in denen diese Höhe erreicht wurde, die dritte Reihe giebt das Produkt $v \log e$, herechnet nach der Formel des § 1.

$$v \log e = \frac{\log p_1 - \log (p_1 - p)}{t}.$$

Luft.

Apparat I.

Druck 744,8mm

Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	56,5	0,000513
4	117	511
6	180	511
8	252	512
10	330	510
12	413	512
14	510	509
16	616	509
18	735	511
31,1	∞	

Druck 744,3mm

2	52,5	0,000509
4	108	509
6	168	509
8	231	511
10	302	508
12	376	510
14	458	511
16	552	509
18	654	509
20	775	507
33,6	∞	

Druck 756,1mm

4	107	0,000508
6	166	508
8	228	507
10	298	507
12	370	511
14	454	508
16	546	506
18	648	505
34,0	∞	

Mittel 0,000509

Druck 138mm

Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	40	0,000500
4	82	500
6	126	500
8	173	499
10	222	499
12	272	503
14	327	503
16	386	502
18	450	502
20	517	503
22	592	502
24	672	502
26	763	501
28	862	502
30	976	501
32	1105	501
44,4	∞	

Mittel 0,000501

Druck 3mm

Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
6	169	0,000477
8	233	477
10	302	477
12	375	479
14	456	479
16	545	479
18	644	479
20	752	481
35,4	∞	

Druck 2,78mm

2	61	0,000480
4	127	479
6	198	478
8	276	477
10	360	478
12	453	477
14	555	477
16	670	479
18	803	480
30,6	∞	

Druck 2,78mm

2	44	0,000482
4	89	486
6	138	481
8	189	482
10	243	482
12	299	484
14	361	483
16	425	485
18	494	486
20	574	484
22	659	480
24	759	478
26	866	479
28	979	
42,3		

Mittel 0,000480

Apparat II.

Druck 747,9mm			Druck 49,6mm			Druck 5mm		
Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	75	0,000241	2	116	0,000155	2	134	0,000156
4	153	242	4	232	158	4	277	154
6	237	240	6	360	157	6	426	154
8	324	236	8	491	156	8	587	153
10	416	238	10	624	156	10	744	155
12	517	236	12	772	157	12	911	156
14	622	235	14	929	156	14	1092	157
16	733	234	16	1080	158	16	1306	155
18	858	232	18	1250	158	42,8	∞	
20	924	229	20	1426	158		Mittel	0,000155
49	∞		22	1625	158			
Druck 754,6mm			49,3	∞				
2	75	0,000240	Druck 49,6mm					
4	154	239	2	150	0,000154			
6	231	242	4	310	153			
8	317	242	6	477	154			
10	409	241	8	657	153			
12	507	239	10	854	152			
14	611	238	12	1040	155			
16	723	236	14	1255	155			
49,2	∞		38,6	∞				
	Mittel	0,000239		Mittel	0,000155			

Apparat III.

Druck 750,0mm

Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	79	0,000276
4	160	280
6	245	282
8	336	282
10	433	282
12	539	281
14	653	279
16	774	278
40,8	∞	

Druck 746,2mm

2	82	0,000277
4	167	281
6	259	280
8	353	282
10	459	280
12	571	279
39	∞	

Druck 747,00mm

2	75	0,000274
4	156	270
6	238	271
8	327	271
10	423	270
12	520	271
14	624	271
16	737	272
18	865	270
20	993	271
22	1131	271
24	1293	272
43,3	∞	
	Mittel	0,000277

Druck 43,3mm

Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	97	0,000263
4	200	263
6	311	262
8	430	262
10	559	261
12	694	262
14	842	263
16	1010	262
18	1201	261
35	∞	

Druck 43,3mm

2	84	0,000260
4	171	262
6	264	262
8	365	260
10	469	260
12	580	261
14	698	262
16	830	260
18	973	260
20	1130	259
22	1300	259
24	1490	258
40,8	∞	
	Mittel	0,000260

Druck 13,1mm

Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	77	0,000262
4	159	260
6	246	259
8	330	264
10	431	259
12	530	261
14	641	259
16	752	261
18	885	258
20	1015	258
22	1164	258
44	∞	
	Mittel	0,000260

Druck 1mm

2	88	0,000258
4	178	262
6	277	260
8	385	257
10	496	258
12	613	259
14	742	258
16	881	258
18	1031	259
39,2	∞	
	Mittel	0,000259

Apparat IV.

Druck 731,6mm			Druck 4mm		
Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	110	0,000253	2	108	0,000160
4	224	256	4	215	163
6	357	251	6	326	162
8	493	255	8	451	163
10	644	251	10	517	163
12	819	247	12	714	163
14	1010	245	14	863	162
32,2	∞		16	1014	160
			18	1179	160
Druck 737,0mm			20	1345	159
2	107	0,000253	51,4	∞	
4	218	256		Mittel	0,000161
6	340	255			
8	475	253			
10	620	251			
12	782	250			
14	963	249			
16	1184	242			
33,1	∞				

Aus den mitgetheilten Zahlen für $v \cdot \log e$ geht hervor, dafs die Abkühlungsgeschwindigkeit bei den verschiedenen Apparaten in verschiedener Weise durch die Strömungen beeinflufst wird. Für den Apparat I wurde bei Atmosphärendruck der Werth 0,000509 gefunden und bei einem Drucke von 3mm 0,000480, so dafs also bei Atmosphärendruck die Abkühlungsgeschwindigkeit um 5,7 Proc. durch die Strömung vergröfsert wird; für den Apparat III beträgt die Zunahme 6,5 Proc., für die beiden andern Apparate aber über 30 Proc. Es ergiebt sich aus diesen Zahlen das Resultat, — wie sich auch direct vermuthen

liefs, — dafs der Einflufs der Strömung bei zwei Apparaten, die denselben inneren Cylinder besitzen, um so gröfser ist, je gröfser der äufsere Cylinder ist.

Die Zahlen zeigen weiter, dafs innerhalb gewisser Druckgränzen durch die Strömung kein Einflufs auf die Abkühlung ausgeübt wird. Bei dem Apparat II wurde für die Drucke 49,6^{mm} und 5^{mm} dieselbe Abkühlungsgeschwindigkeit — 0,000155 — erhalten, und bei dem Apparat III wurde für den Druck 43,3^{mm} und 13,1^{mm} die Zahl 0,000260, für den Druck 1^{mm} die Zahl 0,000259 erhalten. Aus der Uebereinstimmung dieser Zahlen geht hervor, dafs bei den angegebenen Drucken die Strömung nur mehr einen verschwindenden Einflufs ausgeübt hat, da andern Falles keine Unabhängigkeit der Werthe von den Drucken hätte stattfinden dürfen, und dafs auch bei den Apparaten I und IV bei den geringen Drucken von 3^{mm} resp. 4^{mm} die Strömung des Gases auf die Abkühlung nicht eingewirkt hat. Es liegt in den Werthen aber der weitere Beweis, *dafs bis zu einem Druck von* 1^{mm} *die Wärmeleitung vom Druck unabhängig ist*[1]). Eine allgemeine Bestimmung der Drucke, innerhalb derer die Strömung bei beliebig gewählten Dimensionen keinen Einflufs auf die Abkühlungsgeschwindigkeit mehr ausübt, läfst sich aus den Versuchen selbstverständlich nicht ableiten.

Berechnet man mittels der Gleichung II des § 3 die Wärmeleitungsfähigkeit k für Luft, indem man die Werthe combinirt, welche die beiden ersten Apparate, die denselben innern Cylinder haben, liefern, nämlich

$$v_1 \log e = 0{,}000480$$
$$v_2 \log e = 0{,}000156$$

so erhält man

$$k = 0{,}0000528.$$

Für die Apparate III und IV, die auch beide denselben inneren Cylinder haben, erhält man in derselben Weise mittels der Werthe

1) Stefan hatte bereits bewiesen, dafs bis zu einem Druck von 428^{mm} diese Unabhängigkeit besteht.

$v_3 \log e = 0{,}000260$
$v_4 \log e = 0{,}000161$

den Werth $k = 0{,}0000528$.

Die beiden Werthe für k stimmen sehr nahe überein; indessen hat diese Uebereinstimmung doch nicht die Bedeutung, welche man derselben zuerst beizulegen geneigt ist. In die Berechnung von k geht nämlich die Differenz der Abkühlungsgeschwindigkeiten ein, die für beide Apparate gefunden wurden; setzt man nun einen Fehler von 1 Proc. in der Bestimmung von v_3 voraus, so ergiebt dies einen Fehler von 2,6 Proc. in dem zuletzt bestimmten Werthe von k. Für die Bestimmung des Werthes k ist die Combination der Apparate I und II viel günstiger; nimmt man in v_1 und v_2 einen Fehler von je 1 Proc. in der Art an, dafs beide in gleichem Sinne wirken, so wird der Fehler in k nur 1,7 Proc.

Man könnte weiter zur Vergleichung der beiden Werthe auch die Strahlungsconstante c berechnen, und indem man voraussetzt, dafs die Strahlung proportional der Oberfläche des innern Cylinders sey, würde sich die Strahlungsconstante pro Flächeneinheit berechnen lassen. Da die Strahlung in der ersten Combination nur einen sehr geringen Antheil an der Abkühlungsgeschwindigkeit hat, so wird eine derartige Berechnung in keiner Weise einen Maafsstab für die Genauigkeit der Versuche abgeben können. Der Beweis hiervon liegt darin, dafs bei Annahme eines Fehlers von nur 1 Proc. in v_1, und eines entsprechenden Fehlers in v_2, so dafs $v_1 - v_2$ nicht geändert wird, hierdurch die Strahlungsconstante eine Aenderung von 20 Proc. erfährt.

Um die Werthe von k zu bestimmen, die sich ergeben ohne Berücksichtigung der Strahlung, hat man nur aus Gleichung I § 3 k zu bestimmen, indem man $c = 0$ setzt.

Man erhält in dieser Weise für

den	Apparat I	0,0000561
„	„ II	0,0000628
„	„ III	0,0000625
„	„ IV	0,0000722.

Wie man sieht, ist für den Apparat I die Strahlung am geringsten, wie es nach den Dimensionen auch zu erwarten stand; sie beträgt fast 6 Proc. des ganzen Werthes.

§ 5.

In den vorhin mitgetheilten Zahlen für die Abkühlungsgeschwindigkeit der verschiedenen Apparate ist der Apparat V nicht angeführt. Derselbe war zu dem besondern Zwecke bestimmt, die Frage zu entscheiden, ob die Abkühlungsgeschwindigkeiten zweier Apparate, die möglichst gleich gearbeitet sind und sich nur in dem Gewichte der innern Cylinder unterscheiden, einfach umgekehrt proportional diesen Gewichten sich verhalten oder nicht. Es wird dieses der Fall seyn, wenn man annehmen darf, dafs die Luft, welche im innern Cylinder durch ihre Einwirkung auf die druckmessende Qnecksilbersäule die Temperatur angiebt, während der allmähligen Abkühlung des innern Cylinders mit diesem *momentan* dieselbe Temperatur annimmt. Im strengen Sinne kann dies nicht eintreten, da jedenfalls eine gewisse, wenn auch sehr kleine Zeit erfordert wird, damit die Luft durch Strömungen — diese allein kommen hier besonders in Betracht — sich eine gleichmäfsige Temperatur erworben hat. Da nun fortwährend die Abkühlung des innern Cylinders vorschreitet, so wird die Luft immer ein wenig in ihrer Temperatur zurückbleiben, und zwar um so mehr, je schneller die Abkühlung vor sich geht. Die Einwirkung auf die Abkühlungsgeschwindigkeit ergiebt sich aus der Formel des § 1

$$v = \frac{l_{nat}\, p_1 - l_{nat}\,(p_1 - p)}{t}.$$

Wenn in der Zeit t die Quecksilbersäule um p^{mm} gestiegen ist und am Schlusse des Versuches, wo die Luft die dem innern Cylinder gleiche Temperatur 0^0 hat, um $p_1{}^{mm}$, so liefert in vorstehender Formel v die Abkühlungsgeschwindigkeit. Tritt nun der vorausgesetzte Fall ein, so ist die Steighöhe p für die Temperatur des innern Cylinders nach der Zeit t zu klein, während p_1 nicht alterirt

wird; es folgt also, dafs sich unter dieser Voraussetzung v zu klein berechnet. Wenn daher ein merklicher Einfluſs durch die nicht momentane Uebereinstimmung der Temperatur der Luft und des innern Cylinders in der That vorhanden ist, so wird dieselbe bewirken, dafs die Abkühlungsgeschwindigkeit verhältnifsmäfsig klein ausfällt, wenn diese selbst grofs ist.

Die Werthe, welche für den Apparat V erhalten wurden waren folgende:

Luft:

Apparat V.

Druck 3,8mm			Druck 4,3mm		
Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	18	0,00113	2	19	0,00114
4	36	116	4	39	114
6	56	115	6	59	116
8	75	116	8	80,5	116
10	98	115	10	105,5	115
12	123	113	12	132	114
14	149	113	14	160	113
16	176	113	16	189,5	113
18	205	112	41,1	∞	
43,6	∞			Mittel	0,00114
	Mittel	0,00114			

Berechnet man mittels dieser Werthe die Wärmeleitungsfähigkeit, indem man die Strahlung nicht berücksichtigt, so erhält man

$$k = 0{,}0000548.$$

Der Apparat V stimmt in seinen Dimensionen fast genau mit dem Apparat I überein, und es unterscheiden sich dieselben nur in den Gewichten der innern Cylinder. Das Verhältnifs dieser Gewichte ist nach den Angaben des § 4 derartig, dafs der Cylinder des Apparat I etwa 2,5 Mal schwerer ist, als jener des Apparat V. Nimmt man daher an, dafs die Strahlung in beiden Apparaten

dieselbe Wirkung ausübte, so ist der eben gefundene Werth 0,0000548 mit dem Werthe 0,0000561, welcher für den Apparat I ohne Berücksichtigung der Strahlung gefunden war, vergleichbar. Man sieht, dafs derselbe den vorigen Bemerkungen gemäfs um 2 Proc. kleiner ist; ob aber diese 2 Proc. lediglich Folge der gedachten Verhältnisse sind, wage ich nicht zu entscheiden; es würde hierzu nothwendig seyn, die Abkühlungsgeschwindigkeit bei gleich bleibender äufserer Form der Apparate noch mehr zu variiren. Jedenfalls ergiebt die Untersuchung, dafs die für die vier ersten Apparate gewonnenen Werthe durch die nicht genaue Uebereinstimmung der Temperatur der Luft und des innern Cylinders nicht merklich beeinflufst worden sind.

Ich nehme daher für die Wärmeleitungsfähigkeit der Luft bezogen auf *Gramm*, *Sekunde und Centimeter* als Einheiten als definitiven Werth

0,0000525

an, indem ich dem zuerst gefundenen Werthe aus den Apparaten I und II das doppelte Gewicht beilege, als dem zweiten Werthe, welcher sich aus den Apparaten III und IV ergab, und eine Correction von 1,1 Proc. wegen des zu langsamen Ganges der Uhr anbringe.

§ 6.

Nachdem in der angegebenen Weise die Luft untersucht war, reichte es für die übrigen Gase aus, die Untersuchung mit einem Apparate fortzusetzen. Ich wählte hierzu den Apparat I, welcher in seiner Abkühlungsgeschwindigkeit am wenigsten durch die Strahlung beeinflufst war. Setzt man voraus, dafs bei allen Gasen die Strahlung gleich auftritt, so läfst sich aus der beobachteten Abkühlungsgeschwindigkeit mittels des gefundenen Werthes für Luft die Strahlung bestimmen. Wünschenswerth wäre es aber gewesen, auch die übrigen Gase bei verschiedenen Drucken zu untersuchen; ich habe dies indefs nur noch bei dem Wasserstoff durchführen können, da die Jahreszeit schon so weit vorgeschritten war, dafs

der starke Eisverbrauch zu kostspielig wurde; übrigens hoffe ich, diese Lücke bald auszufüllen.

2. Wasserstoff.

Das Gas wurde dargestellt aus Zink und Schwefelsäure durch Zusatz eines Tropfens Platinchlorids.

Druck 755,0mm

Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
4	22	0,00297
8	48	297
12	80	295
16	122	292
28,2	∞	

4	22,5	0,00295
8	48	295
12	81	293
16	124	290
20	181	290
28,5	∞	

Druck 744.1mm

4	18	0,00296
8	28,5	296
12	62	298
16	92	292
20	129	290
34,6	∞	

Druck 750,0mm

4	20,5	0,00296
8	44	299
12	72,5	298
16	116,5	291
20	160	290
30,6	∞	

Mittel 0,00294

Druck 91,9mm

Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
4	20,2	0,00292
8	44	289
12	72	288
16	109	292
31,5		

Druck 4,7mm

4	19	0,00260
8	40	262
12	64,5	262
16	94	261
20	130	257
24	178	253
28	251	251
37,2	∞	

Druck 3,0mm

4	22,5	0,00246
8	48	247
12	78	247
16	116	243
20	163	242
33,5	∞	

Druck 1,92mm

4	28	0,00219
8	60	222
12	100	219
16	151	216
20	222	211
24	324	210
30,3	∞	

Die vorstehenden Werthe, welche bei verschiedenen Drucken für Wasserstoff gefunden worden sind, unterschei-

den sich ganz wesentlich von den analogen Werthen für Luft. Während nämlich die Werthe für Luft innerhalb eines Druckes von 40^{mm} bis 1^{mm} keine Aenderung mehr zeigten, nehmen die Werthe für Wasserstoff immer mehr ab, je kleiner der Druck ist. Es wurde gezeigt, dafs bei Luft die Abnahme der Werthe für die Abkühlung bei vermindertem Druck durch die dabei zugleich eintretende Verminderung der Strömungen bedingt sey, und dafs die Strömung bei einem Druck von 40^{mm} schon so gering sey, dafs eine weitere Druckverminderung keine Differenz in den Abkühlungsgeschwindigkeiten mehr eintreten lasse. Uebersieht man die Werthe, welche der Wasserstoff bei den verschiedenen Drucken lieferte, so erkennt man leicht, dafs die Differenzen in denselben durch die verschiedene Gröfse der Strömungen nicht erklärt werden können. Bei Atmosphärendruck wurde der Werth 0,00294 für die Abkühlungsgeschwindigkeit erhalten, bei einem Druck von 91,9^{mm} der Werth 0,00290, und bei einem Druck von 4,7^{mm} der Werth 0,00258. Während also bei einer Druckverminderung von 750^{mm} auf 91,4^{mm} eine Aenderung von nur 1,4 Proc. in dem Werthe für die Abkühlungsgeschwindigkeit eintritt, wird bei der weitern Druckverminderung auf 4,7^{mm} noch eine Abnahme von 11 Proc. hervorgerufen; diese Abnahme dauert aber fort, wenn der Druck weiter vermindert wird, so dafs bei einem Drucke von 1,92^{mm} der Werth 0,00216 für die Abkühlungsgeschwindigkeit beobachtet wurde. Es sind diese Versuche so angestellt, dafs von dem gröfsern Drucke beginnend bis zu den kleinern Drucke vorgeschritten wurde und dafs dann zum Schlusse noch ein Versuch bei Atmosphärendruck gemacht wurde; da dann derselbe Werth wie früher erhalten wurde, war constatirt, dafs man während der Beobachtungen mit einem unveränderten Gase operirt hatte. In dieser Weise habe ich zwei Mal mit zu verschiedenen Zeiten entwickeltem Wasserstoff die Versuche gemacht und übereinstimmende Werthe erhalten. Wie die fortwährende Abnahme der Werthe für die Abkühlung bei

vermindertem Drucke zu erklären sey, ist durch die bisherigen Versuche nicht zu entscheiden; es würde hierzu eine genauere, weitergehende Untersuchung erforderlich seyn, um zunächst mit Sicherheit zu constatiren, dafs nicht zufällige Umstände die erwähnte Erscheinung hervorgerufen haben.

Eine Vergleichung der Werthe für Luft und Wasserstoff ergiebt, dafs schon bei dem Drucke von 91,9^{mm} die Strömungen beim Wasserstoff als verschwindend zu betrachten sind. Die beiden Werthe, welche für Luft bei Atmosphärendruck und bei dem Druck, wo die Strömungen keinen Einfluſs mehr ausüben, erhalten wurden, unterscheiden sich um drei Einheiten auf der fünften Decimale. Nimmt man daher an, dafs bei Wasserstoff die Strömung in derselben Stärke auftritt, wie bei Luft, so würde man von dem Werth 0,00294, welcher bei Atmosphärendruck gefunden wurde, ausgehend, den Werth 0,00291 erhalten; da bei 91,9^{mm} der Werth 0,00290 gefunden ist, so folgt, dafs schon hier die Strömungen ohne Bedeutung sind; es ist daher dieser letzte Werth später eingeführt.

§ 7.

3. Kohlensäure CO_2.

a. Das Gas wurde durch Chlorwaserstoffsäure aus Marmor entwickelt und zur Absorption des Chlor durch eine Lösung von kohlensaurem Natrium geleitet.

Druck 761,1^{mm}			Druck 749,5^{mm}		
Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	72	0,000334	2	77	0,000328
4	148	335	4	159	328
6	232	330	6	247	327
8	323	327	8	341	326
10	414	330	10	441	327
12	514	330	12	546	329
14	621	331	14	663	329
16	743	338	16	793	329
37,1	∞		18	943	327
			35,4	∞	
	Mittel	0,000331		Mittel	0,000328

b. Das Gas wurde durch Schwefelsäure aus kohlensaurem Natrium entwickelt.

Druck 745,6mm

Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	62	0,000329
4	128	327
6	197	327
8	266	331
10	343	329
12	430	325
14	515	326
16	611	325
18	708	326
20	813	328
22	935	326
24	1064	326
43,6	∞	
	Mittel	0,000327

4. Sumpfgas CH_4.

Das Gas wurde durch Erhitzen von essigsaurem Natron und Natronkalk entwickelt und durch eine Flasche mit Kalilauge geleitet.

Druck 746,4mm			Druck 746,4mm		
Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
4	91	0,000613	2	40	0,000615
6	140	611	4	83	611
8	195	614	6	127	618
10	253	615	8	176	614
12	318	612	10	226	619
14	390	610	12	282	618
16	467	611	14	345	613
18	552	613	16	407	620
20	653	613	18	484	614
22	762	612	20	563	617
33,2	∞		22	655	617
			24	758	618
	Mittel	0,000612	36,3		
				Mittel	0,000616

5. Aethylen C_2H_4.

Das Gas wurde durch Erhitzen von Schwefelsäure und Alkohol entwickelt und durch eine Flasche mit Kalilauge und eine andere mit Schwefelsäure gewaschen.

Druck 745,4mm			Druck 745,4mm		
Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
4	98	0,000412	2	39	0,000414
6	150,5	413	4	80	411
8	204	416	6	121	416
10	264	413	8	165	415
12	328	411	10	213	415
14	393	412	12	261	412
16	464	411	14	311	411
18	538	410	16	363	413
20	620	412	18	417	414
22	711	410	20	481	410
24	807	410	22	545	409
45	∞		24	609	411
Mittel		0,000412	26	682	409
			28	757	410
			30	839	410
			32	929	410
			34	1025	410
			54,8	∞	
			Mittel		0,000412

6. Stickoxyd NO.

Das Gas wird durch Einwirkung von Salpetersäure auf Kupfer dargestellt, dasselbe war vollkommen farblos und daher frei von Untersalpetersäure.

Druck 138mm			Druck 138mm		
Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	46	0,000439	2	45	0,000443
4	92	450	4	93	439
6	141	451	6	142	442
8	193	452	8	194	442
12	308	449	10	251	439
14	371	448	12	307	443
16	438	448	14	372	440
18	517	442	16	439	439
20	600	439	18	510	440
22	681	442	20	589	439
24	775	442	22	670	440
26	881	441	24	768	439
44	∞		45,2	∞	
Mittel		0,000444	Mittel		0,000440

7. Sauerstoff.

Das Gas wurde aus chlorsaurem Kali und Braunstein entwickelt und durch eine Lösung von kohlensaurem Natron, Kalilauge und Kalkmilch gewaschen.

Druck 138mm			Druck 138mm		
Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	48,5	0,000532	2	50	0,000533
4	100	530	4	104	529
6	154	533	6	161	531
8	211	530	8	224	527
10	276	533	10	288	532
12	345	532	12	364	527
14	419	533	14	444	527
16	506	528	33,6	∞	
18	594	532		Mittel	0,0005
20	704	527			
22	817	531			
34,6	∞				
	Mittel	0,000531			

8. Kohlenoxyd CO.

Das Gas wird dargestellt durch Erhitzen von Oxalsäure und Schwefelsäure. Zur Absorption der Kohlensäure wurde dasselbe durch zwei Flaschen mit Kalilauge, eine mit Kalkmilch uud eine mit Kalkwasser, welch' letzteres nicht mehr getrübt wurde, geleitet.

Druck 138mm			Druck 138mm		
Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	49	0,000486	2	47	0,000486
4	100	490	4	97	484
6	154	491	6	148	490
8	215	485	8	204	489
10	278	485	10	262	491
12	345	485	12	325	491
14	422	481	14	394	490
16	501	482	16	469	489
18	589	482	18	552	487
20	688	481	20	644	485
37,5	∞		22	741	486
	Mittel	0,000483	24	855	485
			37,0	∞	
				Mittel	0,000488

9. Stickoxydul N_2O.

Das Gas wurde durch Erhitzen von Ammoniumnitrat dargestellt. Dasselbe wurde durch eine Flasche mit Kalilauge und zur Absorption des Stickstoffoxyd durch eine Lösung von Eisenvitriol geleitet.

Druck 138mm			Druck 138mm			Druck 138mm		
Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	47	0,000353	2	45	0,000363	2	53	0,000357
4	95	356	4	91	358	4	107	360
6	145	358	6	142	361	6	165	359
8	197	358	8	193	361	8	222	364
10	251	359	10	247	359	10	285	363
12	309	358	12	302	361	12	352	362
14	371	356	14	363	358	14	422	363
16	435	353	16	424	359	16	500	360
18	505	354	18	491	357	18	582	359
20	580	352	20	560	359	20	670	358
22	659	350	22	632	358	22	762	358
24	740	351	24	707	360	24	867	357
26	830	349	26	792	359	26	981	355
28	923	350	28	881	359	47,1	∞	
30	1025	350	30	982	357			
53,3	∞		54,1	∞				
	Mittel	0,000354		Mittel	0,000359		Mittel	0,000360

10. Stickstoff.

Das Gas wurde dargestellt durch Verbrennen von Phosphor in Luft.

Druck 138mm			Druck 138mm		
Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$	Steighöhe	Sekunden	$v \cdot \log e$
2	49	0,000495	2	48	0,000499
4	100	499	4	99	498
6	155	498	6	152	501
8	214	497	8	210	499
10	277	497	10	272	498
12	344	498	12	337	500
14	416	500	14	409	500
16	496	500	16	489	498
18	585	500	18	576	498
20	684	498	20	671	497
22	797	496	22	781	495
24	923	498	24	906	494
36,6	∞		37,3	∞	
	Mittel	0,000498		Mittel	0,000498

Berechnet man mittelst der angegebenen Abkühlungsgeschwindigkeiten die Wärmeleitung k für die verschiedenen Gase, und nimmt dabei an, was jedenfalls gestattet ist, dafs die Strahlung immer in derselben Weise und ebenso wie bei Luft zur Geltung komme, so erhält man folgende Werthe:

Apparat I.

Gase	$v \cdot \log e$	Wärmeleitungsfähigkeit k	Druck, bei welchem k gefunden wurde
Luft	0,000480	0,0000531	1 mm bis 30mm
Wasserstoff	2900	3361	91,9mm
Kohlensäure	329	355	Atmosphärendruck
Aethylen	412	453	"
Sumpfgas	614	689	"
Stickoxyd	442	488	138,0mm
Kohlenoxyd	486	539	"
Sauerstoff	531	592	"
Stickoxyd	358	390	"
Stickstoff	498	853	"

Mit Ausnahme der Werthe für Luft und Wasserstoff geht in die angegebenen Werthe noch die Strömung ein; dieselbe ist zwar nicht grofs bei dem angewandten Apparate, indessen sind jedenfalls alle Werthe ein wenig zu grofs. Setzt man, um genauere Werthe zu erhalten, voraus, dafs die Strömung bei den übrigen Gasen in derselben Gröfse gewirkt habe, wie bei Luft, — eine Annahme, die wenn sie auch nicht ganz richtig ist, doch nur wenig die Werthe von der Wahrheit wird abweichen lassen, da bei Luft die Strömung im Maximum nur 6 Proc. des ganzen Werthes ausmacht, — so erhält man die Werthe, wie sie in folgender Tabelle zusammengestellt sind. Es ist bei diesen Werthen auch berücksichtigt, dafs die Werthe sich um 1,1 Proc. zu grofs ergeben haben, da wie erwähnt, die Uhr zu langsam ging. Die Werthe beziehen sich auf die Temperatur 7° bis 8° Celsius.

Gase	Leitungsfähigkeit k
Luft	0,0000525
Wasserstoff	3324
Kohlensäure	317
Aethylen	414
Sumpfgas	647
Stickoxyd	460
Kohlenoxyd	510
Sauerstoff	563
Stickoxyd	363
Stickstoff	524

§ 9.

Vergleicht man die gefundenen Werthe zunächst mit jenen von Narr, so findet man keine Uebereinstimmung. Setzt man die Wärmeleitung der Kohlensäure gleich 1, so erhält man

	Narr.	Winkelmann.
Kohlensäure	1	1
Stickstoff	1,21	1,65
Luft	1,21	1,65
Wasserstoff	6,80	10,48.

Die Differenzen werden nach dem früher Erwähnten erklärt, wenn man annimmt, dafs bei den Versuchen von Narr die Strömungen nicht vermieden worden sind. Bei den von Narr gewählten Dimensionen seines Apparates ist es nach den von mir mitgetheilten Versuchen sehr wahrscheinlich, dafs bei einem Drucke von 90^{mm}, welchen Narr anwandte, die Strömungen noch einen bemerkenswerthen Bruchtheil zu der Erkaltungsgeschwindigkeit lieferten.

Stefan findet für Luft den Werth 0,0000558, welcher um 6 Proc. gröfser ist, als der von mir bestimmte; es wird dieser Unterschied durch die Strahlung erklärt, welche von Stefan nicht in Rechnung gezogen ist. Anders verhält es sich aber bei den Werthen für Wasserstoff. Während Stefan das Verhältnifs von Wasserstoff zu Luft, wie 7:1 bestimmt, erhalte ich 6,33:1. Ich glaubte anfangs, dafs der von mir benutzte Wasserstoff nicht luftfrei sey, da

jedenfalls schon eine geringe Beimengung von Luft den Werth um 10 Proc., welche die Differenz beträgt, zu erniedrigen vermag. Ich habe daher mehrfach eine neue Gasentwicklung vorgenommen, erhielt aber dieselben Werthe. Da es unwahrscheinlich ist, dafs hierbei immer dieselbe Beimengung erfolgt ist, so weifs ich den Unterschied nicht zu erklären und mufs weitern Versuchen die Entscheidung überlassen.

§ 10.

Clausius[1]) hat für die Leitungsfähigkeit k eines Gases die Form

$$k = \frac{5}{12}\gamma, u \,.\, \varepsilon$$

bestimmt, in der γ die specifische Wärme des Gases einer Volumeinheit bei constantem Volumen, u die Geschwindigkeit der Molecüle, und ε die mittlere Wegelänge bedeutet.

Nach der Theorie der Reibung von Maxwell[2]) und O. E. Meyer[3]) bestimmt sich $u\varepsilon$ durch die Reibungscoëfficienten η

$$\eta = \frac{1}{3}\varrho \,.\, u \,.\, \varepsilon$$

wo ϱ die absolute Dichtigkeit des Gases bezeichnet.

Daher ist

$$k = \frac{5}{4} \,.\, \eta \,.\, \frac{\gamma}{\varrho}.$$

Es ist $\frac{\gamma}{\varrho}$ gleich der specifischen Wärme der Gewichtseinheit bei constantem Volumen, multiplicirt mit der Beschleunigung g; bezeichnet man die letztere specifische Wärme mit c, so erhält man

$$k = \frac{5}{4}\eta \,.\, c \,.\, g \qquad \text{a).}$$

1) Clausius, diese Annal. Bd. CXV, S. 1. 1862.
2) Maxwell, *Phil. Mag. T. XIX, p.* 19, 1860.
3) O. E. Meyer, diese Annal. Bd. CXXV, S. 586, 1865.

Die neue Theorie von Maxwell[1]) liefert die Wärmeleitungsfähigkeit in Arbeitseinheiten ausgedrückt durch die Formel

$$C = \frac{5}{3} \frac{p_0}{(\gamma - 1)\, \varrho_0\, \theta_0} \frac{\eta}{s} \qquad \text{b).}$$

Es bezeichnet p_0 den Druck in Gewichtseinheiten, welcher auf die Flächeneinheit ausgeübt wird,

θ die absolute Temperatur,
ϱ_0 die Dichtigkeit bezogen auf die Masseneinheit,
s das specifische Gewicht des Gases, bezogen auf Luft $= 1$,
γ das Verhältnifs der specifischen Wärmen bei constantem Druck und bei constantem Volumen.

Nach Boltzmann[2]) ist in Folge eines Versehens von Maxwell der Factor $\frac{5}{3}$ in der Formel b) nicht richtig und durch $\frac{5}{2}$ zu ersetzen, so dafs man

$$C = \frac{5}{2} \frac{p_0}{(\gamma - 1)\, \varrho_0\, \theta_0} \frac{\eta}{s} \qquad \text{c)}$$

erhält.

In der folgenden Tabelle sind die Werthe zusammengestellt, welche nach den Formeln a) und c) berechnet wurden zugleich mit den Werthen, welche zu dieser Berechnung gedient haben. Die Reibungscoëfficienten η sind die zuletzt von O. E. Meyer[3]) angegebenen, nur durch 1000 dividirt, um sie auf das Gramm, anstatt auf das Milligramm als Einheit zu beziehen.

1) Maxwell, *Phil. Mag. T. XXXV*, p. 216, 1868.
2) Boltzmann, Wiener Berichte, Bd. LXVI, S. 332, 1872.
3) O. E. Meyer, diese Annal. Bd. CXLVIII, S. 549, 1873.

Gase	Leitungsfähigkeit k nach den Versuchen	Leitungsfähigkeit k nach der Form. a	Leitungsfähigkeit k nach der Form. c	Differenzen, in Procenten ausgedrückt zwischen Versuch und a	Differenzen, in Procenten ausgedrückt zwischen Versuch und c	Reibungscoëfficienten	Verhältnifs der specifischen Wärmen	Specifische Wärme bei constantem Volumen	Dichtigkeit
Luft	0,0000525	0,0000392	0,0000784	+25	— 49	0,000000190	1,409	0,1685	1,0000
Wasserstoff	3324	2752	5505	+17	— 65	093	1,413	2,4180	0,0693
Kohlensäure	317	336	671	— 6	—112	160	1,264	0,1711	1,5209
Aethylen	414	444	887	— 7	—114	109	1,216	0,3323	0,9627
Sumpfgas	647	690	1380	— 7	—113	120	1,264	0,4691	0,5572
Stickoxyd	460	377	753	+18	— 60	186	1,403	0,1652	1,0384
Kohlenoxyd	510	392	784	+23	— 50	184	1,411	0,1736	0,9673
Sauerstoff	563	403	806	+28	— 48	212	1,402	0,1551	1,1056
Stickoxydul	363	355	710	+ 2	— 95	160	1,251	0,1808	1,5241
Stickstoff	524	389	778	+25	— 49	184	1,251	0,1724	0,9713

Eine nähere Besprechung dieser Werthe werde ich an den zweiten Theil dieser Arbeit anschliefsen.

Nachdem die Arbeit bereits vollendet war, erhielt ich Kenntnifs von einer Mittheilung der HH. Kundt und Warburg (Monatsberichte der Akademie zu Berlin, Februar 1875) über Reibung und Wärmeleitung verdünnter Gase. Die Wärmeleitung wurde bei Luft, Kohlensäure und Wasserstoff untersucht; das Verhältnifs der beiden ersten Gase stimmt fast genau mit dem von mir gefundenen überein, für Wasserstoff ist ein gröfserer Werth gefunden, welcher mit jenem von Stefan übereinstimmt.

Aachen, Juni 1875.

II. *Ueber eine neue Sauerstoffverbindung des Schwefels und ein derselben analoges Selensubstitutionsprodukt; von Rudolph Weber.*

Durch Einwirkung von Schwefel, Selen und Tellur auf Schwefelsäureanhydrid oder auf stark rauchendes Vitriolöl entstehen bekanntlich intensiv gefärbte Produkte.

Müller von Reichenstein machte eine derartige Beobachtung zuerst bei Gelegenheit seiner Arbeiten über das Tellur. Er fand, dafs sich dasselbe in kaltem Vitriolöl mit schön amethystrother Farbe auflöst und daraus im metallischen Zustande durch Wasser wieder abgeschieden wird.

Buchholz erhielt bei der Destillation eines Gemisches von rauchendem Vitriolöl und Schwefel ein intensiv blau gefärbtes Produkt, welches später von Vogel auf directem Wege durch Einwirkung von Schwefel auf anhydridreiche Schwefelsäure dargestellt worden ist.

Nach den Beobachtungen von Magnus löst sich auch

das Selen und zwar mit intensiv grüner Farbe in Vitriolöl und wird daraus durch Wasser zum gröfsten Theile wieder abgeschieden.

Die über diesen Gegenstand bisher gemachten Beobachtungen gaben keinen Aufschlufs über die chemische Natur dieser farbigen Körper; es ist nicht nur deren chemische Zusammensetzung durchaus unbekannt geblieben, sondern es sind selbst noch Meinungsverschiedenheiten darüber vorhanden, ob die bei jenen Reactionen entstehenden farbigen Flüssigkeiten ihre Färbung einer chemischen Verbindung dieser Elemente mit den Bestandtheilen der Schwefelsäure verdanken, oder ob jene einfachen Körper lediglich als solche in der Säure gelöst sind. Letztere Ansicht wird durch den Umstand unterstützt, dafs die farbigen Flüssigkeiten durch Wasser unter Abscheidung der aufgenommenen Elemente zerlegt werden.

Die Resultate der bisherigen Untersuchungen über diese farbigen Körper bestehen im Wesentlichen in der Wahrnehmung ihrer Entstehung, in der Feststellung der Thatsache, dass dieselben sehr unbeständig, namentlich durch Wasser äufserst leicht zersetzlich sind, wogegen über ihre chemische Natur, wie gesagt, kein Aufschlufs gegeben ist; selbst die Existenz eigenthümlicher, in den farbigen Lösungen befindlicher Körper ist bezweifelt worden.

Durch eine das Schwefelsäureanhydrid betreffende Untersuchung, deren Ergebnisse ich später mittheilen werde, bin ich von Neuem auf das in Rede stehende Thema geführt worden. Ich habe durch Einwirkung von Schwefel und von Selen auf dieses von mir in sehr reinem Zustande dargestellte Anhydrid Verbindungen von constanter, durch eine einfache chemische Formel ausdrückbarer Zusammensetzung erhalten, welche sowohl in starkem Vitriolöl, sowie auch in dem auf gewöhnliche Weise bereiteten Anhydrid zu farbigen Flüssigkeiten sich lösen und deren Eigenschaften in allen wesentlichen Punkten mit den von den genannten Forschern dargestellten Flüssigkeiten übereinstimmen.

Diese von mir dargestellten Körper sind eine neue Sauerstoffverbindung des Schwefels und ein derselben entsprechendes Selensubstitutionsprodukt, deren Darstellung und Eigenschaften nachstehend beschrieben werden.

Die blaue Schwefelverbindung.

Verhalten des Schwefels zu Schwefelsäureanhydrid. Bevor ich an die Darlegung meiner Versuche herangehe, wird es zweckmäfsig seyn, einen kurzen historischen Ueberblick über die bisher bekannt gewordenen Thatsachen zu geben.

Buchholz[1]) erhielt (1804) das oben erwähnte blaue Destillat, als er in der Absicht, eine recht reichliche Ausbeute von fester Schwefelsäure zu erzielen, ein Gemisch von Schwefel und Vitriolöl in einer Retorte erhitzte.

Diese gelegentlich gemachte Beobachtung verfolgte er indessen nicht weiter, begnügte sich vielmehr mit einer oberflächlichen Prüfung jener Substanz, bezüglich derer er anführt, dafs sie an der Luft stark raucht, intensiv nach schwefliger Säure riecht und sich mit Wasser unter Abscheidung von Schwefel zersetzt.

F. C. Vogel[2]) in Bayreuth, welcher gewöhnlich als der Entdecker der durch Schwefel blau gefärbten Schwefelsäure bezeichnet wird, kannte, wie er anführt, die Beobachtung von Buchholz. Er stellte (1812) jenes blaue Produkt direct durch Einwirkung von Schwefel auf Schwefelsäureanhydrid dar, welches er durch Erhitzen von rauchendem Vitriolöl bereitet hatte und erhielt hierbei auch eine grüne, sowie eine braun gefärbte Flüssigkeit, je nachdem er geringere oder grössere Mengen von Schwefel dem Anhydride zufügte.

Vogel betrachtet diese Körper als Verbindungen des Anhydrids mit dem Schwefel in verschiedenen Verhältnissen, und es enthält seiner Ansicht nach die blaue Verbindung die geringste, die braune dagegen die gröfste

1) Gehlen's neues Journal der Chemie Bd. 3, S. 7.

2) Journal für Chemie u. Physik von Schweigger Bd. 4, S. 121.

Menge von Schwefel. Ueber das Gewichtsverhältnifs beider, seiner Ansicht nach verbundener Bestandtheile geben seine Versuche keinen Aufschlufs, sowie denn überhaupt die betreffenden Verbindungen von Vogel und Anderen nur als Gemenge erhalten, niemals aber isolirt worden sind.

Schweigger[1]) beobachtete bei der Wiederholung der Versuche von Vogel eine Erscheinung, welche die bereits früher nachgewiesene grofse Unbeständigkeit dieser farbigen Körper bestätigte. Er führt nämlich an, dafs die blaue Verbindung, welche durch Einwirkung der Dämpfe von erhitztem Vitriolöl auf Schwefel, der in einer mit der Retorte dicht verkitteten Vorlage enthalten war, sich gebildet hatte, nach kurzer Zeit einen grünen Farbenton annahm, sich dann braun färbte und schliefslich in gewöhnlichen Schwefel von hellgelber Farbe überging.

Bei diesem Vorgange hat nach Schweigger's Auffassung nur eine einfache Trennung des Schwefels vom Anhydrid stattgefunden, indem letzteres lediglich abgedunstet und zu dem Hydrate zurückgekehrt ist. Schon der durch die Verdichtung des Anhydrids in der Retorte entstehende luftverdünnte Raum veranlasst seiner Ansicht nach eine Zersetzung jener labilen blauen Verbindung, weil er die Verdampfung des leicht flüchtigen Anhydrids vom Schwefel erleichtert.

Berzelius[2]), welcher seine Ansicht über die Natur der in Rede stehenden farbigen Körper wohl nach den Schweigger'schen Beobachtungen sich bildete, ist der Ansicht, dafs die gefärbten Flüssigkeiten die Elemente, nämlich den Schwefel sowie auch das Selen, einfach im aufgelösten Zustande enthalten, dafs in der aus Schwefel und Anhydrid entstandenen farbigen Flüssigkeit eigenthümliche Oxyde des Schwefels nicht enthalten seyen.

Wach[3]) versuchte es, das Verhältnifs, in welchem Schwefel und Anhydrid in den farbigen Verbindungen ent-

1) Journal für Chemie u. Physik Bd. 13, S. 484.
2) Lehrbuch Bd. 1, S. 485 (5. Auflage).
3) Journal für Chemie und Physik von Schweigger Bd. 50, S. 1.

halten sind, zu ermitteln, indem er gewogene Mengen beider Körper in Glasröhren einschmolz, durch Erwärmen ihre Vereinigung herbeiführte und die Farbe der entstandenen Produkte beobachtete. Aus einem Gemische von 1 Theil Schwefel und 5 Theilen Anhydrid soll die braune Verbindung entstehen, während die blaue seiner Angabe nach aus 1 Theil Schwefel und 10 Theilen Anhydrid sich bildet.

Auch Wach hat nicht mit reinen isolirten Körpern zu thun gehabt, da es ihm nicht gelungen ist, die betreffenden Körper von einem Ueberschusse der angewendeten Bestandtheile zu befreien, und hat sogar nur mit einem sehr unreinen, erheblich mit Hydrat vermischten Anhydrid operirt, denn, wie aus seinen Andeutungen hervorgeht, resultirte bei der Zersetzung der farbigen Substanzen durch Destillation eine braune, ölige Flüssigkeit, welche sich wie gewöhnliches Vitriolöl seiner Beschreibung nach verhielt.

Ueber die Natur, sowie über die Zusammensetzung der betreffenden Körper gaben auch Wach's Versuche in keiner Beziehung einen Aufschluſs.

W. Stein[1]) hat bei seinen kürzlich ausgeführten Untersuchungen über die Molecular- und Körperfarben auch Beobachtungen bezüglich der blauen, aus Anhydrid und Schwefel entstehenden Substanz angestellt. Im Einklange mit Berzelius hält er dieselbe für eine Auflösung des Schwefels im Anhydride, resp. für ein eigenthümliches Gemisch, in welchem der Schwefel im Zustande höchst feiner Zertheilung sich befindet und dadurch die blaue Farbe hervorruft.

Darstellung der blauen Schwefelverbindung.

Die Isolirung der blauen Verbindung ist durch den eigenthümlichen, von dem Verfasser erkannten Umstand ermöglicht worden, daſs dieselbe sich in völlig reinem Schwefelsäureanhydrid, welches durch sehr sorgfältig ausgeführte Umdestillation des beim gelinden Erwärmen vom Vitriolöl

1) Journal für praktische Chemie von Kolbe Bd. 6. S. 172.

gewonnenen Destillats erhalten worden, nicht löst, und daher ein Ueberschufs des Anhydrids beseitigt werden kann. Die Ausführbarkeit einer quantitativen Analyse beruht darauf, dafs der isolirte Körper während einiger Zeit bei einer 10 bis 15° C. nicht übersteigenden Temperatur haltbar ist, und daher genaue Wägungen desselben ausgeführt werden können.

Dieses eigenthümliche Verhalten gehört zu den charakteristischen Eigenschaften des reinen Anhydrids, welches, wie der Verfasser in einer späteren Abhandlung erörtern wird, sich auch in anderer Beziehung von dem gewöhnlich als Anhydrid angesprochenen Körper unterscheidet.

Wenn dagegen das unter nicht besonderen Cautelen dargestellte, stets mit etwas Hydrat vermischte Anhydrid mit Schwefel in Berührung gebracht wird, so löst sich das gebildete blaue Produkt im Momente seiner Entstehung im überschüssigen (unreinen) Anhydride auf und läfst sich von dem Ueberschusse des letzteren nicht abscheiden. Dasselbe geht mit diesem beim Erstarren in den festen Zustand über und färbt die sich bildenden warzenförmigen Krystallgruppen mehr oder weniger intensiv blau.

Trägt man dagegen kleine Partieen von pulverförmigem, völlig trocknen Schwefel in reines Anhydrid ein, so scheidet sich die entstehende blaue Verbindung in Form kleiner Tröpfchen ab, welche dichter als das Anhydrid sind, sinken darin zu Boden und erstarren alsbald. Wichtig für das Gelingen dieser Operation ist es, die Temperatur des Anhydrides auf ca. 15° C. zu erhalten, indem einerseits beim Steigen der Temperatur leicht eine Zersetzung der gebildeten Verbindung, andererseits bei Erniedrigung derselben ein Erstarren des Anhydrids eintritt. Hierbei ist wohl zu berücksichtigen, dafs schon in Folge des Erstarrens der blauen Verbindung eine Wärmeentwickelung stattfindet, welche, wenn die Temperatur nicht entsprechend niedrig gehalten wird, eine theilweise Zersetzung derselben bedingen kann.

Um das für den vorliegenden Zweck geeignete Anhydrid darzustellen, wird gewöhnliches, durch Erhitzen von Vitriolöl bereitetes, mit Hydrat vermischtes Anhydrid durch sehr sorgfältig geleitete Destillation gereinigt. Nach Entfernung der ersten Partie des übergehenden Destillats wird die Vorlage, zu welcher ein an den Hals der Retorte dicht anschliefsendes Reagenzglas wohl geeignet ist, gewechselt und das bei sehr gelinder Wärme nun übergehende Produkt besonders aufgefangen.

Es ist auch hier erforderlich, die Vorlage nicht stärker als auf ca. 15° C. abzukühlen, um zu vermeiden, dafs das Destillat erstarrt. Mit Berücksichtigung der hier angegebenen Vorsichtsmafsregeln bleibt das Anhydrid während der zur Ausführung des Processes erforderlichen Zeitdauer flüssig.

Um nun die blaue Verbindung darzustellen, werden in das vollkommen wasserklare, höchst liquide, reine Anhydrid kleine Partien sorgfältig getrockneter Schwefelblumen nach und nach eingetragen, wobei eine neue Menge von Schwefel erst dann zugeführt werden darf, nachdem die früher zugefügte gebunden ist, weil ein Ueberschufs des Schwefels von der erstarrenden Verbindung leicht eingeschlossen, dadurch auch, wie später näher erörtert worden, die Zersetzung des entstandenen Körpers beschleunigt wird. Der eingetragene Schwefel zerfliefst im Momente der Berührung mit dem Anhydride zu tief blau gefärbten Tröpfchen, welche sich, wie oben bemerkt, mit demselben nicht mischen, darin untersinken und alsbald erstarren.

Zur Ausführung dieser Operation ist ein gewöhnliches Reagenzglas sehr geeignet, welches man, um die Feuchtigkeit der Luft abzuhalten, mit einem kleinen Porzellantiegeldeckel bedeckt. Es ist zweckmäfsig, das Glas nach jedem Eintragen der kleinen Schwefelpartien zu neigen, so dafs die Tröpfchen der entstandenen Verbindung mit der Glaswand in Berührung kommen, worüber sie sich dann

verbreiten und zu einer dünnen Kruste erhärten, welche weniger Anhydrid einschliefst als die von der Flüssigkeit ringsum umgebenen erstarrten Tröpfchen.

Da bei dieser chemischen Reaction und auch beim Erstarren der flüssigen Verbindung eine Wärmeentwickelung stattfindet, so mufs, um der leicht eintretenden Zersetzung der gebildeten Verbindung vorzubeugen, das Reagenzglas zuweilen durch Eintauchen in Wasser gekühlt werden, dessen Temperatur jedoch 12—15° C. nicht wesentlich unterschreiten darf, damit das ungebundene Anhydrid nicht erstarrt.

Nachdem etwa ein Gramm Schwefel verwendet worden, die Wandung des Reagenzglases mit einer dünnen Kruste der erzeugten Verbindung überzogen ist, wird das überschüssige, bei guter Leitung des Processes völlig farblos bleibende Anhydrid abgegossen. Das letzte Residuum desselben, welches indessen nicht erheblich ist, wird durch höchst vorsichtig ausgeführte Verdunstung bei einer die Blutwärme nicht übersteigenden Temperatur beseitigt. Die an der Glaswand haftende Schicht der Substanz wird schliefslich mit einem scharfkantigen Glasstabe abgeschabt, sogleich in ein trockenes, dicht verschliefsbares Glas geschüttet und dann in einen möglichst kühlen Raum gebracht.

Eigenschaften.

Im trockenen Zustande bildet der Körper bläulich-grün gefärbte, leicht zerreibliche Krusten von einer dem Malachit ähnlichen Structur. Die Krusten sind Aggregate warzenförmiger Krystallgruppen, welche indessen nur mit der Lupe erkennbar sind. Die Verbindung ist nur im Momente ihres Entstehens flüssig; sie erstarrt sehr bald und kann dann nicht wieder unzersetzt geschmolzen werden. Dieselbe zersetzt sich bei gewöhnlicher Temperatur schon nach kurzer Zeit, erheblich rascher beim Erwärmen. Dabei entwickelt sich schweflige Säure und es bleibt, wenn die Zersetzung bei Ausschluſs der Feuchtigkeit von Statten gegangen, vollständig trockener Schwefel zurück, welcher

in Folge seiner feinen Zertheilung eine sehr hellgelbe Farbe besitzt. Ein Abdunsten von Anhydrid habe ich bei dieser Zersetzung nicht beobachtet. Der bei dem Schweigger'schen Versuche in der Vorlage verbleibende hellgelbe Schwefel ist demnach nicht, wie dieser Forscher meint, durch einfache Abdunstung des Anhydrids von dem damit vereinigten Schwefel entstanden; es ist vielmehr der Vorgang ein wesentlich anderer, die Zersetzung erfolgt unter Entbindung von schwefliger Säure und nicht unter Verflüchtigung von Anhydrid. Die aus den Schweigger'schen Versuchen gezogenen Schlüsse, sowie die darauf basirte Ansicht über die Natur der blauen Verbindung, nämlich die Auffassung, dafs der Schwefel in dem Anhydride sich nur auflöse, ein chemischer Proceſs dabei nicht stattfinde, indem einfach durch Verdunstung das Anhydrid vom Schwefel sich wieder trenne, ist demnach nicht gerechtfertigt.

In einem kühlen Raume (bei Ausschluſs der Feuchtigkeit) findet die Zersetzung des Körpers so langsam statt, daſs die zur Analyse erforderlichen Wägungen ausführbar sind. An feuchter Luft zieht derselbe rasch Wasser an und zerflieſst unter Bildung einer klaren braunen Flüssigkeit, welche durch Aufnahme von mehr Feuchtigkeit sich trübt, indem Schwefel sich ausscheidet. Beim Eintragen in kaltes Wasser findet sofort eine Zersetzung unter heftigem Zischen statt. Dabei sondert sich Schwefel ab, welcher gröſstentheils die Beschaffenheit des zähen, weichen Schwefels besitzt; ein kleinerer Theil befindet sich im fein zertheilten Zustande wie der Schwefel der Schwefelmilch. Bei dieser Zersetzung bilden sich Schwefelsäure, schweflige Säure und auſserdem unterschweflige Säure, oder eine derselben ähnlich sich verhaltende Polythionsäure. Die Flüssigkeit giebt nämlich mit Silberlösung zuerst einen voluminösen gelben Niederschlag, welcher alsbald roth, dann braun und schlieſslich schwarz wird.

Mit absolutem Alkohol, und auch mit wasserfreiem Aether zersetzt sich der blaue Körper unter Abscheidung

von Schwefel. Das Verhalten der Verbindung zu Schwefelsäurehydrat ist je nach der Concentration dieser Säure ein verschiedenes. Aus diesen Reactionen, worüber später Näheres angeführt werden soll, erklären sich mehrere früher beobachtete Erscheinungen.

Zusammensetzung.

Obgleich die Verbindung sehr veränderlich ist, so können doch, wie schon bemerkt, die nöthigen Wägungen in einem kühlen Raume mit erforderlicher Schärfe ausgeführt werden.

Zu dem Ende wurde die frisch dargestellte Substanz in ein kleines dünnwandiges, mit gut schliefsendem Glasstöpsel versehenes, vorher tarirtes Gläschen geschüttet und dieses dann möglichst rasch gewogen. Dasselbe wurde, nachdem der Stöpsel abgezogen, in ein ca. 80^{mm} hohes, mit sehr sorgfältig eingeschliffenem Glasstöpsel versehenes Glas gestellt, in welches eine geeignete, einige Millimeter hohe Schicht eines Gemisches aus reiner und rauchender Salpetersäure gegossen worden war. Letzteres Glas wurde schnell verstöpselt und dann geneigt, so dafs der Inhalt des kleinen Gläschens mit der Säure in Berührung kam. Da die Einwirkung mit grofser Energie erfolgt, weil braungefärbte Dämpfe sich entwickeln, so mufs der Stöpsel fest eingedrückt werden. Es ist rathsam, das Glas bei Ausführung der Operation mit einem Tuche zu umhüllen. Nachdem die Dämpfe von der Flüssigkeit absorbirt worden, was nach 12 bis 24 Stunden der Fall ist, so wird der Inhalt des Glases mit Wasser verdünnt und die Flüssigkeit von dem abgeschiedenen Schwefel getrennt. Die in dem Filtrate enthaltene Schwefelsäure wird durch Barytlösung gefällt. Aus der Menge des abgeschiedenen freien Schwefels und aus dem Gewichte des Barytniederschlages ergiebt sich die Menge des in der Substanz enthaltenen Schwefels. Bei diesen Ermittlungen wird das tarirte, mit dem Schwefel belegte Filter unter den bekannten Vorsichtsmafsregeln getrocknet, und es wird der unter diesen

Umständen mit salpetersaurem Baryt behaftete Niederschlag in bekannter Weise behandelt und schliefslich gewogen.

Das numerische Ergebnifs der auf diese Weise ausgeführten Analysen ist folgendes:

Substanz	ausgeschieden Schwefel	schwefels. Baryt	Totalmenge des Schwefels in Procenten
0,785	0,151	2,112	56,36
0,851	0,181	2,200	56,94
0,519	0,114	1,315	56,93
1,038	0,235	2,633	57,64
0,910	0,206	2,284	57,26
			Mittel 57,12

Der Rest ist Sauerstoff.

Die Zusammensetzung dieses Körpers wird durch die einfache empirische Formel

$$S_2 O_3$$

ausgedrückt, welche einen Schwefelgehalt von 57,14 Proc. erfordert.

Dieser Körper ist demnach eine bisher unbekannte Sauerstoffverbindung des Schwefels, welche doppelt soviel Schwefel als die Schwefelsäure enthält.

Es ist mir bisher nicht gelungen, denselben in Verbindungen einzuführen und Thatsachen aufzufinden, welche Anhalt zur Beurtheilung seiner Constitution darbieten. Soviel ich bisher ermittelt, hat derselbe nicht den Charakter eines Säureanhydrids, er läfst sich weder in Wasser noch mit Metalloxyden vereinigen, verhält sich vielmehr wie ein indifferentes Oxyd, ähnlich wie die indifferenten Oxyde des Stickstoffs. Ich bringe für denselben den Namen *Schwefelsesquioxyd* oder *Dithionoxyd* in Vorschlag.

Aus dem Verhalten des Körpers zu trocknem Ammoniak liefse sich vielleicht ein Anhalt zur Beurtheilung seiner Constitution gewinnen, nur läfst sich leider eine bestimmte Verbindung aus dem Grunde nicht erhalten, weil die bei der Vereinigung statthabende Reaction eine so heftige ist, dafs eine partielle Zersetzung der erst ent-

standenen Verbindung trotz sorgfältiger Kühlung der Röhren, welche zur Ausführung des Versuches angewandt wurden, stattfindet. Es bildet sich bei diesem Vorgange ein schön pfirsichblüthroth gefärbter Körper, welcher indessen mit gelb und weifs gefärbten Substanzen vermischt ist, im isolirten Zustande bisher leider nicht erhalten werden konnte. Dieses Gemisch giebt mit Wasser, unter Abscheidung von Schwefel eine Lösung, die aufser Schwefelsäure Polythionsäuren enthält, welche die charakteristischen Reactionen gegen Silberlösung zeigen.

Verhalten des Sesquioxyds zu Schwefelsäure.

In reinem Schwefelsäureanhydrid ist, wie oben ausgeführt worden, das Sesquioxyd unlöslich; sehr leicht löst es sich dagegen in einem Gemische von Anhydrid und Hydrat, selbst wenn dasselbe nur wenig von letzterem enthält, aus welcher Lösung sich die blaue Verbindung nicht abscheiden läfst. Enthält dieselbe eine entsprechende Menge von Anhydrid, so bilden sich die asbestartigen büschelförmigen Krystallaggregate, welche durch das Sesquioxyd mehr oder weniger blau gefärbt sind und auch längere Zeit ihre Farbe behalten, wenn sie vor dem Zutritt der Luft geschützt, in einem kühlen Raume aufbewahrt werden.

Das Sesquioxyd löst sich auch in Gemischen von Anhydrid und Hydrat, welche von letzterem soviel enthalten, dafs sie bei gewöhnlicher Temperatur nicht erstarren. Auch solche Lösungen behalten während mehrerer Wochen ihre blaue Farbe, wenn sie in zugeschmolzenen Röhren an kühlen Orten aufbewahrt werden. Nach und nach erblafst indessen ihre Farbe; sie nehmen dann zuerst einen grünen, später einen braunen Farbenton an und behalten schliefslich eine dem gewöhnlichen Vitriolöl ähnliche Farbe. Enthält die Flüssigkeit eine im Verhältnifs zum Anhydride reichliche Menge Sesquioxyd, so scheidet sich bei der stattfindenden Farbenveränderung Schwefel ab, während dieselbe bei einem gröfseren Ueberschusse von Anhydrid klar bleibt. In jedem Falle bildet sich bei der Zersetzung

schweflige Säure. Diese Lösungen sind ungleich haltbarer als das isolirte Sesquioxyd und zwar namentlich dann, wenn Anhydrid in reichlicher Menge zugegen ist.

Eine die spontane Zersetzung begleitende Farbenveränderung beobachtet man auch beim Vermischen der blauen Flüssigkeit mit schwach rauchender oder englischer Schwefelsäure, sowie durch Zusatz von freiem Schwefel. Durch Zufügung kleinerer Mengen schwächerer Schwefelsäure ändert sich der blaue Farbenton zuerst in einen grünen um; in Folge eines ferneren Zusatzes färbt sich die Flüssigkeit braun und bei weiterer Verdünnung scheidet sich, unter Entwickelung von schwefliger Säure, Schwefel aus. Der gleiche Farbenwechsel tritt bei Zusatz erst kleiner, dann gröfserer Mengen Schwefelblumen ein, die Flüssigkeit wird erst grün und dann braun. Aus der mit Schwefel gesättigten Lösung scheidet sich, namentlich beim Abkühlen, ein Theil des Schwefels krystallinisch, ein anderer amorph in Form von Schwefelmilch aus.

Bei diesen Beobachtungen habe ich gefunden, dafs die braunen Lösungen ungleich weniger haltbar als die blau gefärbten sind, erstere meistens schon nach 24 Stunden ihre Farbe verloren und den Farbenton des Vitriolöls angenommen haben. Die Wärme beschleunigt den Zersetzungsproceſs des gelösten Sesquioxydes, influirt auch auf die Farbe der Lösung, indem eine, in der Kälte schon braun gefärbte Flüssigkeit beim Erwärmen wiederum einen grünlichen Farbenton zeigt, der beim Erkalten verschwindet.

Die bei den beschriebenen Zersetzungserscheinungen auftretende braune Lösung enthält im Verhältnifs zum Anhydride eine gröfsere Menge Schwefel als das Sesquioxyd. Sie bildet sich, wie angeführt, auf zweierlei Weisen, nämlich entweder dadurch, dafs dem Sesquioxyde durch Einwirkung von hydratischer Schwefelsäure ein entsprechender Theil Anhydrid entzogen wird, oder auch auf directem Wege, durch Einwirkung von Schwefel auf das gelöste Sesquioxyd. Ein brauner Körper entsteht auch durch Einwirkung der Dämpfe von Anhydrid auf überschüssigen

trocknen Schwefel. Diese braune Substanz ist in wasserfreiem Zustande äufserst zersetzlich. Läfst man z. B. Dämpfe von Anhydrid auf trockne Schwefelblumen wirken, so bräunen sich dieselben momentan, aber die braune Farbe verschwindet auch ebenso schnell aufserhalb der Dampfsphäre. Trockne Schwefelblumen zu trocknem Sesquioxyd gebracht, verursachen eine Zersetzung in sehr kurzer Zeit, und auch die braunen mehrfach erwähnten Lösungen verlieren verhältnifsmäfsig schnell ihre Farbe.

Es ist mir nicht geglückt, die braune Substanz zu isoliren und möchte ich auch zweifeln, dafs sie ein bestimmtes noch schwefelreicheres Oxyd ist. Es ist vielmehr nicht unwahrscheinlich, dafs der Schwefel sich zu dem blauen Sesquioxyde ähnlich verhält wie freies Selen und Tellur zu den bezüglichen Chloriden dieser Elemente, die sich in den Chlorverbindungen in grofser Menge lösen.

Ich habe die Zusammensetzung des aus Anhydrid und Schwefelsäurehydrat bereiteten Gemenges ermittelt, in welchem das Sesquioxyd sich nicht mehr mit blauer oder grüner, sondern bereits mit rein brauner Farbe löst, so dafs es gewissermafsen auf der Gränze steht, jenseits welcher dasselbe selbst bei einem sehr geringen erneuten Zusatz von Anhydrid wiederum in die blaue Verbindung übergeht. Zu dem Ende wurde Hydrat enthaltendes Anhydrid so lange mit englischer Schwefelsäure versetzt, bis von der Flüssigkeit eine geringe Menge des in concentrirterer Säure gelösten blauen Sesquioxydes mit brauner Farbe aufgenommen wurde. Von dieser Säure wurden die nachstehend bezeichneten Mengen abgewogen, mit Wasser gehörig verdünnt und ihr Gehalt an Schwefelsäure durch Baryt bestimmt. Es ergab sich Folgendes:

Substanz	schwefels. Baryt	Schwefelsäure in Procenten
1,356	3,327	84,20
1,400	3,475	84,32

Diese Flüssigkeit enthält demnach Anhydrid und Wasser nahezu in dem Verhältnisse:

$$6\,SO_3 \text{ und } 5\,H_2O$$

oder

$$1\,SO_3 \text{ und } 5\,H_2SO_4.$$

Versetzt man eine derartige Flüssigkeit vorsichtig mit kleinen Mengen Wassers oder englischer Schwefelsäure, so zeigt sich, dafs sie sich bis zu einer bestimmten Gränze verdünnen läfst, ohne die Fähigkeit zu verlieren, das Sesquioxyd mit brauner Farbe zu lösen. Wird dieser Punkt aber überschritten, so findet eine Zersetzung statt; es scheidet sich Schwefel ab, die Flüssigkeit wird trübe und nimmt die Farbe des gewöhnlichen Vitriolöls an.

Die Analyse eines solchen, auf der Gränze stehenden Gemisches ergab folgendes Resultat:

Substanz	schwefels. Baryt	Schwefelsäure in Procenten
1,540	3,627	80,85
2,002	4,754	80,98

Diese Säure hat nahezu die Zusammensetzung des ersten Hydrats H_2SO_4, deren Gehalt an SO_3 81,64 Proc. beträgt.

Das blaue Sesquioxyd wird demnach von den Säuregemischen, welche einen Ueberschufs von Anhydrid bis zu $\frac{1}{5}$ des in dem ersten Hydrate vorhandenen Anhydrids enthalten, mit brauner Farbe gelöst. Stärkere, an Anhydrid reichere Säuregemische nehmen dasselbe unter Bildung blauer, resp. grüner Lösungen auf, während es von Säuren, deren Concentration dem ersten Hydrate gleich steht, oder auch geringer ist, unter Abscheidung von Schwefel zersetzt wird.

Die analoge Selenverbindung.

Bevor ich auf die Darlegung der Resultate meiner Versuchsreihe eingehe, schicke ich wie in der vorstehenden Abhandlung einen kurzen historischen Ueberblick über die diesen Gegenstand betreffenden, bisher gewonnenen Erfahrungen voraus.

Magnus[1]) hat die Auflöslichkeit des Selens in Vitriolöl zuerst beobachtet. Seiner Ansicht nach ist in der beim Einwirken von Selen auf Vitriolöl entstehenden, schön grün gefärbten Lösung jenes Element einfach als solches gelöst, findet eine Oxydation desselben bei diesem Acte nicht statt, sondern erfolgt erst beim Erwärmen der Lösung unter Entfärbung derselben und unter Bildung von schwefliger, sowie auch von seleniger Säure. Auch an der Luft, namentlich wenn sie feucht ist, oxydirt sich das in der Lösung befindliche Selen.

Magnus stützt seine Ansicht, dafs das Selen hier lediglich gelöst und nicht oxydische Verbindungen eingegangen sey, auf die Beobachtung, dafs aus der grünen Flüssigkeit durch Zusatz von Wasser fast die ganze Menge des aufgenommenen Selens wieder abgeschieden wird; wogegen aus der durch Kochen entfärbten Lösung, wobei das Selen sich oxydirt hat, durch Verdünnung mit Wasser kein, oder nur sehr wenig Selen sich absondert.

Fischer[2]) faſst den Vorgang anders als Magnus auf. Seiner Ansicht nach ist weder das Selen in der grünen, noch das Tellur in der violetten Lösung in Schwefelsäure als solches, im unverbundenen Zustande, vorhanden, sondern es haben sich gefärbte, oxydische Verbindungen gebildet, welche von der Säure gelöst, durch Wasser unter Abscheidung der Elemente zersetzt werden. Er macht geltend, es sey nicht wahrscheinlich, dafs die genannten Elemente mit einem ihrer Körperfarbe so fremden Farbentone sich lösen sollten und unterstützt seine Ansicht noch durch die Anführung, dafs aus der rothgefärbten Tellurlösung ein erheblicher Theil dieses Elementes durch Wasser nicht abgeschieden werde.

Magnus[3]) fand, dafs etwa 2 Proc. des gelösten Selens durch Wasser nicht gefällt wurden.

Der Streit über die Natur der in Frage stehenden Se-

1) Pogg. Ann. Bd. 10, S. 491.
2) Pogg. Ann. Bd. 12, S. 153 und Bd. 16, S. 118.
3) Pogg. Ann. Bd. 14, S. 328.

lenlösung ist bisher unentschieden geblieben, weil kein directer Beweis für die eine oder die andere Auffassung beigebracht, auch keine farbige oxydische Selenverbindung bekannt geworden ist.

Durch Einwirkung des Selens auf reines Schwefelsäureanhydrid habe ich eine dem Dithionoxyde analoge Verbindung erhalten, in welcher 1 Atom Schwefel durch 1 Atom Selen ersetzt ist.

Dieser eigenthümliche Körper löst sich mit intensiv grüner Farbe in rauchendem Vitriolöle, auch in englischer Schwefelsäure, und diese Lösungen besitzen die Eigenschaften der erwähnten, gefärbten Flüssigkeiten.

Darstellung der Verbindung.

Das Selen verhält sich im Wesentlichen wie der Schwefel zu dem auf gewöhnliche Weise dargestellten Schwefelsäureanhydrid; es löst sich nämlich darin, sowie auch in rauchendem Vitriolöl leicht auf, und die entstandene Verbindung kann nun ebenso wenig als das Dithionoxyd aus der Lösung abgeschieden werden.

Anders verhält sich das Selen zu dem von mir in der oben beschriebenen Weise dargestellten reinen Schwefelsäureanhydrid. Es erweicht darin nach kurzer Zeit und verwandelt sich unter Aufnahme von Anhydrid in eine tief dunkelgrün gefärbte, theerartig dickflüssige Masse, welche dichter ist als das Anhydrid. Wenn eine Temperatur von 15—17° C. innegehalten und nur eine kleine Menge von Selen angewendet wird, so findet dieser Vorgang unter Bildung einer nur sehr geringen Menge schwefliger Säure statt, welche unter Zersetzung der Substanz bei deren Erhitzen entsteht. Die in Form von theerartigen Tropfen sich abscheidende Selenverbindung löst sich ebenso wenig wie das unter analogen Verhältnissen gebildete Dithionoxyd im überschüssigen Anhydride auf. Es bleibt letzteres, wenn es rein war, vollkommen ungefärbt und kann abgegossen werden. Wegen der bei der beschriebenen Reaction stattfindenden Wärmeentwickelung mufs erfor-

derlichen Falles für eine angemessene Abkühlung gesorgt werden, welche indessen nicht zu weit gehen darf, damit das Anhydrid nicht erstarrt. Das zur Darstellung der Verbindung bestimmte Anhydrid wird in ein ca. 6^{mm} weites, unten abgeschmolzenes Glasrohr gebracht und in dasselbe nach und nach kleine, am besten poröse Stückchen von Selen eingetragen, worauf das Rohr mit einem kleinen Porzellandeckel bedeckt wird. Das Selen nimmt, wenn auch etwas schwieriger als der Schwefel, das Anhydrid auf. Man prüft vermittelst eines feinen Glasstäbchens, ob dasselbe ganz erweicht ist, oder noch feste Theilchen enthält. Ist das Selen gebunden, so gießt man das Anhydrid von der an der Glaswand adhärirenden Verbindung ab und beseitigt das letzte Residuum desselben durch vorsichtiges Erwärmen des Rohres in derselben Weise wie es näher bei der Darstellung des Dithionoxydes beschrieben worden ist. Durch diese letzte Operation kann in Folge zu starker Erwärmung eine Zersetzung der gebildeten Verbindung verursacht werden, was indessen weniger leicht als bei dem Dithionoxyde der Fall ist, denn die Selenverbindung ist wesentlich stabiler als die analoge Schwefelverbindung.

Der auf diese Weise dargestellte Körper bildet eine feste, an dem Glase stark adhärirende Kruste. Vermittelst eines scharfkantigen Glasstabes schabt man dieselbe ab und bringt die Masse schnell in ein völlig dicht schließendes Fläschchen, oder, was zweckmäßiger ist, man schmilzt sie in eine Glasröhre ein.

Eigenschaften.

Die Verbinduug ist im Momente ihres Entstehens dickflüssig, theerartig. Sie erstarrt bald, namentlich nach erfolgter Absonderung des überschüssigen Anhydrids zu einer festen Schicht, welche aus einem Aggregate unter der Lupe erkennbarer, prismatischer Krystalle besteht. In compacter Form besitzt der Körper eine schmutzig-grüne Farbe; das Pulver desselben, wie es beim Zerdrücken der Kru-

sten mittelst eines Glasstabes entsteht (selbstredend bei Abhaltung der Feuchtigkeit), ist gelb. Der Körper ist bedeutend haltbarer als Dithionoxyd, kann in zugeschmolzenen Glasröhren, ohne Zersetzung zu erleiden, aufbewahrt werden und wird selbst durch gelindes Erwärmen noch nicht zersetzt. Er kann, wie auch das Dithionoxyd, wenn er einmal erstarrt ist, nicht wieder geschmolzen werden, zersetzt sich in höherer Temperatur unter Verflüchtigung von schwefliger und seleniger Säure und unter Ausscheidung von Selen.

In reinem Anhydrid ist der Körper, wie erwähnt worden, unlöslich, dagegen auflöslich in Vitriolöl, in englischer und selbst in noch etwas verdünnterer Schwefelsäure. An feuchter Luft zersetzt er sich sehr bald unter Abscheidung rothen Selens. Beim Eintragen in Wasser findet eine heftige Reaction statt, wobei sich Selen als cohärente Masse absondert, Schwefelsäure, schweflige Säure, sowie selenige Säure sich bilden und in Lösung gehen.

Zusammensetzung.

Behufs der Ermittelung der Zusammensetzung der Verbindung wurde deren Gehalt an Schwefel und Selen ermittelt. Die bei verschiedenen Darstellungsproceduren erhaltenen Partien dieser Substanz wurden wie das Dithionoxyd in kleinen, mit Glasstöpseln versehenen Fläschchen abgewogen, und letztere in eine mit gut eingeriebenem Glasstöpsel versehene Flasche gestellt, in welcher sich eine entsprechende Quantität Wasser befand. Nach Verstöpselung derselben wurde durch Schütteln das Wasser mit der Substanz in Berührung gebracht. Das abgeschiedene Selen wurde auf ein gewogenes Filter gebracht, und mit diesem die geringere Menge Selen vereinigt, welche aus dem Filtrate mit schwefligsaurem Ammoniak gefällt wurde. Der Gehalt an Schwefel wurde aus besonderen Proben und zwar auf die Weise ermittelt, dafs die durch Zersetzung mit Wasser resultirende, durch Filtration von abgeschiedenem Selen befreite Flüssigkeit mit einem

aus reiner und rauchender Salpetersäure bestehenden Gemische, welches die schweflige Säure bekanntlich sehr leicht oxydirt, versetzt, gelinde erwärmt, dann einige Zeit sich überlassen wurde. In gebräuchlicher Weise wurde die entstandene Schwefelsäure mittelst Baryt gefällt.

Hierbei ergeben sich folgende numerische Resultate:

Selenbestimmung.

Substanz	Selen	Selen in Procenten
1,428	0,695	48,67
0,930	0,455	48,87
0,682	0,332	48,68
1,855	0,926	49,43
1,230	0,609	49,51
		Mittel 49,03

Schwefelbestimmung.

Substanz	schwefels. Baryt	Schwefel in Procenten
1,120	1,581	19,40
0,916	1,327	19,91
0,940	1,333	19,49
0,839	1,225	20,06
		Mittel 19,71

Nach diesen Ermittelungen läfst sich die Zusammensetzung des Körpers durch die empirische Formel

$$Se\,SO_3$$

ausdrücken, welche erfordert:

Selen 49,68 Proc.
Schwefel 20,12 „

Demnach ist der Körper eine dem Dithionoxyde analog zusammengesetzte Verbindung, in welcher 1 Atom Schwefel durch 1 Atom Selen vertreten wird. Beide Körper bilden sich durch unmittelbare Addition von einem Atom Schwefel, resp. Selen zu Schwefelsäureanhydrid. Die bei der Zersetzung mit Wasser auftretenden Produkte sprechen dafür, dafs in beiden Verbindungen die Lagerung der Atome eine analoge ist. In beiden Fällen befindet sich in

der bei der Zersetzung erhaltenen Flüssigkeit als wesentliches Produkt Schwefelsäure neben etwas schwefliger Säure; bei der Zersetzung der Selenverbindung tritt etwas selenige Säure auf, und unter den Zersetzungsprodukten des Dithionoxydes finden sich kleine Mengen unterschwefliger Säure, oder einer ihr ähnlichen Polythionsäure. Der gröfste Theil der aufgenommenen Elemente, Schwefel resp. Selen, scheiden sich als solche bei der Zersetzung mit Wasser ab. Ueber die Constitution dieses Körpers lassen sich gleichfalls nur Vermuthungen aussprechen, weil es ebenso wenig wie bei dem Dithionoxyde gelungen ist, denselben in Verbindungen einzuführen.

Obgleich das Ammoniak auf den Körper unter Bildung einer braunroth gefärbten Substanz reagirt, so gelang es, wie auch bei dem Dithionoxyd, nicht, eine bestimmte Verbindung zu isoliren, weil die Reaction gleichfalls sehr heftig ist und trotz versuchter Abkühlung eine partielle Zersetzung der entstandenen Verbindung wieder vor sich geht.

Verhalten zu Schwefelsäure.

Die Verbindung verhält sich ähnlich wie das Dithionoxyd zur Schwefelsäure. Sie ist wie letzteres in reinem Anhydrid unlöslich, scheidet sich, wie oben erwähnt, im Momente der Bildung vollständig ab, so dafs sie leicht davon getrennt werden kann. Dabei bleibt das reine Anhydrid farblos. Von hydrathaltigem Anhydrid wird sie dagegen gelöst, und aus der dabei sich bildenden, intensiv grün gefärbten Flüssigkeit kann die Verbindung nicht abgeschieden werden. Enthält das Lösungsmittel soviel Anhydrid, dafs es beim Abkühlen erstarrt, so bilden sich warzenförmige Krystallgruppen, welche durch die Selenverbindung mehr oder weniger grün gefärbt sind.

In rauchendem Vitriolöle löst sich der im zertheilten Zustande gelb gefärbte Körper mit intensiv grüner Farbe auf, und eine solche Flüssigkeit verhält sich nun wie eine Lösung von Selen in rauchender Schwefelsäure. Sie kann wie jene, ohne ihre Farbe zu verändern, aufbewahrt wer-

den, wenn sie vor dem Zutritte der Feuchtigkeit geschützt wird. Eine solche Lösung wird durch Wasser unter Abscheidung der gröfsten Menge des gebundenen Selens zersetzt. Aus den Lösungen des Selens in Schwefelsäure werden, wie der Verfasser ermittelte, von 100 Theilen gelösten Selens 94—96 Theile beim Verdünnen mit Wasser wieder abgeschieden. Die Lösungen entfärben sich beim Erhitzen, wobei unter Oxydation des Selens zu seleniger Säure schweflige Säure entwickelt wird.

Das Verhalten der Verbindung $SeSO_3$ zu Schwefelsäure erklärt den bei der Einwirkung von Selen auf Vitriolöl statthabenden, streitigen Vorgang. Es bildet sich nämlich aus dem im Vitriolöle enthaltenen Anhydride, resp. aus den an Anhydrid reicheren Verbindungen und dem Selen unsere, im isolirten, zertheilten Zustande gelb gefärbte Verbindung und löst sich dann mit grüner Farbe in der Säure auf. Die auf diese Weise entstandenen Lösungen verdanken ihre Färbung jener Verbindung und nicht dem, wie man annahm, im freien Zustande darin enthaltenen Selen. Für die Richtigkeit dieser Erklärung des fraglichen Vorganges sprechen folgende Gründe: Das Selen wird von englischer Schwefelsäure in der Kälte nicht aufgenommen, es bleibt die Säure farblos, weil auf das stabilere erste Hydrat das Selen nicht in der Weise wie auf die höheren, leichter zersetzbaren Hydrate reagirt, die Verbindung $SeSO_3$ nicht entsteht. Wird aber dieses Hydrat mit der bereits fertig gebildeten Verbindung in Berührung gebracht, so löst sich dieselbe in ihm auf und es entsteht nun eine grüne Flüssigkeit von den Eigenschaften der durch Einwirkung von Selen auf rauchendes Vitriolöl gebildeten Lösungen. Kochende englische Schwefelsäure löst, wie Gmelin beobachtete, das Selen gleichfalls unter Bildung einer grünen Flüssigkeit auf, welche indessen viel selenige Säure enthält.

Während, wie oben erörtert, das Dithionoxyd von dem ersten Hydrat der Schwefelsäure bereits unter Abscheidung von Schwefel zersetzt wird, löst sich die analoge

stabilere Selenverbindung in demselben und selbst in einer etwas mit Wasser verdünnten Säure auf. Bei einem gewissen Verdünnungsgrade aber findet unter Abscheidung von Selen eine Zersetzung statt. Bei vorsichtiger Vermischung der grünen Lösung mit entsprechend verdünnter Säure läfst sich eine der braun gefärbten Schwefellösung analoge Selenlösung hervorbringen. Bevor nämlich die Ausscheidung des Selens eintritt, findet wie beim Schwefel, ein Farbenwechsel der Flüssigkeit statt. Der grüne Farbenton ändert sich in ein schmutziges Braun, und die so gefärbte Lösung verhält sich ähnlich der Schwefellösung. Sie zersetzt sich leicht bei weiterer Verdünnung, sowie beim Erwärmen, zerfällt auch nach einiger Zeit von selbst, wobei rothes Selen sich ausscheidet.

Ich habe die Concentrationsgrade ermittelt, bei welchen einerseits die Umänderung der Farbe und andererseits die Zersetzung stattfindet und Folgendes gefunden:

In einer Schwefelsäure von der Dichte 1,806, welche ca. 88 Proc. erstes Hydrat enthält, ist die Selenverbindung mit brauner Farbe löslich, während eine Säure von der Dichte 1,761, ca. 83 Proc. erstes Hydrat enthaltend, auf der Gränze der Verdünnung steht, so dafs die darin mit brauner Farbe gelöste Selenverbindung nur kurze Zeit sich unzersetzt erhält und sowohl in der Kälte als namentlich beim Erwärmen unter Ausscheidung von Selen zersetzt wird. Im Allgemeinen gleichen sich also das Dithionoxyd und die analoge Selenverbindung auch in ihrem Verhalten zu Schwefelsäure; die gröfsere Stabilität der Selenverbindung macht sich auch in diesen Lösungen geltend.

Der Verfasser ist mit der Untersuchung der bei der Reaction des Tellurs und des Jods auf Anhydrid sich bildenden Körper beschäftigt.

III. *Studien aus dem mineralogischen Museum der Universität Kiel; von Prof. Dr. A. Sadebeck.*

1. Ein neues Zwillingsgesetz im regulären System, beobachtet am gediegen Eisen.

G. Rose[1]) erwähnt ein schönes hexaëdrisches Spaltungsstück von künstlich dargestelltem Eisen, dessen Hexaëderkante 4 Decimeter mifst und über dessen Ursprung er nur angiebt, dafs er es Mitscherlich verdankt. Nach seinem Tode fand ich dieses Stück unter den Sachen, welche noch zur Verarbeitung bestimmt waren, was mich veranlafste die Untersuchung dieses Stückes aufzunehmen.

Zunächst zeigt dasselbe sehr schön die zuerst von Neumann[2]) am Meteoreisen von Braunau beschriebenen Aetzlinien, welche am künstlichen Eisen von Prestel[3]) erkannt wurden. Es sind Linien, welche theils nach den Diagonalen der Hexaëderfläche, theils von den Ecken nach den Mittelpunkten der gegenüberliegenden Seiten verlaufen. Dieser Verlauf bestimmte Neumann, sie auf Zwillingsbildung nach dem gewöhnlichen Gesetz, Zwillingsaxe eine rhomboëdrische Axe zurückzuführen, in der Weise, dafs man es mit zwei durcheinandergewachsenen Hexaëdern zu thun hat, wie sie z. B. sehr schön beim englischen Flufsspath vorkommen. Tschermak[4]) hat neuerdings diese Erklärung aufgenommen und durch annähernde Messungen bestätigt. Der Verlauf der oben angegebenen Linien kann von zwei Formen des regulären Systems her-

1) G. Rose, Beschreibung und Eintheilung der Meteoriten, Akademie der Wissenschaften, Berlin 1864.

2) Neumann, naturwissenschaftliche Abhandlungen, herausgegeben von W. Haidinger 1849, Bd. III, Abhdl. 2, S. 45.

3) Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse der Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. 15, S. 355.

4) Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse der Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. 70, Novemberheft.

rühren, von den Triakisoktaëder ($a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{2}a$) und dem Ikositetraëder ($a : a : \frac{1}{2}a$). Beide Formen haben eine sehr einfache Beziehung zu dem gewöhnlichen Zwillingsgesetz, indem bei diesem Gesetz die Hexaëderflächen des einen Individuums dieselbe Lage haben, wie drei Flächen des Triakisoktaëders des andern; die Flächen des Ikositetraëders sind die auf der Zwillingsebene senkrechten Zusammensetzungsflächen. G. Rose schloſs sich dieser Deutung nicht unbedingt an, sondern neigte sich am meisten zu der Annahme, daſs es Aetzfiguren seyen, ähnlich denen von Leydolt am Quarz beobachteten u. a. Allerdings kommen dieselben beim Aetzen zum Vorschein, aber es sind nicht die bei anderen Mineralien durch Aetzung hervorgerufenen kleinsten erkennbaren Individuen, sondern Zwillingslamellen, wie sie in ähnlicher Weise bei gewissem Kalkspath zum Vorschein kommen, eingeschaltet nach dem ersten stumpfern Rhomboëder, wenn derselbe einer Auflösung unterworfen war. Die wirklichen Aetzfiguren kommen beim gediegenen Eisen nur undeutlich zur Erscheinung, es sind runde Vertiefungen, welche zum Theil noch die Flächen von Hexakisoktaëdern erkennen lassen.

Auſser den Aetzlinien sind auf vorliegendem Stück mehr minder breite Lamellen nach den Diagonalen der Hexaëderfläche angeordnet, deren Verlauf sich auf den äuſseren Hexaëderflächen nicht verfolgen läſst, da dieselben keinen frischen Bruch darstellen, sondern abgeschliffen sind. Diese Lamellen ragen zum Theil über die Hexaëderfläche hinaus und erscheinen als abgerissene Blättchen auf derselben (Fig. 1, Taf. IV). Deshalb lag die Vermuthung nahe, daſs es nur Theile von Lamellen wären, die nach dem gewöhnlichen Gesetz eingeschaltet bei der Herstellung der Spaltungsfläche durch Zerreiſsen sich abgelöst hätten und in Folge dessen in der durch die Diagonale der Hexaëderfläche bestimmten Zone eine unbestimmte Lage eingenommen. Die Messung ergab jedoch, daſs sämmtliche Theilchen und Stäbchen in beiden Diagonalen der Hexaëderfläche gegen dieselbe eine gleiche

Neigung von $144\frac{3}{4}^0$ haben. Die Beständigkeit dieses Winkels schliefst ein ungesetzmäfsiges Ablösen der Lamellen aus, der Winkel selbst aber lehrt, dafs die Lamellen nicht nach dem gewöhnlichen Zwillingsgesetz eingeschaltet sind, da in diesem Falle der Winkel 109° 28′ betragen müfste. Auch das neue Zwillingsgesetz, welches ich [1]) beim Bleiglanz aufgefunden habe und nach welchem in Spaltungshexaëdern Zwillingslamellen eingeschaltet sind, kann es nicht seyn. Bei diesem Gesetz, bei welchem die Normale einer Fläche des Triakisoktaëders $(a : \frac{1}{4}a : \frac{1}{4}a)$ Zwillingsaxe ist, bilden zwei in den Diagonalen zusammenstofsende Hexaëderflächen einen Winkel von 159° 57′. Daraus folgt, dafs hier die Lamellen nach einer Fläche angeordnet sind, welche zwischen dem Oktaëder und Triakisoktaëder $(a : \frac{1}{4}a : \frac{1}{4}a)$ liegt. Nimmt man nach Analogie mit den Bleiglanzzwillingen die Ebene als Zwillingsebene, welche den Winkel zweier in der Diagonale sich treffender Hexaëderflächen halbirt, also hier den Winkel von $144\frac{3}{4}^0$, so ergiebt die Rechnung, dafs diese Ebene einem Triakisoktaëder $(a : \frac{9}{20}a : \frac{9}{20})$ angehört. Das Gesetz lautet mithin: *„Zwillingsaxe die Normale einer Fläche des Triakisoktaëders* $(a : \frac{9}{20}a : \frac{9}{20}a)$“; Zwillingsebene zugleich Zusammensetzungsfläche. Dabei lag es nahe hier den Versuch zu machen, eine Correktur anzubringen, derart, dafs dem Triakisoktaëder das Zeichen $(a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{2}a)$ gegeben würde, dann würde bei rückwärts ausgeführter Rechnung der oben zu Grunde gelegte Winkel 141° 4′ betragen, also beinahe 4° weniger, als die Messung ergeben hat, ein Unterschied, welcher weit aufserhalb des wahrscheinlichen Fehlers liegt. Berechnet man dagegen unter Zugrundelegung von $(a : \frac{9}{20}a : \frac{9}{20}a)$ den betreffenden Winkel, so erhält man 144° 44′, was fast genau mit dem gemessenen Winkel stimmt. Die auf der angenommenen Zwillingsebene, senkrechte Ebene, gehört einem Ikositetraëder $(a : a : \frac{20}{69}a)$ an. Das Gesetz gewinnt dadurch bedeutend an Einfachheit, dafs bei zwei

1) A. Sadebeck, über die Krystallisation des Bleiglanzes; Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft 1874, S. 617.

nach diesem Gesetz zwillingsartig verbundenen Hexaëdern (Fig. 2, Taf. IV) je zwei in den Diagonalen zusammentreffende Hexaëderflächen eine sehr einfache Beziehung haben, die Flächen des einen Individuums sind auf das Axenkreuz des andern übertragen Flächen des Ikositetraëders ($a : a : \frac{1}{2} a$). Ferner entsprechen den Oktaëderflächen in dieser Diagonalzone bei dem einen Individuum Dodekaëderflächen des andern und umgekehrt.

Es ist sehr wahrscheinlich, dafs diese Zwillingsbildung durch das Zerreifsen des Eisens hervorgerufen worden ist, in ähnlicher Weise, wie Reusch [1]) beim Kalkspath durch Pressung Zwillingslamellen nach dem ersten stumpferen Rhomboëder erhalten hat; man müfste sie demnach als eine Folge der Gleitbarkeit des Eisens betrachten. Versuche mit geeignetem Material würden die Sache vielleicht feststellen lassen.

2. Ueber Zwillingsstreifung beim Titaneisen und Eisenglanz.

Den Zwillingsstreifen hatte G. Rose stets eine besondere Beachtung gewidmet und wie die Streifen des Eisens, so hatte er noch diejenigen des Korundes, Eisenglanzes und Titaneisens speciell bearbeiten wollen. Daraus erklärt es sich auch, dafs er der Streifung an den Eisenglanzkrystallen von Najornoj bei Beresowsk in seiner Reise nach dem Ural nicht vorläufig Erwähnung gethan hat, sondern nur in seinen Vorlesungen. Neuerdings hat Herr M. Bauer [2]) diese Streifen beim Eisenglanz und Korund beschrieben und gezeigt, dafs dieselben auf das Gesetz „Zwillingsaxe die Normale einer Fläche des Hauptrhomboëders“ zurückzuführen sind. M. Bauer hat nach diesem Gesetz eingeschaltete Lamellen bei den oben erwähnten uralischen Eisenglanzkrystallen gleichfalls beobachtet und führt sie noch bei Tyroler Krystallen an. Diesen Fundorten kann ich noch einen „Elba“ hinzufügen. Im Berliner mineralogischen Museum befindet sich eine

1) Reusch, diese Annalen Bd. 132, S. 441.

2) Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft, 1874, S. 186.

Druse aus Elba mit Krystallen, welche deutlich die eingeschalteten Lamellen erkennen lassen.

Vom Titaneisen sagt M. Bauer, dafs diese Lamellarstructur hier nicht oder wenigstens nicht deutlich wahrzunehmen ist. Eine sorgsame Betrachtung der in Serpentin eingewachsenen Titaneisenkrystalle von Snarum lehrt jedoch, dafs diese Krystalle reich an mehr minder dicken Lamellen sind, welche theils durch den ganzen Krystall hindurchgehen, theils im Innern plötzlich endigen und besonders der Endfläche ein gegittertes Aussehen geben, wenn sie nach verschiedenen Rhomboëderflächen eingeschaltet sind.

Nach Analogie der im Kalkspath nach dem Gesetz: „Zwillingsaxe die Normale einer Fläche des ersten stumpfern Rhomboëders" eingeschalteten Lamellen müssen auch hier im Innern hohle Kanäle vorhanden seyn, wenn sich verschiedene Lamellensysteme kreuzen. Diese Kanäle entziehen sich jedoch der Beobachtung. Die Analogie mit dem Kalkspath läfst auch weiter vermuthen, dafs die Lamellen eine Folge der Gleitbarkeit sind, wie ich es vorhin beim gediegen Eisen für wahrscheinlich gehalten habe. Für diese Annahme spricht noch der Umstand, dafs bei vorhandenen Lamellen eine Absonderung nach den Flächen des Hauptrhomboëders stattfindet, welche man früher besonders beim Korund für Spaltbarkeit gehalten hat.

3. Weifsbleierzzwilling nach dem Gesetz, Zwillingsaxe die Normale einer Fläche des verticalen Prismas ($a : 3b : \infty c$).

Zwillinge nach dem Gesetz: *„Zwillingsaxe die Normale einer Fläche des verticalen Prismas* ($a : 3b : \infty c$)" wurden zuerst von v. Kokscharow[1]) aus der Altaischen Grube Solotuschinsk beschrieben. Später fand A. Schrauf[2]) Zwillinge nach demselben Gesetz bei Rezbánya und Leadhills. Diesen Fundorten kann ich noch einen hinzufügen, Grube

1) *Mémoires de l'Acad. Imp. d. sc. de St. Pétersbourg VII. sér. Tome XVI*, No. 14, S. 9, Fig. 19 u. 20.

2) Tschermak, mineralogische Mittheilungen 1873, Heft III, S. 207.

Diepenlienchen bei Aachen [1]), wo diese Zwillinge in ziemlicher Gröfse und vollkommener Ausbildung vorkommen, so dafs über das Zwillingsgesetz kein Zweifel seyn kann. Wegen der Bedeutung, welche diese Zwillinge für die Theorie der Zwillinge überhaupt haben, sowie wegen ihrer eigenthümlichen an Hemimorphie erinnernden Ausbildung schien es mir wichtig Beschreibnng und Zeichnungen derselben zu liefern. Die zu dem Zwilling verbundenen Individuen sind Combinationen des verticalen Hauptprismas $g\,(a:b:\infty c)$, der Längsfläche $b\,(\infty a:b:\infty c)$, des Längsprismas $\frac{1}{2}f\,(\infty a:b:\frac{1}{2}c)$, zu welchem auch noch $2f(\infty a:b:2c)$ hinzutritt; die Krystalle sind in der Richtung der a-Axe, d. h. der kürzeren Axe verlängert. Man erhält den Zwilling (Fig. 3 *a* und *b*, Taf. IV in schiefer und horizontaler Projection), wenn man ein Individuum parallel der Zwillingsebene durchschneidet und die beiden Hälften um 180° gegeneinander dreht, so dafs die Zusammensetzungsfläche die Zwillingsebene ist. Es entstehen auf diese Weise herzförmige Zwillinge; auf der einen Seite, bei der Figur vorn stofsen an der Zwillingsgränze Prismenflächen der beiden Individuen unter dem stumpfen Winkel von 174° zusammen, an der entgegengesetzten Seite die Längsflächen unter einem spitzen Winkel. Fig. 3 *b*, Taf. IV stellt eine Zwilllingsbildung in vollkommen regelmäfsiger Ausbildung dar, die schiefe Projection zeigt den Zwilling, wie er in der Natur vorkommt. Diese Figur macht das eigenthümliche Verhalten anschaulich, welches weder v. Kokscharow noch A. Schrauf bei Zwillingen nach diesem Gesetz erwähnt, dafs die Krystalle in Bezug auf die *b*-Axe verschieden ausgebildet sind. An dem Ende der Axe, welches an der Zwillingsgränze liegt, ist das Längsprisma $\frac{1}{2}f$ vorhanden, an dem andern Ende, welches nach aufsen liegt, das steilere $2f$. Diese an Hemimorphie erinnernde eigenthümliche Ausbildung findet in der Zwillingsbildung ihre Erklärung, indem hier, wie bei Zwil-

1) G. Rose und A. Sadebeck, das mineralogische Museum der Universität Berlin, 1874, S. 9.

lingskrystallen überhaupt die Fortbildung an der Zwillingsgränze am stärksten stattfindet, so dafs daduch die einspringenden Winkel weniger hervortreten, und allmälig mehr und mehr verdeckt werden. Ein ganz analoges Verhalten zeigen die Durchwachsungszwillinge des Flufsspathes, Fahlerzes, Chabasits etc. Die Tektonik der Krystalle findet in der Richtung der *a*-Axe statt, die Sublindividuen sind Längsprismen, welche eine reiche Intermittenz nach aufsen haben, wodurch die Krystalle in der Zone der *a*-Axe gestreift sind und nach aufsen zuweilen bauchig werden. Während die an der Zwillingsgränze nach innen liegenden Flächen vollkommen und scharf mefsbar sind, so sind die nach aufsen liegenden unvollkommen und gehören zum Theil vicinalen Flächen an, so dafs man beim Messen eine ganze Anzahl Reflexe erhält, welche sich nicht weiter fixiren lassen. Das Ganze kommt also gewissermafsen auf eine Verkümmerung nach aufsen hinaus.

Die theoretische Bedeutung dieser Zwillinge beruht darin, dafs das Prisma, welchem die Zwillingsebene angehört, zum verticalen Hauptprisma eine einfache Beziehung hat, indem je zwei Flächen beider Prismen nahezu rechtwinklig zu einander stehen. Denkt man sich jedes der beiden Prismen mit der Längsfläche combinirt, so werden beide Prismen nahezu reguläre Sechsecke seyn, von denen das eine gegen das andere um 30° gedreht erscheint. G. vom Rath[1]) lieferte zuerst beim Humit den Beweis, dafs die Flächen zweier Prismen, welche in einer derartigen Beziehung zu einander stehen, Zwillingsebenen seyn können und zeigte, dafs bei einem Durchkreuzungsdrilling nach dem Gesetz Zwillingsebene eine Fläche des verticalen Hauptprismas die Individuen I und III nahezu dieselbe Lage haben, wie I und II nach vorliegendem Gesetz. Beim Weifsbleierz beträgt der Winkel, welchen die Prismenflächen der Individuen I und III beim gewöhnlichen Durchwachsungsdrilling machen, 171°, gegen 174° bei vorliegendem Gesetz. Der Unterschied von 3°

1) Diese Annalen, Ergänzungsband V, Stück 3.

liefs sich bei der deutlichen Meſsbarkeit der Krystalle mit Sicherheit feststellen.

4. Ueber einen eigenthümlich ausgebildeten Oligoklaskrystall von Bodenmais in Bayern.

Herr Seligmann in Coblenz übergab mir aus seiner Sammlung einen lauchgrünen Zwillingskrystall von Bodenmais, da er der Bestimmung als Kreittonit nicht traute. Der besagte Krystall sieht auf den ersten Blick ganz ebenso wie ein Spinellzwilling aus, bei genauerer Betrachtung erkennt man, daſs die der Zwillingsebene parallelen dreiseitigen Flächen keine gleichseitigen, sondern ungleichseitigen Dreiecke sind. Die Messungen, welche ich anstellen konnte, sind zwar nicht scharf, genügen aber vollkommen, um die Oligoklaswinkel zu erkennen.

Fig. 3, Taf. IV stellt einen einfachen Krystall dar, welcher dem rechten Individuum des Zwillings Fig. 4, Taf. IV entspricht. Dieser Zwilling erhält die eigenthümliche dreiseitige Gestalt dadurch, daſs vorn die Prismenflächen und hinten die Flächen o und x beider Individuen stark ausgedehnt sind, wodurch hinten die Prismenflächen ganz verdrängt werden. Die Aehnlichkeit mit dem Spinellzwilling tritt noch besonders durch den einspringenden Winkel hervor, welchen P und $\underline{P}$ vorn bilden, indem die P-Flächen eine ähnliche dreiseitige Gestalt haben, wie die Oktaëderflächen, welche bei dem gewöhnlichen Oktaëderzwilling den einspringenden Winkel bilden; dasselbe ist noch bei den Flächen y und $\underline{y}$ der Fall, jedoch weniger deutlich, als bei den P-Flächen.

Der Zwilling selbst ist nicht ganz so regelmäſsig ausgebildet, wie ihn die Figur darstellt; die rechte Hälfte ist mehr verkürzt und aufserdem sind einige Zwillingslamellen eingeschaltet.

G. vom Rath [1]) giebt den Winkel

1) Diese Annalen, Bd. 138, S. 449.

$M|O = 114^0\ 50'$ an, die Messung ergab $114^0\ 45'$

$T|M = 118^0\ 20'$ an, die Messung ergab $118^0\ 30'$.

Dieser Zwilling liefert ein schönes Beispiel dafür, dafs die Natur äufserlich ähnliche Gestalten bei den verschiedensten Krystallsystemen darstellen kann.

5. Ueber eine Vorrichtung am Fernrohrgoniometer zur Erleichterung des Centrirens.

Das Kieler mineralogische Museum besitzt ein von Herrn Mechaniker Fuess in Berlin angefertigtes Fernrohrgoniometer mit horizontalem Kreis, welches bei den Messungen ganz vorzügliche Resultate liefert. Der Horizontalkreis gewährt den Vortheil, dafs man gröfsere Krystalle, und solche, welche auf Drusen aufsitzen, befestigen kann und dafs die Axe des Instrumentes keinen Biegungen ausgesetzt ist, wie es bei verticalem Kreise leicht der Fall seyn kann. Zu den Messungen selbst gehört jedoch eine gröfsere Uebung, als bei verticalem Kreise, indem das Auffinden des Reflexes hier entschieden schwieriger ist. Das richtige Erfassen der Reflexe ist aber dann sehr erleichtert, wenn der zu messende Krystall gut centrirt ist. Für die Messung selbst haben geringe Excentricitäten bei diesem Instrument keine Fehler zur Folge. Das Centriren bereitet hier dem Anfänger sehr grofse Schwierigkeiten, was wohl hauptsächlich darin seinen Grund hat, dafs kein sichtbares Centrum vorhanden ist, sondern dafs man lediglich darauf angewiesen ist, die Excentricität an dem Bogen zu erkennen, welchen bei Drehung des Krystalls die zu messende Kante beschreibt. Um von Anfang an keinen zu grofsen Excentricitäten ausgesetzt zu seyn, kann man sich zwar dadurch helfen, dafs man auf dem Schlitten des Centrirapparates Striche zieht, welche die Stellung angeben, in welcher sich der Justirapparat mit dem Tischchen im Centrum befindet, man kann dann weiter am Justirapparat Zeichen anbringen, welche die Stellung

angeben, in welcher das Tischchen horizontal und im Mittelpunkt centrirt ist. Man muſs dann vor jeder Messung Centrir- und Justirapparat einstellen und sich bemühen, die zu messende Kante schon beim Aufkleben nahezu in das Centrum zu bringen, was jedoch in vielen Fällen sehr schwierig ist.

Schafft man dagegen über dem Instrument ein sichtbares Centrum, so hat man eine vorherige Einstellung des Instrumentes nicht nöthig und übersieht sofort, in wie weit und nach welchen Richtungen der aufgeklebte Krystall excentrisch ist. Herr Fuess, welchen ich auf diesen Umstand hinwies, nahm sich sofort der Sache an und construirte folgende Vorrichtung Fig. 5, Taf. IV.

Dieselbe besteht in einem Bügel, welcher vor der Messung an Stelle des Object-Fernrohres an den Theilkreis angeschraubt wird. Am Ende des Bügels, über dem Centrum des Instrumentes befindet sich eine Hülse, in welche ein dünner Stahlcylinder paſst. Dieser Cylinder verläuft nach unten in eine Schneide mit einer Spitze; Schneide und Spitze gehen genau oder doch wenigstens sehr annähernd genau durch das Centrum des Instrumentes. Die Bequemlichkeit dieser Vorrichtung liegt auf der Hand, man kann ohne Benutzung des Beobachtungsfernrohres die zu messende Kante direct an die Schneide anlegen und dann, wenn man die Schneide so weit erhebt, daſs die Spitze gerade über dem Krystall liegt, noch genauer vermittelst des Fernrohres mit vorgeschlagener Lupe centriren, d. h. die zu messende Kante genau unter die Spitze bringen.

Diese Vorrichtung erspart besonders dem Anfänger viel Zeit, weshalb ich sie hiermit bestens empfehle.

IV. *Mittheilung über eine von dem verstorbenen Prof. J. J. Müller begonnene Untersuchung über den Einfluſs von Isolatoren auf elektrodynamische Fernwirkung;* von Dr. A. Kleiner.

(Eingesandt aus d. Vierteljahrsschrift d. Züricher Naturforsch. Gesellsch.)

I.

Professor J. J. Müller war im letzten Vierteljahr vor seinem Tode mit der experimentellen Untersuchung über den Einfluſs von Isolatoren auf die Induction beschäftigt aus der er herausgerissen wurde, als sich eben sichere Resultate zu zeigen anfingen; er theilte dieselben noch während der Krankheit Hrn. Prof. Dr. Fiedler bei dessen letzten Besuch in folgenden Worten [1]) mit:

1) „Isolirende Medien üben auf die Stärke der Induction den entgegengesetzten Einfluſs aus, wie der inducirte Magnetismus der Leiter.“
2) „Statische Elektricität, auf Isolatoren angehäuft, übt einen Einfluſs auf die Stärke der Induction aus.“ Er fügte hinzu: „Beides mit groſser Wahrscheinlichkeit.“

Die Bedeutung der vorliegenden Frage, sowohl für die Theorie der Induction, als im Weitern für unsere Anschauung über die Natur der Elektricität, ist einleuchtend; und weil der Verstorbene mit so groſser Energie sich der Aufgabe widmete und mit Zuversicht aus den bisherigen Versuchen auf positive Resultate schlieſsen zu können glaubte, so halten wir es für unsere Pflicht, hier die Versuchsmethode und die bisherigen Resultate mitzutheilen.

Die Versuche beabsichtigen eine Parallele zu finden zu dem Einfluſs von Isolatoren auf die Fernwirkung von

1) Siehe das Protokoll der Sitzung der Naturforsch. Gesellschaft zu Zürich vom 1. Februar a. c.

statischer Elektricität, den Erscheinungen der Dielektricität; es fragt sich also, ob dielektrische Körper [1]) nicht auch auf die Fernwirkung der dynamischen Elektricität einen Einfluſs haben; ein solcher ist bis jetzt nicht experimentell erwiesen [2]); es läſst sich aber *a priori* ein Einfluſs erwarten, wenn man bedenkt, daſs der im Isolator erzeugte Diamagnetismus den entgegengesetzten Einfluſs haben wird auf die Induction wie der Magnetismus eines leitenden Mediums, zufolge der entgegengesetzten Polarität; in dieser Beziehung würden die Versuche eine Ergänzung bilden zu den Versuchen Weber's mit den Wismuthstäben; es wäre eine neue Parallele gegeben zwischen Magnetismus und Diamagnetismus. Es fragt sich aber — und darauf ging Müller hauptsächlich aus — ob sich nicht noch eine weitere Abhängigkeit der Induction vom isolirenden Medium ergebe, die im Sinne der Maxwell'schen Theorie den Versuchen ein erhöhtes Interesse gäbe [3]).

Ueber die Verknüpfung der Versuchsresultate mit theoretischen Speculationen dieser Art, die dem Verstorbenen offenbar vorschwebten und welche wahrscheinsich die Veranlassung zur Untersuchung gewesen, liegen indessen keine weitern Data vor.

1) In den erwähnten Sätzen wird der Ausdruck Isolatoren gebraucht, wohl mit einer allgemeinen Auffassung für „dielektrische Körper". In der That wurden bei den Versuchen Substanzen von möglichst grofser Dielektricitätsconstante verwendet, Schwefel und Paraffin, die in genügender Quantität verwendbar sind.

2) Während des Drucks dieser Mittheilung ist im „*Philosophical Magazine*", März 1875, eine Abhandlung von Töpler *On the Experimental Determination of Diamagnetism by its Elektrical Inductive Action*" erschienen (auch diese Annal. Bd. 154, S. 600), die den Einfluſs ganz nach der Methode, wie Müller sie anwandte, zu eruiren sucht. Aus der Stellung des Themas in unserer Ueberschrift, welche aus dem Nachlaſs Müller's entnommen ist, geht hervor, daſs der Ausgangspunkt seiner Arbeit ein wesentlich allgemeinerer war als der der Arbeit von Töpler.

3) Eine ähnliche Frage ist untersucht von Schiller, „Pogg. Annalen Bd. 152, 4, S. 563, ohne Erfolg, und die Möglichkeit solcher Einflüsse dielektrischer Medien wurde erörtert von Helmholtz, „Sitzungsberichte der Berliner Akademie" 1871,

II.

Der erste der beiden Sätze bildet eine Antithese zu der Thatsache, dafs ein weicher Eisenkern, in eine Inductionsrolle gebracht, die Intensität der Inductionsströme verstärkt, eine Hülse weichen Eisens, *über* dieselbe Rolle geschoben, sie geschwächt. In den zu beschreibenden Versuchen trat daher einfach an die Stelle des weichen Eisens die isolirende Substanz, ein massiver und ein hohler Schwefelcylinder.

Da nur kleine Aenderungen der Stärke der Inductionsströme zu erwarten waren, so mufsten die Ströme selbst möglichst stark gemacht werden; die Messung der Stromstärke mufste aber, um genaue Beobachtung und grofse Empfindlichkeit zu erlauben, so eingerichtet werden, dafs nur kleine Ausschläge zu beobachten waren. Diesen beiden Bedingungen wurde durch folgende Compensationsmethode genügt, wie sie schon von Dove in dem Differentialinductor zu feinen Messungen angewandt wurde.

Der inducirende Strom durchlief zwei neben einander liegende Drahtrollen in entgegengesetztem Sinne; die in zwei innern Inductionsrollen entstehenden Inductionsströme hatten daher entgegengesetzte Richtung und konnte ihre Stärke durch Verschieben der innern gegen die äufsere Rolle leicht so gewählt werden, dafs sich die Wirkungen derselben auf die Galvanometernadel gerade aufhoben. Wurde die Stärke des einen derselben nun verändert, so war das Gleichgewicht aufgehoben und der jetzt folgende Ausschlag gab direct die Aenderung der Stromstärke an. Bei nicht vollkommener Compensation wurde die Differenz der Ausschläge beobachtet, die mit und ohne Einfluſs der isolirenden Substanz sich zeigten.

Vorläufige Versuche, bei welchen Rollen von blofs ein paar hundert Windungen verwendet wurden und der inducirende Strom von vier Chromsäureelementen kam, liefsen am Wiedemann'schen Galvanometer keine Aenderung der Stärke des Inductionsstrom erkennen, wenn *in* die eine Inductionsrolle und gleichzeitig *über* die andere ein Schwefel-

oder Paraffincylinder geschoben wurden. Es wurden freilich dabei auch blos einzelne Oeffnungs- und Schliefsungsinductionsschläge benutzt.

Die gesuchten Wirkungen waren also noch zu schwach, um beobachtet werden zu können; die Empfindlichkeit des Apparates konnte durch drei Mittel verstärkt werden, die sämmtlich nacheinander versucht wurden: Durch Anwendung stärkerer Inductionsströme, also stärkerer inducirender Ströme und gröfserer Rollen — dann durch die Steigerung der Empfindlichkeit des Galvanometers — und endlich durch Anwendung irgend einer Multiplicationsmethode bei Bestimmung der Stärke der Inductionsströme am Galvanometer. Der Dove'sche Disjunctor z. B., der Inductionsströme von gleicher Richtung anwenden läfst, hätte gröfsere und zugleich stationäre Ausschläge ergeben müssen.

III.

Es wurde nun als Inductionsapparat der elektro-magnetische Apparat von Rühmkorff benutzt, der zu Versuchen über Diamagnetismus und über die Drehung der Polarisationsebene des Lichts durch Kreisströme eingerichtet ist. In die Höhlung der Magnete wurden Inductionsrollen von zusammen 13,000 Windungen feinen Drahts gelegt; in die eine derselben konnte ein dünner Schwefelstab gelegt werden. Der inducirende Strom kam von 15 Bunsen'schen Elementen, einigemale von 50.

Der Apparat wurde zuerst so aufgestellt, dafs die beiden Magnete mit den Rollen für sich eine möglichst geringe Ablenkung der Galvanometernadel bewirkten; es war dies erreicht, wenn die Axe der Hohlmagnete annähernd senkrecht stand zur Verbindungslinie von Inductionsapparat und Galvanometer. Auf vollständige Compensation wurde verzichtet; es wurden also die Ausschläge beobachtet, welche durch Ueberwiegen der stärkeren Rolle erfolgten, mit und ohne Schwefelkern in derselben.

Das Galvanometer war ein empfindliches Wiedemann'sches mit guter Dämpfung. Es findet sich (das Beobach-

tungsjournal fand uns bewahrt Prof. Fiedler) über diese Versuche noch folgendes Protokoll:

Ablenkung durch die Magnete: 2 Scalentheile.

	Ablesung	Differenz	
1) mit Schwefel	328,5 — 360	31,5	
	330,5 — 299	31,5	31,5
	328,6 — 360	31,4	
	330,5 — 299	31,5	
2) ohne Schwefel	329,5 — 361,5	32	
	331,5 — 300,5	31	
	330 — 361	31	
	331,3 — 300,3	31	31,2
	329,3 — 360,7	31,4	
	330 — 361	31	
	329,3 — 360,7	31,4	
	331 — 300	31	
3) mit Schwefel	329,3 — 360	30,7	
	331 — 300,5	30,5	
	330 — 361	31	30,8
	331 — 360,8	30,8	
	330,3 — 361,7	31,4	
	332 — 301,5	30,5	
4) ohne Schwefel	330,3 — 361,5	31,2	
	332 — 300,7	31,3	31,4
	330,3 — 361,5	31,2	
	331,3 — 300,5	30,8	

Aus den drei letzten Versuchsreihen scheint hervorzugehen, dafs der Ausschlag gröfser war, wenn kein Schwefelkern eingeschoben war. Dies wäre im Sinn einer Verminderung der Stärke des betreffenden Inductionsstromes durch den Schwefel zu deuten, wenn letzterer in diejenige Rolle eingeschoben war, welche ursprünglich den schwächern Strom gab; der durch das Ueberwiegen der andern

Rolle bedingte Ausschlag mufste dann stärker werden. Dies scheint der Fall gewesen zu seyn.

Der Strom wurde einige Male aus Rücksicht auf die Elektromagnete gewechselt.

Die Aenderungen der Stromstärke waren jedenfalls klein gegenüber den zufälligen Aenderungen, welche die Ruhelage der Galvanometernadel zeigten und erfolgten nicht immer im gleichen Sinne; es wäre defshalb aus den Resultaten keine Ermuthigung zur Fortsetzung der Versuche zu ziehen gewesen, wenn es sich nicht gezeigt hätte, dafs die verwendeten Inductionsströme, einzelne für sich geprüft, sehr schwache waren, vielleicht noch schwächer, als in den Vorversuchen. Eine oberflächliche Prüfung ergab, dafs die Inductionswirkung im Innern des Rühmkorff'schen Apparats viel schwächer war, als aufserhalb.

Die Ursache der Schwächung der inducirenden Wirkung des doch ziemlich starken Stroms fand Müller in den Hohlmagneten, an deren Hohlfläche die elementalen Kreisströme eine dem inducirenden Strom entgegengesetzte Richtung haben, so dafs sie denselben nahezu compensiren.

Der betreffende Apparat ist daher nicht im Vortheil zu benutzen in Fällen, wo es sich um starke inducirende Wirkungen handelt [1]).

Da die Magnete nicht entfernt werden konnten, wurde der Apparat verworfen und schliefslich folgende Zusammenstellung gemacht und beibehalten:

IV.

Als inducirende Rollen dienten vier grofse Drahtrollen von einem sehr grofsen Elektromagnet, die zu zwei Säulen zusammengestellt wurden (vgl. Fig. 6 und 7, Taf. IV R.).

1) Dies beiläufige Versuchsresultat ist weiterer Prüfung werth. Nach Faraday verstärken dünne Eisenröhren die Drehung der Polarisationsebene einer Substanz, dicke vermindern sie; der erwähnte Rühmkorff'sche Apparat ist daher auch für die Untersuchung der Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten nicht günstig eingerichtet.

Der äufsere Durchmesser derselben betrug 250^{mm}, die Höhe beider zusammen 450^{mm}. Sie hatten eine innere Höhlung von 90^{mm} Durchmesser. In diese Höhlung wurden die Inductionsrollen (Fig. 6 und 7, J.) gestellt, die einen äufsern Durchmesser von 60^{mm} und einen innern von 27^{mm} hatten.

Die Zahl der Windungen jeder derselben war ziemlich genau 10000. Zwischen die grofse inducirende Rolle und die Inductionsrolle konnte ein hohler Schwefelcylinder (Fig. 6, 7, S.) mit den Radien 90 und 60 gebracht werden, während gleichzeitig in das Innere der andern Inductionsrolle ein massiver Schwefelstab gestellt werden konnte. Um die Rollen möglichst genau in einer einmal angenommenen Stellung zu fixiren, war die Fig. 6 angegebene Einrichtung getroffen: Diejenige Inductionsrolle, um welche herum der Hohlcylinder von Schwefel gelegt werden sollte, war fixirt durch einen centralen Holzcylinder, dessen oberes Ende durch Schrauben befestigt war; durch eine Sperrschraube konnte die Inductionsrolle vollkommen fest um diesen Stab geschoben werden. Diese Vorsichtsmafsregel war nothwendig, weil bei der so grofsen Empfindlichkeit des Galvanometers die kleinste Verschiebung der Inductionsrolle eine Aenderung der Stärke der Inductionsströme hervorrufen konnte; die vergleichbar war mit der zu suchenden, vom Einfluſs des isolirenden Mediums herrührenden. Die andere Inductionsrolle, deren Inneres die massive Schwefelstange aufnehmen sollte, wurde am Boden durch eine Versenkung, oben durch einen Messingring fixirt; letzterer konnte mit sammt der Rolle durch einen gröfseren äufsern Ring auf Stellschrauben gehoben und gesenkt und es konnte dadurch im Anfang einer Versuchsreihe die Wirkung dieser Inductionsrolle mit grofser Annäherung gleich der der andern gemacht werden. Durch Regulirung der Schrauben konnte man die Compensation beliebig weit treiben.

Die Zuleitungsdrähte zu diesem Inductionsapparate wurden, da die kleinste Verschiebung derselben sich am Galvanometer bemerklich machte, in paralleler Richtung

am Boden befestigt und in derselben Weise die Leitungsdrähte der Inductionsströme zum Galvanometer geführt.

Starke inducirende Ströme konnten nicht gebraucht werden, weil die Contactstellen sonst verbrannten und so keine vergleichbaren Inductionsströme erhalten wurden. Es wurden deswegen blofs 15 Bunsen'sche Elemente verwendet.

Eine directe constante Einwirkung des Hauptstromes in den Zuleitungsdrähten, den grofsen Rollen und der in der Küche nebenan befindlichen Batterie auf das Galvanometer wurde dadurch paralysirt, dafs der Strom durch einen Wheatstone'schen Rheostaten in die Nähe des Galvanometers (W, Fig. 7, Taf. IV) geschickt wurde, ehe er durch die inducirende Rolle ging. Die Stellung und die Anzahl der wirksamen Windungen im Rheostaten konnte mit grofser Sicherheit und Feinheit so regulirt werden, dafs die Fernwirkung derselben auf das Galvanometer die Summe der erwähnten übrigen directen Einflüsse aufhob, so dafs also auf das Galvanometer blofs die Inductionsströme wirkten. (Die Zusammenstellung der Apparate zeigt schematisch dargestellt Fig. 7, Taf. IV Ansicht von oben).

Um das Galvanometer empfindlicher zu machen, wurde die dämpfende Kupferkapsel weggenommen und dafür der Magnet durch beidseitig angebrachte Papierscheiben abgeschlossen; dadurch wurde zugleich ermöglicht, die beiden Drahtrollen des Galvanometers möglichst nahe an den Ringmagnet zu schieben. Da eine Dämpfung nicht wohl zu entbehren war, so wurden in der Axe der Galvanometerrollen in einiger Distanz zwei andere Rollen (rr') aufgestellt, durch welche vom Beobachtungsort aus in entgegengesetzten Richtungen von zwei besonderen Elementen (E., Fig. 7) Ströme geschickt werden konnten. Nach gemachter Beobachtung wurden durch Schliefsen des einen Stroms die Schwingungen nach rechts, durch Schliefsen des andern diejenigen nach links geschwächt, so dafs eine ziemlich wirksame Dämpfung hergestellt war.

Anfänglich wurden wieder nur einzelne Oeffnungs- und

Schliefsungs-Inductionsschläge benutzt. Das Oeffnen und Schliefsen geschah mittelst eines Telegraphentasters mit Platincontacten. Um die Wirkungen zu vergröfsern, wurde schliefslich immer die Umlegemethode angewandt [1]), es wurde sechsmal nach einander in Uebereinstimmung mit der Schwingungsdauer der Galvanometernadel geschlossen und geöffnet und die letzten Ausschläge abgelesen. Andere Methoden, die Wirkungen zu multipliciren, erwiesen sich nicht als praktisch. Bei allen Interruptoren waren die verschiedenen Contacte zu ungleich oder wurden sehr bald durch die starken Ströme verdorben, so dafs es nicht gelang, stationäre Ablenkungen zu erhalten [2]).

Die Distanz des Fernrohrs vom Spiegel betrug circa 3 Meter.

Ueber diese Versuche finden sich folgende Tabellen vor:

	Ausschl.	Diff.	
Schwefel	313,8 — 300,5	13,2	
	318,8 — 302	11,8	12,1
	313,9 — 302,5	11,4	
Ohne Schwefel	313,8 — 301	12,8	
	314 — 302,5	11,5	12
	313,7 — 302	11,7	
Schwefel	313,8 — 301	12,8	
	313,7 — 301	12,7	12,9
	313,7 — 300,5	13,2	
	314,3 — 301,3	13	
	314,3 — 302	12,3	12,3
	314,3 — 302,8	11,5	

1) Vergl. Weber, elektrodynam. Maafsbestimm. Bd. II, S. 346.

2) Ein von Müller eigens zu diesem Zwecke bestellter Interruptor mit Quecksilbercontacten, der durch die Helmholtz'sche elektromagnetische Rotationsmasschine mit constanter Geschwindigkeit getrieben werden sollte, ist seither eingetroffen; es ist indessen auch mit diesem bis jetzt noch nicht vollständig gelungen, stationäre Ausschläge zu erhalten.

Schwefel	314,5 — 300	14,5	
	314,6 — 300	14,6	14,4
	314,7 — 300,5	14,2	
Ohne Schwefel	314,5 — 301	13,5	
	314,7 — 301	13,7	13,1
	314,7 — 302,5	12,2	
Schwefel	314,8 — 302	12,8	
	315,1 — 301,5	13,6	12,9?
	215,2 — 302,8	12,4	
Ohne Schwefel	315,4 — 301,5	13,9	
	315,5 — 302	13,5	13,8
	315,4 — 301,3	14,1	
	315,6 — 302	13,6	
	315,9 — 302,3	13,6	13,9
	315,9 — 301,5	14,4	

Da nach einer Notiz in diesen Versuchen der Ausschlag bewirkt wurde durch Ueberwiegen der Induction in derjenigen Rolle, die nachher mit dem Schwefelcylinder umgeben wurde, so hatte letzterer nach obiger Tabelle eine Verstärkung zur Folge, in Uebereinstimmung mit Satz 1.

Weiter findet sich folgende Serie:

Schwefel	300,9 — 347	46,1	
	300,8 — 343	42,2	44,4
	300,7 — 345,5	44,8	
Ohne Schwefel	300,7 — 348?		
	299,8 — 341,8	42	
	299,2 — 343,3	44,1	42,7
	298,9 — 341	42,1	
Schwefel	298,5 — 342	43,5	
	298,8 — 341	42,2	43,2
	398,7 — 342,5	43,8	

Ohne Schwefel	298,3 — 342,3	44,0	
	298,3 — 338	39,7	41,8
	298,3 — 340	41,7	
Schwefel	298,7 — 340	41,3	
	298,7 — 340,8	42,1	41,6
	298,7 — 340	41,3	
Ohne Schwefel	299,2 — 342,5	43,3	
	299,2 — 341,3	42,1	42,7
	299,7 — 342,3	42,6	
Schwefel	299,7 — 345	45,3	
	299,8 — 342,3	42,5	43,3
	299,7 — 341,9	42,2	
Ohne Schwefel	299,8 — 341,3	41,5	
	299,7 — 344	44,3	43,1
	299,7 — 343,3	43,6	

Auch aus dieser Versuchsreihe ergiebt sich dasselbe Resultat, es wurde sechsmal geöffnet und geschlossen, ehe abgelesen wurde.

Unter Anwendung beider Schwefelmassen und unter übrigens denselben Umständen ergaben sich folgende Resultate:

Ohne Schwefel	301 — 324	23	
	300 — 322	22	
	299,5 — 321,5	22	22,2
	298 — 320,8	22,8	
	298,8 — 320	21,2	
2 Schwefel	293,3 — 316	22,7	
	292,7 — 316,5	23,8	
	292,8 — 318	25,2	23,7
	293 — 318	25	
	293,5 — 515,5	22	

Ohne Schwefel	295,8	— 319	23,2	
	296,7	— 319,9	23,2	
	297	— 319,8	22,8	22,8
	297,2	— 320,2	23,0	
	297,3	— 320	22,7	
2 Schwefel	296,8	— 319,3	22,5	
	296,3	— 318	21,7	
	295,3	— 319	23,7	22,5
	294,8	— 317,8	23,0	
	295	— 316,5	21,5	
Ohne Schwefel	294	— 316	22	
	294,3	— 317	22,7	
	293,5	— 316	22,5	22,5
	292,8	— 315,8	23,0	
	292	— 314,5	22,5	
2 Schwefel	293	— 317	24	
	294,8	— 318	23,2	
	294,7	— 317	22,3	22,9
	295,3	— 317	21,7	
	296	— 319,5	23,5	
Ohne Schwefel	299,3	— 321	21,7	
	299,6	— 323	24,4	
	298,6	— 322	24,4	23,0
	298,2	— 321,7	23,5	
	297,5	— 320,3	22,8	

Nach Notizen über das ursprüngliche Stärkeverhältnifs der Inductionsströme der beiden Rollen ist zu schliefsen, dafs die Wirkung des Isolators dem Satz 1 entsprach. Ebenso in einer letzten Folge von Versuchsreihen:

308,4	— 332,2	23,8	
306,5	— 333,5	27,0	
306,4	— 334	27,6	26,4
306,8	— 334	27,2	
307	— 333	26	
307	— 334	27	

2 Schwefel	309,2	— 336	26,8	26,7
	307,5	— 335	27,5	
	207,7	— 333	25,3	
	307	— 324	27	
	307,2	— 333	25,8	
	306,8	— 333,5	26,7	
	308,8	— 335	26,2	25,6
	308,8	— 335,5	26,7	
	209,3	— 337?		
	309	— 334	25	
	309,2	— 334	24,8	
	308,8	— 334	25,2	
	308	— 334	26	
2 Schwefel	307,3	— 333	25,7	25,3
	207,2	— 331	23,8	
	307,2	— 331,8	24,6	
	307,7	— 332,8	25,1	
	307,2	— 333,5	26,3	
	306	— 332,3	26,3	
	301	— 328,5	27,5	26,4
	301	— 327,8	26,8	
	301,8	— 327,2	25,4	
	301,8	— 327,5	25,7	
E Schwefel	299,7	— 326	26,3	25,6
	300	— 325	25	
	300	— 326	26	
	300	— 325	25	
	295,5	— 322,3	26,8	26,9
	195,2	— 322,3	27,1	
	295,1	— 322	26,9	
	294,8	— 321,8	27,0	

Die zweitletzte Versuchsreihe, bei welcher E S. notirt steht, bezieht sich auf einen Versuch mit elektrisirtem Schwefel. Aus den Tabellen hatte sich mehrmals gezeigt, dafs Differenzen im Sinne von Satz 1 im Laufe der Versuche abnahmen und zuletzt ganz verschwanden, und Müller fragte sich, ob nicht die Versuchsresultate so zu deuten seyen, dafs die beobachteten Differenzen zum Theil daher rühren, dafs beim Einschieben des grofsen Schwefelcylinders derselbe durch die Reibung an den Wänden mit Elektricität beladen werde, die im Verlauf der Versuche sich verlor. Darauf gerichtete Versuche — die letzten, die Müller machte — ergaben, dafs das Galvanometer andere Ausschläge zeigte, wenn der Schwefelcylinder möglichst stark elektrisirt eingeschoben war, als wenn er möglichst entladen war. Es liegen darüber keine Zahlenreihen mehr vor; Müller hatte in der letzten Stunde, in der er im Laboratorium war, die betreffende Vermuthung gefafst, aus einigen vorläufigen Versuchen einige Wahrscheinlichkeit für dieselbe geschlossen und hatte vor, sie am andern Tag genauer zn prüfen. — Da erkrankte er plötzlich.

Der erste Satz dagegen scheint trotz der kleinen Differenzen mit ziemlicher Sicherheit als erwiesen angenommen werden zu können, weil dieselben immer im gleichen Sinne sich zeigten. Nachträgliche Versuche, die ich selber anstellte, ergaben ebenfalls immer dasselbe Resultat. Vielleicht würden die betreffenden Differenzen gröfser bei bestimmten Dimensionen der Isolatoren, analog wie nach Faraday der Einfluſs leitender Medien bei dicken Röhren ein anderer ist als für dünnere. Höchst wahrscheinlich wurde aber der Einfluſs des Schwefels theilweise verdeckt wegen nicht vollkommener chemischer Reinheit derselben. Bedenkt man, dafs nach Weber magnetische und diamagnetische Kräfte zwischen Eisen und Wismuth sich verhalten wie 1470000 : 1, so ist begreiflich, dafs ganz kleine Quantitäten magnetisirbaren Stoffes im Schwefel den Einfluſs desselben zu verdecken im Stande waren. Auch diese Fehlerquelle wollte Müller beseitigen.

Der Verfasser war bei den Versuchen als Assistent meistens zugegen und hat deswegen diesen Bericht und dessen Verantwortung übernommen.

V. *Elementare Behandlung einiger optischen Probleme; von E. Lommel.*

I. Die kleinste Ablenkung im Prisma.

Die Darstellung, welche dem Satze von der kleinsten Ablenkung in Prismen selbst in unseren besten Lehrbüchern zu Theil wird, läfst immer noch vieles zu wünschen übrig. Entweder wird der Beweis des Satzes, unter Verweisung auf höhere Rechnung, ganz unterlassen [1]), oder er stützt sich auf das durch eine numerische Tabelle erläuterte Gesetz der Abhängigkeit zwischen Einfalls- und Brechungswinkel [2]), oder es wird der zwar verdienstvolle, aber jedenfalls schwerfällige trigonometrische Beweis von Fr. Eisenlohr reproducirt [3]). Dafs die unten citirten, sowie andere Lehrbücher sich bei Besprechung dieses für die Bestimmung der Brechungsverhältnisse so wichtigen Satzes mit Darstellungsweisen behelfen, welche dem Lernenden volle Befriedigung zu gewähren nicht im Stande sind, erklärt sich aus dem Umstande, dafs bis jetzt ein elementarer Beweis, welcher zugleich mathematisch streng, einfach und anschaulich wäre, nicht bekannt geworden ist. Dadurch erscheint die Mittheilung des folgenden synthetischen Beweises, welcher unseres Erachtens diesen Anforderungen vollkommen entspricht, hinlänglich gerechtfertigt.

Bezeichnet man mit i und i' den Einfalls- und den

1) Mousson, Die Physik auf Grundlage der Erfahrung. 1872.
2) J. Müller, Lehrbuch der Physik und Meteorologie. 1868.
3) Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. 1871.

Austrittswinkel, mit r und r' die Winkel, welche der im Prisma vsrlaufende Strahl resp. mit den Lothen an der Eintritts- und Austrittsfläche bildet, ferner mit d die Ablenkung, und mit α den brechenden Winkel des Prismas, so hat man bekanntlich

$$r + r' = \alpha \text{ und } d = i + i' - \alpha.$$

Die Ablenkung d wird demnach ihren kleinsten Werth erreichen, wenn die Summe $i + i'$ des Ein- und Austrittswinkels ein Minimum ist.

Um den zum Einfallswinkel $i = AOL$ (Fig. 8, Taf. IV) gehörigen Brechungswinkel r zu finden, beschreibe man nach einem bekannten Verfahren um O zwei Kreise mit den Halbmessern 1 und n, unter n das Brechungsverhältnifs der Prismensubstanz verstanden. Den ersteren Kreis bezeichnen wir als „Kreis 1“, den letzteren als „Kreis n“. Zieht man durch den Punkt A, wo der eine Schenkel des Winkels i den Kreis 1 trifft, eine Parallele zum andern Schenkel OL, welche den Kreis n im Punkte B schneidet, so ist BOL der gesuchte Brechungswinkel r.

Macht man nun den Winkel BOB' gleich dem brechenden Winkel α des Prismas, so ist vermöge der Gleichung $r + r' = \alpha$ der Winkel $B'OL$ gleich r' und eine Parallele zu OL, durch den auf dem Kreise n gelegenen Punkt B' bis zur Begegnung mit dem Kreise 1 im Punkte A' gezogen, giebt den Winkel $A'OL$ oder i'. Der Winkel AOA' stellt sonach die Winkelsumme $i + i'$ vor.

Sind die beiden Winkel ungleich, ist z. B., wie in der Figur angenommen wurde, r' gröfser als r, so ist auch $A'B'$ gröfser als AB. Zieht man jetzt die Sehnen AA' und BB', und durch den Punkt A die Gerade AC parallel zu BB', welche $A'B'$, im Punkte C zwischen A' und B' schneidet, so ergiebt sich aus dem bei C stumpfwinkligen Dreieck ACA', dafs AA' gröfser als AC, d. h. gröfser als BB' ist [1]). *Die Sehne AA', welche den Win-*

1) Aus der Figur leuchtet zwar schon unmittelbar ein, dafs $A'B' > AB$, und der Winkel $BB'A'$ ein stumpfer ist. Sollten jedoch für diese

kel $i + i'$ im Kreise 1 *spannt, ist demnach gröfser als die Sehne BB', welche im Kreise n den Winkel α spannt.*

Nur in einem einzigen Falle wird die erstere Sehne der letzteren gleich, nämlich wenn $r = r'$ ist, d. h. wenn der Lichtstrahl das Prisma symmetrisch durchläuft. In diesem Falle, welcher in der Figur durch punktirte Linien angedeutet ist, erscheinen nämlich die Sehnen aa' und bb' als gegenüberliegende Seiten des Rechtecks $aa'\,bb'$.

Die Sehne AA', welche dem Winkel $i + i'$ im Kreise 1 entspricht, hat also ihren kleinsten Werth, wenn der Lichtstrahl symmetrisch durch das Prisma geht. Daraus folgt, *dafs dieser Winkel selbst, und mit ihm die Ablenkung $d = i + i' - \alpha$, ein Minimum ist bei symmetrischem* Durchgang.

In unserer Fig. 8 wurde vorausgesetzt, dafs die Winkel i und r, i' und r' dieselbe Seite ihres Einfallslothes wie im Falle der symmetrischen Brechung einnehmen, was sich in der Zeichnung dadurch ausdrückt, dafs i und r diesseits (links), i, und r' jenseits (rechts) von OL liegen. Fällt jedoch z. B. der Winkel i (AOL Fig. 9) auf die entgegengesetzte Seite des Lothes (d. h. neigt sich der einfallende Strahl gegen die Spitze des Prismas hin), so kommt derselbe auch in der Zeichnung jenseits (rechts) von OL zu liegen und ist alsdann ebenso, wie der Winkel r, *negativ* zu rechnen. Aber auch jetzt, wie überhaupt in jedem Falle, wird die Winkelsumme $i + i'$ durch den Winkel AOA' (Fig. 9, Taf. IV) dargestellt, und unser Beweis gilt ganz in gleicher Weise, wie bei der in Fig. 8 zu

beiden Behauptungen schulgerechte Beweise verlangt werden, so lassen sich dieselben in folgender Weise leicht führen.

Man lege das Dreieck ABO derart auf das Dreieck $A'B'O$, dafs OB auf OB' fällt, so kommt der Punkt A, weil Winkel ABO $(= r)$ kleiner ist als Winkel $A'B'O\,(= r')$, innerhalb des Dreiecks $A'B'O$ zu liegen; man hat daher $OA' + A'B' > OA + AB$, oder, weil $OA' = OA$, $A'B' > AB$.

Der Winkel $BB'A'$ ist $= BB'O + OB'A'$. Nun ist

$$BB'O = 90^0 - \tfrac{1}{2}\alpha$$

und $r' > \frac{1}{2}\alpha$, folglich $BB'A' > 90^0$.

Grunde gelegten Annahme, dafs sämmtliche vier Winkel i, r, i' und r' positiv seyen.

Die Methode, welche hier zur Construction der Winkel i, r, i' und r' angewendet wurde, unterscheidet sich von derjenigen, welche Reusch in seiner vortrefflichen synthetischen Darstellung der Brechung und Farbenzerstreuung an ebenen Flächen und in Prismen [1]) benutzt hat, namentlich dadurch, dafs sie sich statt zweier nur einer einzigen Projectionsrichtung bedient, und ist ebenso, wie diese, geeignet, über alle Verhältnisse, welche bei der Brechung in Prismen vorkommen können, erschöpfende Rechenschaft zu geben. Um alle möglichen Fälle der Reihe nach zu überblicken, braucht man nur den brechenden Winkel $BOB' = \alpha$ (Fig. 8 und 9) um seine Spitze bei O zu drehen, und bei jeder seiner Lagen die Punkte B und B', wo seine Schenkel anf dem Kreise n aufstehen, parallel der festsn Geraden OL auf den Kreis 1 zu projiciren. Als äufserste Lage diesseits OL ergiebt sich diejenige, bei welcher die projicirende Linie B_0M (Fig. 2) den Kreis 1 im Endpunkt M seines zu OL senkrechten Durchmessers berührt; sie entspricht der streifenden Incidenz $i = MOL = 90°$. Dreht man den Winkel aus dieser Lage weiter, bis sein erster (der Eintrittfläche entsprechender) Schenkel mit OL zusammenfällt, so durchläuft man alle möglichen Fälle vom streifenden bis zum senkrechten Einfallen. Dreht man noch weiter, so werden die Winkel i und r, indem sie auf die entgegengesetzte Seite des Lothes hinübertreten, negativ. Die äufserste mögliche Lage jenseits von OL ist diejenige, bei welcher die den Punkt B'_0 des zweiten (der Austrittsfläche entsprechenden) Schenkels Projicirende B'_0M' den Kreis 1 in M' berührt; sie entspricht dem streifenden Austritt. Die Winkel i und r sind als positiv anzusehen, wenn sie diesseits (links) von OL, die Winkel i' und r',

1) Diese Ann. Bd. 117, S. 241. Reusch giebt daselbst auch einen elementaren Beweis des Satzes vom Minimum der Ablenkung, welchem jedoch der oben gegebene Beweis, mindestens für Lehrzwecke vorzuziehen seyn dürfte.

wenn sie jenseits (rechts) von OL liegen, d. h. wenn sie auf derselben Seite des Lothes liegen, auf welcher sie sich im Symmetriefalle befinden. Von den Winkelpaaren (i, r) und (i', r') kann immer nur das eine negativ seyn, und zwar nur dann, wenn der brechende Winkel des Prismas kleiner als der Gränzwinkel $B_0 OL$ ist.

Die Ablenkung stellt sich bei unserer Construction (Fig. 8, Taf. IV) dar als die Summe der beiden Winkel $AOB (= i - r)$ und $A'OB' (= i' - r')$. Legt man daher (Fig. 9, Taf. IV) das Dreieck AOB so an das Dreieck $A''OB''$ an, dafs OB längs OB'' und A nach D zu liegen kommt, so ist $A''OD$ der Ablenkungswinkel. Da der Winkel $A''B''O = r$, und der Winkel $DB''O = r'$ ist, so ist der Winkel $A''B''D$ gleich dem brechenden Winkel des Prismas. Man gelangt daher zu folgender, von Radau[1]) angegebener Construction des Ganges eines Lichtstrahles im Prisma: Um einen beliebigen Punkt O beschreibe man die Kreise 1 und n; giebt alsdann OA'' die Richtung des einfallenden Strahles an, so ziehe man von dem Punkte A'', wo dieselbe den Kreis 1 trifft, die Gerade $A''B''$ parallel zum Lothe der Eintrittsfläche, und durch den Punkt B'', wo sie dem Kreise n begegnet, eine Parallele $B''D$ zum Lothe der Austrittsfläche, welche den Kreis 1 im Punkte D schneidet. Alsdann giebt OB'' die Richtung des gebrochenen, OD die Richtung des austretenden Strahles und der Winkel $A''OD$ die Ablenkung an. An dieser Construction ändert sich nichts, wenn (wie in Fig. 9, Taf. IV rechts von OL) i und r, und darum auch $i - r$ negativ ist; dann ist der Winkel $AOB = A'B'OD'$ von $A'OB'$ abzuziehen und die Ablenkung ergiebt sich wie vorhin $= A'OD'$.

II. Das achromatische Prisma.

Die soeben angeführte Radau'sche Construction scheint weniger Beachtung gefunden zu haben, als sie ohne Zweifel verdient. Sie führt nämlich mit wahrhaft überraschen-

1) Diese Annalen, Band 118, Seite 452.

der Leichtigkeit zur synthetischen Lösung von Problemen, welche analytisch angegriffen ziemliche Rechnungen erfordern. An dem Beispiel des achromatischen Prismas soll dies gezeigt werden.

Die Aufgabe, um welche es sich handelt, ist folgende: Zu einem gegebenen Prisma soll ein zweites aus anderem Stoffe gefunden werden, welches in entgegengesetzter Lage mit jenem vereinigt, die Farbenzerstreuung desselben für zwei beliebige homogene Lichtarten wieder aufhebt.

Gegeben sind demnach der brechende Winkel α des ersten Prismas und der Einfallswinkel i an seiner Eintrittsfläche, die Brechungsverhältnisse n' und n'' seiner Substanz (z. B. Crownglas) für zwei homogene Farben (z. B. für die Fraunhofer'schen Linien B und H), ferner die Brechungsverhältnisse m' und m'' derselben Farben für die Substanz (z. B. Flintglas) des zweiten Prismas; gesucht wird der brechende Winkel β des zweiten Prismas.

Um einen beliebigen Punkt O (Fig. 10, Taf. IV) beschreibe man Kreisbogen mit den Halbmessern 1, n', n'', m', m''. Giebt der Radius OA im Kreise 1 die Richtung des einfallenden weifsen Lichtstrahles an, so ziehe man durch A die Gerade AB parallel zum Lothe der Eintrittsfläche (nämlich so, dafs Winkel $OAB = 180^0 - i$ wird) des gegebenen Prismas; projicirt man nun die Punkte B und H, wo diese Gerade resp. die Kreise n' und n'' schneidet, durch Parallelen zur Austrittsfläche (d. h. indem man Winkel $ABB' = AHH' = \alpha$ macht) nach B' und H' auf den Kreis 1, so geben OB' und OH' die Richtungen der beiden aus dem ersten Prisma austretenden farbigen Strahlen an, welche für das zweite Prisma als einfallende Strahlen zu betrachten sind. Um dieselben auf ihrem weiteren Gange zu verfolgen, projicire man die Punkte B' und H' parallel dem Lothe der Eintrittsfläche des zweiten Prismas (dessen Richtung gegeben ist) resp. nach b und h auf die Kreise m' und m''. Wäre nun der brechende Winkel β des zweiten Prismas gegeben, so hätte man durch parallele Gerade, welche mit $B'b$ und $H'h$ den

Winkel β bilden, die Punkte b und h auf den Kreis 1 zu projiciren, und würde so im Allgemeinen zwei austretende farbige Strahlen erhalten. Sollen sich dieselben zu einem einzigen Strahle vereinigen, wie unsere Aufgabe es verlangt, so müssen sich die Punkte b und h zu einem einzigen Punkte Z auf dem Kreise 1 projiciren, d. h. die Projectionsrichtung mufs mit der Richtung $h\,b$ zusammenfallen. *Der Winkel $H'\,h\,b$ ist demnach der brechende Winkel des Prismas, durch welches das gegebene Prisma achromatisirt wird.* Der Radius $O\,Z$ giebt die Richtung des austretenden farblosen Lichtstrahles an, und der Winkel AOZ ist die Ablenkung, welche er erlitten hat.

Wir haben hier den allgemeineren Fall betrachtet, in welchem die Austrittsfläche des ersten Prismas mit der Eintrittsfläche des zweiten einen beliebigen Winkel $H\,H'\,b$ bildet. Gewöhnlich aber nimmt man an, dafs die genannten Flächen und demnach auch ihre Lothe mit einander parallel seyen. Alsdann vereinfacht sich die Construction, indem man der Punkte B' und H' auf dem Kreise 1 gar nicht bedarf, sondern nur die Punkte B und H parallel dieser Lothrichtung resp. auf die Kreise m' und m'' nach b' und h' zu projiciren braucht, um in $H\,h'\,b'$ den gesuchten brechenden Winkel, in $O\,Z'$ die Richtung des austretenden Strahles und in $A\,O\,Z'$ den Ablenkungswinkel zu haben.

Mit ähnlicher Leichtigkeit läfst sich die in Rede stehende Methode, wie Radau bereits gezeigt hat[1]), auf die Construction von Prismensystemen ohne Ablenkung (*à vision directe*) anwenden.

III. Elementare Theorie des Regenbogens.

Die Sätze von dem Maximum und Minimum der Ablenkung des in einer durchsichtigen Kugel gebrochenen und nach ein- oder mehrmaliger innerer Reflexion wieder austretenden Lichtes, welche der Theorie des Regenbogens zu Grunde liegen, erfahren in den Lehrbüchern ein ähn-

1) Diese Annalen, Band 118, S. 452.

liches Schicksal, wie der Satz von der kleinsten prismatischen Ablenkung. Eine möglichst elementar gehaltene Darlegung dieser Sätze, wie ich sie im Folgenden zu geben beabsichtigte, dürfte daher nicht überflüssig erscheinen.

In Fig. 11, Taf. IV möge der Kreis den Umrifs einer Wasserkugel oder eines Regentropfens darstellen. Ist OS die vom Mittelpunkt O der Kugel nach der Sonne gezogene Gerade, so stellt die damit Parallele SA einen beliebigen Sonnenstrahl vor, welcher die Kugel im Punkte A trifft. Zieht man den verlängerten Radius OAL, so ist der Winkel LAS oder der ihm gleiche AOS der Einfallswinkel i des Strahles SA; ein Theil AB dieses Strahles dringt unter dem Brechungswinkel r in die Kugel ein, wird in B, wo er unter dem Einfallswinkel $ABO = r$ die hintere Fläche trifft, theilweise nach innen (nach BC) zurückgeworfen und kehrt endlich, nachdem er im Punkte C durch Reflexion nach innen einen abermaligen Verlust erlitten hat, unter dem Brechungswinkel $MCE = i$ wieder in die Luft zurück. Der Winkel d, um welchen der austretende Strahl CE von der Richtung der directen Sonnenstrahlen abweicht, ergiebt sich aus der Zeichnung in bekannter Weise, und zwar findet man

$$d = 2\,(2r - i).$$

Nach Maafsgabe dieses Ausdruckes wird im Allgemeinen jedes schmale Bündel paralleler Strahlen, welches auf den oberen Theil PA der Kugel trifft, aus deren unterem Theil PC als divergirendes Büschel hervorgehen, welches auf ein entferntes Auge, weil die Mehrzahl seiner Strahlen unwirksam daneben vorbeigehen, nur einen unbedeutenden Lichteindruck hervorbringen kann. Ein merklicher Lichteindruck könnte, in einer bestimmten Richtung, nur dann wahrgenommen werden, wenn es auf dem Umrisse der Kugel einen Punkt gäbe, in dessen Nachbarschaft die einfallenden parallelen Strahlen so gebrochen werden, dafs

sie, auch nachdem sie die Kugel verlassen haben, noch als paralleles Bündel zusammenhalten.

Um einen solchen Punkt, falls er existirt, aufzufinden, betrachten wir einen Strahl, der sehr nahe bei dem Punkte A die Wasserkugel trifft; demselben entspreche der Einfallswinkel $i + \alpha$, welcher um die sehr kleine Gröfse α von demjenigen des Strahles SA abweicht. Wird die zugehörige kleine Aenderung des Brechungswinkels mit β bezeichnet, so ist

$$d' = 2(2r - i) + 2(2\beta - \alpha)$$

der Werth der Ablenkung für den betrachteten Nachbarstrahl. Vergleicht man ihn mit dem obigen Ausdrucke, so erkennt man, dafs die beiden benachbarten Strahlen die nämliche Ablenkung erfahren, wenn

$$\alpha = 2\beta,$$

d. h. wenn die kleine Aenderung des Einfallswinkels beim Uebergange von einem Strahle zum benachbarten doppelt so grofs ist, als die zugehörige Aenderung des Brechungswinkels.

Zur Ermittelung der Lage desjenigen Punktes auf dem Umrisse der Kugel, in welchem sich diese Bedingung erfüllt, bedienen wir uns der Fig. 12, Taf. IV.

Der kleinere der beiden concentrischen Kreise, dessen Radius $= 1$ sey, stellt, wie in der vorigen Figur, den Umrifs der Kugel vor. Um den zum Einfallswinkel $AOP = i$ gehörigen Brechungswinkel zu finden, construiren wir um denselben Mittelpunkt einen zweiten Kreis vom Radius n, unter n das Brechungsverhältnifs der Kugel verstanden. Ziehen wir nun durch A die Gerade QB parallel zu OP, und verbinden wir den Punkt B, wo dieselbe den Umfang des Kreises n schneidet, mit dem Mittelpunkte O, so ist BOP der zum Einfallswinkel i gehörige Brechungswinkel r. Die Bogenstücke PA und PC, welche auf dem Kreisumfang vom Radius 1 diesen Winkeln entsprechen, sind als Maafse dieser Winkel zu betrachten. Wiederholt man jetzt für den um das kleine Bogenstückchen $Aa = \alpha$ gröfseren

Einfallswinkel $aOP = i + \alpha$ die nämliche Construction, indem man qb parallel OP zieht, so gelangt man zu dem Brechungswinkel bOP oder cOP, welcher den vorigen um die kleine Gröfse $Oc = \beta$ übertrifft. Die Bogenstückchen $A\alpha$ und Cc stellen demnach die zusammengehörigen Aenderungen des Einfalls- und des Brechungswinkels vor; sie können als beliebig kleine Stückchen des Kreisumfanges für geradlinig angesehen werden, ebenso wie das Bogenstückchen Bb, welches auf dem Kreise vom Radius n dem kleinen Mittelpunktswinkel $COc = \beta$ entspricht und daher gleich $n\beta$ ist.

Fällt man nun von A und B aus die Senkrechten Ak und Bl, und von O aus die Senkrechte Oq auf die Gerade qb, so sind die Dreieckchen Aka und Blb resp. ähnlich den Dreiecken AQO und BQO. Daraus folgt

$$\frac{Aa}{Ak} = \frac{AO}{AQ} \quad \text{und} \quad \frac{Bb}{Bl} = \frac{BO}{BQ}$$

oder, wenn man AQ mit u, BQ mit v, ferner die einander gleichen Linienstückchen Ak und Bl mit m bezeichnet und sich erinnert, dafs $AO = 1$, $BO = n$, $Aa = \alpha$ und $Bb = n\beta$ ist:

$$\frac{\alpha}{m} = \frac{1}{u} \quad \text{und} \quad \frac{n\beta}{m} = \frac{n}{v},$$

oder auch, weil in der zweiten Gleichung der beiderseits vorkommende Factor n wegfällt:

$$\frac{\alpha}{m} = \frac{1}{u} \quad \text{und} \quad \frac{\beta}{m} = \frac{1}{v}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergiebt sich nun das Verhältnifs der beiden Zuwachse α und β folgendermafsen:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{v}{u},$$

d. h die gleichzeitigen Aenderungen des Einfalls- und Brechungswinkels verhalten sich stets zu einander wie BQ zu AQ. Damit also α doppelt so grofs sey als β,

muſs auch BQ doppelt so groſs seyn als AQ, oder der Punkt A muſs die Strecke BQ halbiren.

Da nun die Halbirungspunkte sämmtlicher Strecken BQ offenbar auf einer Ellipse liegen, deren groſse Halbaxe $OR = n$ und deren kleine Halbaxe $ON = \frac{1}{2}n$ (s. die rechte Hälfte der Fig. 12, Taf. IV) ist, so ergiebt sich der Punkt A (oder A'), der die verlangte Eigenschaft besitzt, sofort als Durchschnittspunkt dieser Ellipse mit dem Kreise 1. Der Einfallswinkel $A'OP' = i_1$ nebst dem zugehörigen Brechungswinkel $B'OP' = r_1$, sowie die halbe Ablenkung $A''OP' = \frac{1}{2}d_1$ lassen sich jetzt unmittelbar aus der Figur entnehmen. Macht man nämlich Winkel $OB'A'' = r_1$, so ist

$$A''OP' = B'OP' - B'OA'' = r_1 - (i_1 - r_1) = 2r_1 - i_1 = \tfrac{1}{2}d_1.$$

Sollen diese Winkel durch Rechnung gefunden werden, so hat man die Gleichung $2AQ = BQ$, d. i.

$$2\cos i = r\cos r,$$

welche mit dem Brechungsgesetz

$$\sin i = n\sin r$$

combinirt, sofort

$$\sin^2 i = \frac{4 - n^2}{2}$$

liefert [1]).

Die Strahlen, welche, in unmittelbarer Nähe des soeben bestimmten Punktes A unter sich parallel auf die Kugel fallend, dieselbe auch wieder als paralleles Bündel verlassen, sind noch dadurch vor den übrigen ausgezeichnet, daſs ihre Ablenkung die gröſste ist, welche die Kugel bei einmaliger innerer Reflexion hervorzubringen vermag. Man kann sich hiervon durch folgende Betrachtung leicht überzeugen. In dem Punkte A, welcher dem Einfallswinkel i_1 entspricht, ist $BQ = 2AQ$; für gröſsere Einfallswinkel ist $BQ > 2AQ$, für kleinere aber $BQ < 2AQ$. Betrachten

1) Es ist bemerkenswerth, daſs für das Brechungsverhältniſs $\frac{4}{3}$ der Einfallswinkel und der dreifache Brechungswinkel sich genau zu zwei Rechten ergänzen, d. h. es ist $i_1 + 3r_1 = 180°$.

wir daher einen gröfseren Einfallswinkel $i_1 + \iota'$, welchem auch ein gröfserer Brechungswinkel $r_1 + \varrho'$ entspricht, so ist jedes der kleinen Bogenstückchen α, aus welchen sich der Bogen ι' zusammensetzt, mehr als doppelt so grofs, wie das entsprechende der Bogenstückchen β, aus denen sich ϱ' zusammensetzt, weil ja die Strecke BQ hier überall gröfser ist als $2AQ$; es ist also $\iota' > 2\varrho'$. Die Hälfte der Ablenkung des betrachteten Strahles ist aber

$$\tfrac{1}{2}d' = 2r_1 + 2\varrho' - i_1 - \iota' \quad \text{oder} \quad \tfrac{1}{2}d' = \tfrac{1}{2}d_1 + 2\varrho' - \iota'.$$

Da nun ι' gröfser ist als 2ϱ, so hat man, um $\frac{1}{2}d'$ zu erhalten, von $\frac{1}{2}d_1$ mehr abzuziehen als hinzuzufügen, folglich ist d' kleiner als d_1.

Betrachtsn wir zweitens einen Strahl, dessen Einfallswinkel $i_1 - \iota''$ kleiner ist als i_1 und welchem der Brechungswinkel $r_1 - \varrho''$ zugehört, so ergiebt sich seine Ablenkung d'' aus der Gleichung

$$\tfrac{1}{2}d'' = 2r_1 - 2\varrho'' - i_1 + \iota'' \quad \text{oder} \quad \tfrac{1}{2}d'' = \tfrac{1}{2}d_1 - 2\varrho'' + \iota''.$$

Da aber, weil hier die BQ kleiner sind als die $2AQ$, auch ι'' kleiner ist als $2\varrho''$, so wird wiedernm von $\frac{1}{2}d_1$ ein gröfserer Betrag abgezogen als hinzugezählt, und auch d'' ergiebt sich kleiner als d_1. Die Ablenkung d_1, welche die beim Austritt parallelen Strahlen erleiden, ist also in der That ein Maximum.

In Fig. 12, Taf. IV ist die Bestimmung des Punktes A nur für ein einziges Brechungsverhältnifs n durchgeführt; für ein anderes Brechungsverhältnifs müfste man nach denselben Regeln einen andern Kreis n' nebst der zugehörigen Ellipse construiren, und würde sich z. B. überzeugen, dafs die Ablenkung der wirksamen Strahlen für das weniger brechbare rothe Licht gröfser ist, als für das stärker brechbare violette.

Hiermit sind nun die Grundlagen gegeben, auf welchen die Erklärung des ersten Regenbogens beruht.

Für den zweiten Regenbogen können nach dem Vorausgegangenen einige kurze Andeutungen genügen. Da

die Ablenkung, welche ein Strahl nach zweimaliger innerer Reflexion erlitten hat, bekanntlich durch

$$d = 180^0 - 2(3r - i)$$

ausgedrückt ist, muſs für parallel austretende Strahlen die Bedingung

$$\alpha = 3\beta$$

erfüllt seyn. Ihr wird genügt in dem Punkte des Kreises 1, für welchen $BQ = 3AQ$ oder $n \cos r = 3 \cos i$ ist; man findet diesen Punkt mit Hülfe einer Ellipse, deren groſse Halbaxe $= n$, deren kleine aber $\frac{1}{3}n$ ist. Durch ein dem obigen ganz ähnliches Verfahren läſst sich alsdann zeigen, daſs die Ablenkung, welche diesem Einfallspunkte entspricht, die *kleinste* ist, welche bei zweimaliger innerer Reflexion stattfinden kann.

Ueberhaupt läſst sich erkennen, daſs bei m-maliger innerer Reflexion der Einfallspunkt der „wirksamen“ Strahlen der Bedingung $\alpha = (m+1)\beta$ oder $n \cos r = (m+1) \cos i$ genügen muſs und constructiv mittelst einer Ellipse gefunden wird, deren Halbaxen n und $\frac{n}{m+1}$ sind.

VI. *Erwiderung auf zwei gegen die unitarische Theorie der Elektricität gemachte Einwürfe; von E. Edlund.*

1.

In einem Aufsatze, in diesen Ann. Bd. 155, S. 211, hat Hr. Prof. C. Neumann zu beweisen gesucht, daſs man, um die unipolare Induction zu erklären, das Vorhandenseyn wenigstens zweier besonderen elektrischen Flüssigkeiten annehmen müsse; weil die von mir aufgestellte unitarische

Ansicht über die Natur der Elektricität rücksichtlich der unipolaren Induction, nach der Meinung des Hrn. Neumann, zu einem Resultate führe, das der Erfahrung widerspreche. Mag es mir erlaubt seyn diese Ansicht des Hrn. Neumann hier näher zu beleuchten.

Wenn ein cylindrischer Magnet um seine geometrische Längenaxe in Rotation gesetzt wird, und man dabei das eine Ende derselben Axe mit dem einen Ende eines Leitungsdrahtes verbindet, dessen anderes Ende auf der Peripherie des stählernen Cylinders, z. B. in der Mitte zwischen den beiden Polen des Magnets, schleift, so entsteht in demselben Leitungsdraht ein Inductionstrom. Wenn ein Galvanometer in die Leitung eingeschaltet ist, macht demnach die Magnetnadel einen Ausschlag. Ein Theil der Leitungsbahn, in welcher der Inductionsstrom geht, ist hierbei fest und unbeweglich, während der andere Theil, der nämlich, der aus dem stählernen Magnete besteht, in Bewegung ist. Dieses ist der einfachste Fall der unipolaren Induction.

Nun kann der Magnet, wie Hr. Neumann bemerkt, gegen ein Solenoïd, das um seine Axe in Rotation gesetzt ist, und dieses endlich gegen einen rotirenden Stromring oder eine kreisförmige Leitungsbahn, durch welche ein Strom geht, vertauscht werden. Hr. Neumann kommt demnach zu dem Resultat, daſs wenn eine kreisförmige Leitungsbahn, durch welche ein constanter Strom geht, um ihre geometrische Axe in Rotation gesetzt wird, ein Inductionsstrom entsteht in einer stillliegenden Leitungsbahn, die mit der rotirenden kreisförmigen Leitungsbahn auf eine passende Weise galvanisch verbunden ist; ganz auf dieselbe Weise, wie es der Fall mit der ebengenannten Magnetinduction ist. Wenn die kreisförmige Bahn ruht, so entsteht natürlich kein Inductionsstrom, so lange die Stromstärke constant und unverändert ist. Nach der von mir aufgestellten unitarischen Ansicht über die Natur der Elektricität besteht der galvanische Strom darin, daſs eine einzige elektrische Flüssigkeit (der Aether) sich in

translatorischer Bewegung längs der Längenrichtung des Leiters befindet, und die Stromstärke ist der Geschwindigkeit dieser Bewegung proportional. Unter solchen Verhältnissen kann die Rotation des Stromringes um seine geometrische Axe keine andere Wirkung hervorbringen, als dafs die Stärke des Stromes möglicherweise verändert wird, eine Inductionswirkung aber kann natürlich dadurch nicht entstehen.

Aus der von mir aufgestellten unitarischen Theorie folgt demnach, dafs die Rotation an und für sich, sey es ein Stromring oder ein Magnet, der rotirt, auf einen in der Nähe sich befindenden stillliegenden Leiter keine besondere inducirende Wirkung ausüben kann, und in diesem Schlufssatze bin ich in vollkommener Uebereinstimmung mit Hrn. Neumann. Dagegen mufs ich es auf das Entschiedenste in Abrede stellen, dafs dieser Schlufssatz gegen die Erfahrung streitet, da derselbe im Gegentheil von der Erfahrung bestätigt wird. Derselbe streitet allerdings gegen die Vorstellung, die man sich von dem physischen Processe bei der unipolaren Induction gemacht hat; diese Vorstellung aber kann nicht richtig seyn, wie weiter unten gezeigt werden soll, weil sie der directen Beobachtung widerspricht.

Die allgemeine Vorstellung über den physischen Verlauf bei der unipolaren Induction ist folgende:

Ein stillliegender Magnet von constanter Stärke übt auf eine nahebelegene stillliegende Leitungsbahn keine inducirende Wirkung aus; wenn aber der Magnet um seine geometrische Axe rotirt, so übt er auf denselben Leiter eine solche Wirkung aus. Wenn die Leitungsbahn fest und unveränderlich mit dem Magnet verbunden ist, so findet keine Inductionswirkung statt, auch wenn das System um die genannte Axe rotirt. Auf dieselbe Weise übt, wenn ein Leiter um einen stillliegenden Magnet rotirt, dieser eine Inductionswirkung auf jenen aus. Die Erfahrung lehrt, dafs wenn eine geschlossene stillliegende Leitungsbahn *b* sich in der Nähe eines um seine Axe rotirenden Magnetes

befindet, kein Inductionsstrom in der geschlossenen Leitungsbahn entsteht. Die Ursache ist nach der gewöhnlichen Vorstellungsweise die, dafs der rotirende Magnet in dem einen Theil $b_{,}$ der geschlossenen Leitungsbahn einen Inductionsstrom wirklich hervorrufe, dieser aber eben so grofs sey als der, der durch den Magnet in dem übrigen Theil $b_{,,}$ der Leitungsbahn hervorgerufen wird; diese beiden Inductionsströme gehen aber in entgegengesetzter Richtung und heben demnach einander auf. Wenn der Bahntheil $b_{,}$ fest mit dem Magnete verbunden wird, und dieser um seine Axe in Rotation versetzt wird, so wirkt, wie eben gesagt worden ist, der Magnet nicht auf denselben Bahntheil $b_{,}$ ein. Wenn nun bei dem Versuche die Anordnungen so sind, dafs $b_{,}$, ungeachtet der Rotation, fortwährend mit dem anderen Bahntheile $b_{,,}$ in galvanischer Verbindung steht, so erhält man in der Leitung einen Inductionsstrom; das ist nämlich der Strom, der durch die Induction des rotirenden Magnets in dem Bahntheil $b_{,,}$ entsteht. Dasselbe ist natürlich der Fall, wenn der rotirende Magnet selbst anstatt des Bahntheiles $b_{,}$ als Leiter dient.

Wir wollen nun diese Vorstellungsweise mit der Erfahrung vergleichen, und wählen dazu einen Versuch, der von Plücker angestellt worden ist[1]).

Ein cylindrischer stählerner Magnet, 156 Mm. lang und 6 Mm. im Durchmesser war von einem kupfernen Cylinder von gleicher Länge umgeben. Nur an den beiden Enden standen der Magnet und der kupferne Cylinder mit einander in Verbindung. Der Magnet war an den Enden mit runden Axenzapfen, die in festen Lagern ruhten, versehen. An dem einen Ende hatte sowohl der Magnet wie der Cylinder eine kleine hölzerne Scheibe mit ausgehöhltem Umkreis, und in diese Aushöhlung legte man die Schnüre, die zu einer gröfseren hölzernen Scheibe führten, welche mittelst einer Kurbel mit der Hand gedreht werden konnte. Auf diese Weise konnte entweder der Magnet oder der kupferne Cylinder jeder für sich um die gemein-

1) Diese Annalen, Bd. 87, S. 352.

schaftliche Axe beider in Rotation gesetzt werden, oder auch konnte man beide gleichzeitig mit derselben Geschwindigkeit entweder in derselben oder in entgegengesetzter Richtung rotiren lassen. Wenn der eine Leitungsdraht von einem Galvanometer mit den Axenlagern verbunden war, und der andere mit der Mitte des kupfernen Cylinders in Verbindung stand, so erhielt man einen Inductionsstrom, sowie der kupferne Cylinder rotirte, aber dieser Inductionsstrom hatte *gleiche Stärke*, *gleichviel*, *ob der Magnet in dem Innern des Cylinders in Ruhe war oder nach gleicher oder nach entgegengesetzter Richtung gedreht wurde.* Dieses konnte, wie leicht zu ersehen ist, unmöglich der Fall seyn, wenn nicht auch *die Richtung* des Stromes unverändert blieb, obgleich Plücker darüber sich nicht ausdrücklich äufsert. Da das Resultat von Plücker's Versuche für die Beurtheilung der unipolaren Induction von der gröfsten Wichtigkeit ist, entschlofs ich mich, durch eigene Erfahrung mich von der Richtigkeit desselben zu überzeugen. An dem oberen Ende einer vertical stehenden Axe, die in Rotation versetzt werden konnte, wurde ein Messingrohr, 110 Mm. lang und 32 Mm. im Durchmesser festgeschroben, sowie an dem untern Ende mit einem Boden versehen; das obere Ende aber war offen. Im Mittelpunkte des Bodens an der inneren Seite safs ein kleiner runder Zapfen. Auf einem festen hölzernen Gestell waren zwei messingene Federn festgeschroben, von denen die eine auf dem Rohr, etwas oberhalb der Mitte desselben, und die andere auf der genannten Axe, ein wenig unten von dem Boden des Rohres, schleifte. Diese Federn wurden mit den Leitungsdrähten des Magnetometers verbunden. In das messingene Rohr stellte man einen cylinderförmigen Stahlmagnet, 125 Mm. lang und 15 Mm. im Durchmesser, so dafs der genannte kleine runde Zapfen in ein in dem Mittelpunkte der Endfläche des Magnetes angebrachtes rundes Loch eingriff. Wenn der Magnet mit dem messingenen Rohr zusammen rotiren sollte, schob man einen Korkring in den ringförmigen Raum zwischen

dem Magnet und dem Rohre; wollte man dagegen, dafs der Magnet stille stehen sollte, während das Rohr allein rotirte, so wurde das obere Ende des Magnetes in einem festen hölzernen Halter festgeklemmt. Aus den Beobachtungen ging hervor, dafs der Inductionsstrom, den man erhielt, wenn das messingene Rohr rotirte, *in derselben Richtung* ging, mochte der Magnet stillstehen, oder mit dem Rohre zusammen rotiren. Die beiden Ströme hatten auch *dieselbe* Stärke. In dem einen Falle erhielt man nämlich einen mittleren Ausschlag von 80 und in dem anderen von 81 Scalentheilen. Die thermo-elektrischen Ströme, die dadurch entstanden, dafs das Rohr durch das Schleifen der Federn etwas erwärmt wurde, konnten leicht davon getrennt werden, weil diese nicht die Richtung veränderten, wenn die Rotation nach der entgegengesetzten Seite ging. Dieser Versuch bestätigte demnach das Resultat, zu dem Plücker gekommen war[1]).

Nach der gewöhnlichen Vorstellung von dem physischen Verlauf bei der unipolaren Induction hätte Plücker's Versuch auf folgende Weise ausfallen müssen: Die geschlossene Inductionsbahn bestand hier aus dem Galvanometerdrahte und dem kupfernen Cylinder. Wenn der Cylinder rotirte und der Magnet in Ruhe war, konnte man den letzteren mit dem ebenfalls stillliegenden Galvanometerdrahte als verbunden betrachten. Die Induction fand also nach dieser Vorstellungsweise im kupfernen Cylinder statt. Wenn dagegen der Magnet und der kupferne Cylinder mit gleicher Geschwindigkeit nach derselben Seite rotirten, konnte man diese als mit einander fest verbunden betrachten, und

1) In Herrn Wiedemann's Werk: Die Lehre vom Galvanismus und Elektromagnetismus, 2. Aufl. 2. Bd., 2. Abth. Seite 40 ist fehlerhaft angegeben, dafs der Inductionsstrom, der entsteht, wenn der Magnet festgehalten wird und der Cylinder allein rotirt, entgegengesetzte Richtung hat gegen den Strom, den man erhält, wenn beide zusammen rotiren. Weil diese Angabe im Widerspruche stand mit dem, was die von mir aufgestellte Theorie forderte, gab dieses mir Veranlassung Plücker's Originalarbeit zu Rathe zu ziehen, wodurch der Irrthum sogleich entdeckt wurde.

die Induction würde dann in dem Galvanometerdrahte stattfinden. Diese beiden Inductionen aber gehen nach dem Vorhergehenden in entgegengesetzter Richtung. Der Strom mufste demnach bei dem Uebergange von dem einen Versuche zu dem anderen die Richtung verändert haben, welches dagegen, wie wir gesehen, keineswegs der Fall war. Hieraus folgt demnach, dafs die Vorstellung, die man sich von dem physischen Verlaufe bei der unipolaren Induction gebildet hat, durchaus nicht richtig seyn kann, weil sie gegen die Erfahrung streitet.

Bei Plücker's Versuch blieben die Inductionsströme sowohl hinsichtlich der Richtung als der Stärke dieselben, der Magnet mochte rotiren oder nicht. *Die Rotation* des Magnets bewirkte demnach keine inducirende Kraft. Wie oben angeführt wurde, hat Hr. Neumann gezeigt, dafs die von mir entwickelte unitarische Theorie zu demselben Resultate führt. Das Resultat dieser Theorie wird demnach in diesem Falle von der Erfahrung bestätigt.

Hr. Neumann führt in dem genannten Aufsatze an, dafs, wenn man annehme, es existirten zwei besondere elektrische Flüssigkeiten, man leicht beweisen könne, dafs durch die Rotation in dem fraglichen Falle eine inducirende Kraft entstehe. Wenn dieses wirklich eine consequente Folge der gemachten Annahme ist, so hat man, gestützt auf Plücker's Versuch, dadurch einen neuen Beweis davon erhalten, dafs die Annahme zweier elektrischen Flüssigkeiten zu einem Resultate führt, welches mit der Erfahrung in Widerspruch steht.

Um diese Replik nicht allzu lang zu machen, will ich nur in Kürze andeuten, wie die unipolare Induction der unitarischen Theorie gemäfs erklärt wird, und ich gehe dabei von den allgemeinen Principien der Induction aus, wie ich sie in meiner Abhandlung *Théorie des phénomènes électriques* dargestellt habe [1]).

Ein Molecül des Aethers befindet sich in Ruhe, wenn

1) K. Vetenskaps Akademiens Handl. Bd. 12. Stockholm, Norstedt und Söner, Leipzig bei F. A. Brockhaus.

es von allen Seiten gleich stark repellirt wird, und der Inductionsstrom besteht aus nichts Anderem als aus dem Uebergange des Aethers aus der einen Gleichgewichtslage in eine andere. Wir denken uns zwei lineare Leiter *a* und *b*, sich nahe bei einander befindend. Wenn kein Strom durch jeden dieser Leiter geht, so werden die in ihren Poren sich befindenden freien Aethermolecüle von allen Seiten gleich stark repellirt und sie befinden sich demnach in Ruhe. Die Resultirende aller dieser Repulsionen auf ein und dasselbe Aethermolecül ist dann = 0. Wenn nun aus der einen oder andern Ursache in *a* ein Strom entsteht, so erfahren die freien Aethermolecüle in *b* von dieser Seite eine Repulsion, die von den Repulsionen von den übrigen Seiten verschieden ist. Die Repulsionen, die auf ein und dasselbe Aethermolecül ausgeübt werden, bekommen dann eine Resultirende, die nicht gleich Null ist, und die Componente dieser Resultirenden längs der Längenrichtung des Leiters sucht den freien Aether in dieser Richtung in Bewegung zu setzen. Wie ich aber in der genannten Abhandlung gezeigt habe, ist es nur ein Theil des in den Poren des Körpers sich befindenden Aethers, der frei ist, der übrige Theil ist um die eigenen Molecüle des Körpers condensirt. Die Dichtigkeit dieser Aetherlagen ist von der Repulsion abhängig, die sie von dem umgebenden Aether erfahren und dieselbe nimmt zu, wenn diese Repulsion gröfser wird. Die Dichtigkeit der Aetherlagen, von denen die eigenen Molecüle des Körpers umgeben sind, wird demnach auf der Seite gröfser, von welcher die gröfsere Repulsion wirkt. Ihre Dichtigkeit ist somit auf der Seite gröfser, die gegen den Aetherstrom gewendet ist. Diese Aetherlagen üben natürlich eine Repulsionswirkung auf die freien, sich bewegenden Aethermolecüle aus, und die Resultirende dieser Repulsion sucht, weil sie in entgegengesetzter Richtung gegen den freien Aetherstrom wirkt, die Geschwindigkeit der freien Aethermolecüle zu vermindern. Da die Dichtigkeit der Aetherlagen auf der Seite, die gegen den Aetherstrom gewendet ist, hinreichend ge-

wachsen ist, wird die Repulsion von diesen auf den freien Aether so grofs, dafs dieser in Ruhe kommt. Die freien Aethermolecüle haben sodann ihre neuen Gleichgewichtslagen erreicht, und das Inductionsphänomen ist zu Ende. Wenn man die Wirkung auf den freien Aether in dem Leiter *b*, die von dem Strom im Leiter *a* ausgeht, *J*, und die Wirkuug auf denselben, die von dem Zuwachs der Aetherlagen herrührt, *R* nennt, so ist *R* nun eben so grofs wie *J* geworden. Wenn nun der Strom im Leiter *a* aufhört, so treibt *R* den freien Aether in eine der früheren entgegengesetzten Richtung und man bekommt dadurch einen Inductionsstrom in entgegengesetzter Richtung, aber von derselben Stärke, wie der vorige. Bei der ersten Induction nimmt die Repulsion *R* von $R = 0$ bis $R = J$ zu, und bei der letzten nimmt dieselbe von dem letzgenannten Werthe bis zu Null ab. In der mehrgenannten Abhandlung ist gezeigt worden, dafs man auf diese Weise Inductionsströme erhält, die hinsichtlich der Richtung und Stärke mit der Erfahrung übereinstimmen [1]).

Dasselbe ist der Fall, wenn man, statt des Stromes in dem Leiter *a*, in einem Elektromagnet, der in der Nähe von *b* sich befindet, Magnetismus entstehen oder verschwinden läfst. Dafs in der Leitung *b* Inductionsströme entstehen müssen, wenn man einen Strom oder einen Magnet, beide von constanter Stärke, derselben nähert oder von derselben entfernt, geht aus dem Gesagten von selbst hervor.

Zufolge des Vorhergehenden kann also ein Inductionsstrom auf zwei verschiedene Weisen erregt werden, nämlich entweder dadurch, dafs die inducirende Kraft *J* wächst oder abnimmt, oder dadurch, dafs *R* verändert wird. Die Veränderung der inducirenden Kraft *J* wird dadurch hervorgebracht, dafs die Stärke des Stromes oder des Magnets vergröfsert oder vermindert wird, oder, wenn die Stärke constant bleibt, dafs der Strom oder Magnet der Leitungsbahn genähert oder von derselben entfernt wird. Was

1) *Théorie des phénomènes électriques, p.* 64.

dagegen die Veränderung in der Repulsionskraft R betrifft, so kann diese dadurch hervorgebracht werden, dafs ein Theil der Leitungsbahn in Rotation gesetzt wird, während der übrige Theil der Leitungsbahn in Ruhe verbleibt. Es hängt von der Richtung der Rotation ab, ob R wachse oder abnehme, das heifst, gröfser oder geringer als J werde. Das Gleichgewicht des Aethers wird dadurch gestört, und ein Inductionsstrom entsteht, der eben so lange wie die Rotation dauert. Auf diese Weise entsteht die unipolare Induction.

Hiezu wollen wir noch weitere Bemerkungen hinzufügen. Wenn man in einem stählernen oder eisernen Cylinder Magnetismus erregt, so entstehen in demselben Augenblick in der Masse des Magnets Inductionsströme. Diese Inductionsströme hören auf, so bald der Magnetismus constant geworden ist. Die Aetherlagen, von denen die eigenen Molecüle des Magnets umgeben sind, haben dann an der Seite, von der die Ströme kommen, so sehr an Dicke zugenommen, dafs die Repulsion dieser Lagen auf die ankommenden Aethermolecüle die letzteren in Ruhe bringen. Die Repulsionskraft der Aetherlagen ist dann eben so grofs geworden, wie die inducirende Kraft des Magnets. Nachdem der Cylinder magnetisch geworden ist, hat der Aether demnach in demselben eine andere Gleichgewichtslage als da derselbe unmagnetisch war. Wenn der Magnetismus aufhört, werden die Aethermolecüle von der Repulsionskraft der Aetherlagen in entgegengesetzte Richtung geführt und kehren zu ihren ursprünglichen Gleichgewichtslagen zurück.

Wenn der Magnet vollkommen cylindrisch und dessen Magnetismus um die geometrisehe Axe genau symmetrisch vertheilt ist, so wirkt er gleich stark auf einen naheliegenden Leiter ein, er mag in Ruhe seyn oder um seine Axe rotiren. Weder dessen magnetisches Moment noch der Abstand vom Leiter hat durch die Rotation eine Veränderung erlitten. Die Umdrehung des Magnets um die Axe kann demnach *direct* keinen Inductionsstrom hervorrufen, aber

er bewirkt *indirect* einen solchen, im Fall der rotirende Magnet selbst einen Theil der Leitungsbahn des Stromes ausmacht. Es ist nicht die Rotation des Inducenten, sondern die Rotation eines Theiles der Leitungsbahn, die den Inductionsstrom veranlafst.

2.

Hr. Dr. G. Baumgartner hat gegen die von mir aufgestellte unitarische Theorie der elektrischen Erscheinungen die Bemerkung gemacht, dafs dieselbe der Annahme, dafs der leere Raum keine Leitungsfähigkeit für den galvanischen Strom besitze, zu widersprechen scheine[1]). Zur Erwiderung auf diese Bemerkung dürfte es genügend seyn Folgendes anzuführen.

Es ist eine bekannte Sache, dafs der scheinbare elektrische Leitungswiderstand eines Gases vermindert wird, wenn man das Gas verdünnt, bis die Verdünnung eine gewisse Gränze erreicht hat, wonach der Leitungswiderstand bei fortgesetzter Verdünnung wieder zuzunehmen anfängt. Die Gränze, bei welcher diese Umkehrung geschieht, beruht auf der Form des Gefäfses, welches das Gas einschliefst, und überdiefs auf der Beschaffenheit der Elektroden. Alles dieses giebt deutlich zu erkennen, dafs man es hier nicht mit einer einfachen, sondern mit einer sehr zusammengesetzten Erscheinung zu thun hat, deren besondere Momente noch bei weitem nicht hinreichend bekannt sind. Hieraus zu schliefsen, wie der leere Raum, der auf physikalischem Wege nicht dargestellt werden kann, sich verhalte, ist zweifelsohne eine Unmöglichkeit. Die umfassenden Untersuchungen des Hrn. Hittorf zeigen deutlich, wie verwickelt diese Frage ist[2]). Er fand nämlich unter Anderem, dafs der galvanische Widerstand, den die Luft bei starker Verdünnung zeigte, zum wesentlichen Theile auf dem Lichte in der Nähe der Kathode beruhte, aber in gewissen Fällen von *dem Abstande zwischen den Poldrähten unabhängig war*. Es zeigte sich auch, dafs der

1) Diese Annalen, Band 154, S. 305.

2) Diese Annalen, Band 136, S. 1 u. 197.

Widerstand unter übrigens gleichen Verhältnissen wesentlich von der Länge der Kathode und von dem Stoffe, woraus diese bestand, abhängig ist. Bestand die Kathode z. B. aus Aluminium, so war der Widerstand viermal geringer, als wenn sie aus Silber und Platin bestand. Der Widerstand in dem positiven Lichte nahm continuirlich ab, wenn das Gas mehr und mehr verdünnt wurde, wogegen der Widerstand um den negativen Pol zunahm. Alles dieses zeigt, daſs der scheinbare Widerstand, den ein Strom erfährt, wenn er durch einen luftverdünnten Raum geht, bei weitem nicht ausschlieſslich von dem Widerstande des Gases abhängig ist, und daſs man demnach unmöglich daraus schlieſsen kann, wie der Widerstand des leeren Raumes sich verhalte.

VII. *Ueber Thermoelektricität, Wärme- und Elektricitätsleitung; von F. Kohlrausch.*

(Aus den Göttinger Nachrichten vom Hrn. Verfasser übersandt[1]).

Man pflegt die Ursache der Thermoelektricität in einer elektromotorischen Kraft an den Contactstellen verschiedenartiger Leiter zu suchen, stöſst aber bekanntlich auf Schwierigkeiten, sobald man zu bestimmten Vorstellungen übergehen will. Die Volta'schen Contactkräfte haben offenbar mit zu dieser Auffassung angeregt, und der nächstliegende weitere Schritt bestand darin, die Thermoelektricität aus einer Modification der Volta'schen Kräfte durch die Temperatur zu erklären. Aber man sieht alsbald, daſs dann die bisherigen Vorstellungen über diese Kräfte aufgegeben werden müssen, oder, wenn man dieses nicht will, daſs man

1) Es ist dies die Arbeit, auf welche W. Weber bereits S. 43 dieses Bandes Bezug genommen hat.

beide Arten von Contactkräften doch wieder auseinander halten mufs. (Vgl. Clausius, Pogg. Ann. Bd. XC, S. 516.)

Bei dieser Sachlage ist vielleicht die Bemerkung nicht überflüssig, dafs man für eine Theorie der Thermoelektricität einer unmittelbaren Wirksamkeit der Contactflächen gar nicht bedarf, und dafs man zu einer vollständigen Uebereinstimmung mit den bekannten Thatsachen gelangen kann, indem man die elektromotorischen Kräfte im Inneren der einzelnen Leiter annimmt. Die Contactstellen haben dann blos einen secundären Einfluſs. — Diese Vorstellung soll hier entwickelt werden.

In jeder Thermosäule, wenn sie in Thätigkeit ist, findet mit dem Temperaturunterschied nothwendig ein Ueberströmen von Wärme von der wärmeren zur kälteren Löthstelle statt, weil jeder Elektricitätsleiter auch die Wärme leitet. Man hat bisher den Temperaturunterschied der Löthstellen als Ursache der elektromotorischen Kraft angesehen; mit demselben Rechte kann man den Versuch machen, den andern hiervon untrennbaren Zustand zu Grunde zu legen. Wir nehmen also an, *dafs mit einem Wärmestrome in bestimmtem, von der Natur des Leiters abhängigem Maafse ein elektrischer Strom verbunden sey* — vorausgesetzt, dafs andere elektromotorische Kräfte zunächst ausgeschlossen seyen.

Als mein Eigenthum nehme ich diese Vorstellung nicht in Anspruch. Oeffentlich ist sie, soweit mir bekannt, noch nicht ausgesprochen worden, aber mein Freund L. Hermann in Zürich hat schon vor drei Jahren Versuche angestellt, dieser Hypothese einen experimentellen Boden zu geben, bei welchen Versuchen ich wiederholt assistiren durfte. Es scheint indessen, als ob die directe erfahrungsmäfsige Prüfung an der Unmöglichkeit scheitert, über die Oberflächentemperatur eines Körpers, im ersten Augenblick nach der Berührung mit einem zweiten Körper von anderer Temperatur, etwas bestimmtes auszusagen. (H. Weber, Züricher Virteljahrsschrift 1871.)

Man wird in §. 1 finden, dafs diese Hypothese auf

einfachster Grundlage durchaus zu den unzweifelhaft festgestellten Thatsachen der Thermoelektricität leitet.

Nun mufs aber von jeder Theorie aufser den thermoelektromotorischen Kräften noch die unter Peltier's Namen bekannte Wärmeentwicklung eines elektrischen Stromes an einer Löthstelle erklärt werden. Die zu diesem Zwecke nothwendige Ergänzung der obigen Hypothese bietet sich fast von selbst dar; denn man braucht nur die Annahme hinzu zu fügen, dafs *durch einen elektrischen Strom die Wärme bewegt werde*[1]). Mit den über die Peltier'sche Wärme bekannten quantitativen Thatsachen tritt diese Annahme in Uebereinstimmung, wenn die Gegenseitigkeit der Mitführung von Elektricität und Wärme sich auch auf die *Gröfse* derselben erstreckt. Dieser unter §. 2 entwickelten Hypothese kann man einen sehr einfachen Ausdruck geben, wenn man die von Wiedemann und Franz höchst wahrscheinlich gemachte Proportionalität zwischen den beiden Leitungsvermögen für Wärme und Elektricität in Betracht zieht; nämlich *die wärmebewegende Kraft des elektrischen Stromes Eins in irgend einem Körper ist proportional der elektromotorischen Kraft des Wärmestromes Eins in demselben Körper.*

Während alle sicher bekannten Thatsachen der Thermoelektricität aus dieser Grundlage folgen, ergeben sich noch zwei, äufserlich unbedeutende, Folgerungen, welche ihr eigenthümlich sind; nämlich erstens eine elektrische Differenz zwischen zwei Punkten eines Körpers von verschiedener Temperatur und zweitens ein Unterschied der von einem elektrischen Strom entwickelten Wärme in einem ungleich warmen Leiter, je nach der Richtung des Stromes. Diese Abweichungen zu einer experimentellen Entscheidung für oder gegen zu verwerthen besteht leider geringe Aussicht,

1) Eine „Wärmefortführung durch den elektrischen Strom" ist bekanntlich schon von W. Thomson angenommen worden, aber nur zur Erklärung einer besonderen Erscheinung, keineswegs als Grundlage der Peltier'schen Wärme. (*Trans. Edinb. Soc. XXI*, 133; *Trans. Roy. Soc.* 1856, 655.)

da sie wahrscheinlich in Anbetracht der Schwierigkeiten ihrer Messung sehr klein sind. Eine Unwahrscheinlichkeit enthalten sie keineswegs, denn die erstere Folgerung hat ein bekanntes Analogon in den Turmalin-Erscheinungen, und dafs das Joule'sche Erwärmungsgesetz bei ungleichmäfsiger Erwärmung eines Körpers nicht streng gültig ist, haben W. Thomson und Le Roux bereits nachgewiesen.

Die innere Begründung betreffend sey zu Gunsten der hier vertretenen Anschauung noch folgendes bemerkt. Dafs die Fortpflanzung von Wärme und Elektricität in einem Metall nahe verwandte Vorgänge sind, folgt aus dem proportionalen Verhalten aller untersuchten metallischen Leiter gegen beide Leitungen. Jedenfalls also liegen in der Wärme und der Elektricität zwei irgendwie verwandte Dinge vor, welche denselben Raum ausfüllen; und man mag dieselben auffassen wie man will, so ist zu vermuthen, dafs die Bewegung des einen von ihnen auch auf das andere einen bewegenden Einfluſs äufsert. Wer der Ansicht ist, dafs elektrische und Wärmeerscheinungen auf Molecularbewegungen beruhen, könnte unsere Hypothese einfach dahin interpretiren, dafs bei der Fortpflanzung der einen Bewegungsform ein durch die Natur des Leiters bedingter Bruchtheil derselben sich in die andere Form umsetzt. Derartige Erwägungen über einen Zusammenhang beider Ströme scheinen so nahe zu liegen, dafs sie, glaube ich, sogar zur Auffindung der Thermoelektricität hätten hinleiten können.

Auch die augenfällige Thatsache, dafs die thermoelektrisch wirksamsten Körper durchweg schlechte Leiter sind, spricht für irgend eine Verknüpfung der Thermoelektricität mit der Wärme- oder Elektricitätsleitung; denn ein bloſses Spiel des Zufalls kann man hier kaum annehmen.

Endlich ist hervorzuheben, dafs diejenige Erregung elektrischer Eigenschaften, welche man mit dem Namen Pyroelektricität bezeichnet, unserer Auffassung der Thermoelektricität nahe zu stehen scheint. Die betreffenden Kry-

stalle zeigen sich nämlich nur während der Erwärmung oder während der Abkühlung elektrisch, das heifst also, wenn sie von einem Wärmestrom durchflossen werden. Es wäre möglich, dafs Thermo- und Pyroelektricität nur verschiedene Aeufserungen einer und derselben Wechselwirkung zwischen Wärme und Elektricität sind.

1. Gesetz der thermoelektromotorischen Kräfte.

Wir gehen von der Annahme aus, dafs, wenn durch irgend ein Flächenelement f im Innern eines Leiters die Wärmemenge W hindurchgeht, dafs dann von der letzteren eine Elektricitätsmenge mitgeführt wird, welche mit ihr proportional ist, die wir also durch αW bezeichnen können. α hängt von der Substanz ab; über das Vorzeichen braucht keine Annahme gemacht zu werden[1]). Sollten etwa noch andere elektromotorische Kräfte vorhanden seyn, so soll deren Wirkung nicht beeinträchtigt werden; mit anderen Worten, die durch diese Kräfte bewegte, nach dem Ohm'schen Gesetz zu berechnende Elektricitätsmenge soll sich algebraisch zu der obigen αW addiren. (Vgl. noch § 4). Vorläufig wird übrigens von andern Kräften abgesehen.

Betrachten wir nun die Bewegung der Wärme und der Elektricität in einem nach der Richtung des Wärmestromes über dem Flächenelement f errichteten Cylinder von der Länge ds. Die obige Wärmemenge W möge in der Zeiteinheit durch f gehen, so stellt $\alpha W = i$ die elektrische Stromstärke in dem Cylinder dar. Um von der bewegten Elektricitätsmenge zu der elektromotorischen Kraft des Wärmestromes zu kommen, brauchen wir nur zu berücksichtigen, dafs, wenn k das elektrische Leitungsvermögen der Substanz bedeutet, $\frac{ds}{kf} = r$ den Leitungs-

1) Um der Einfachheit des Ausdrucks willen wird die negative Elektricität als ruhend angenommen; eine Annahme, die aus bekannten Gründen immer mit einer anderen Anschauung vertauscht werden kann.

widerstand des Cylinders darstellt. Dann ist also die elektromotorische Kraft dE des Wärmestromes W (in der Zeiteinheit) in dem Cylinder gleich ri oder

1. $$dE = \frac{\alpha W}{kf} ds.$$

Eine noch einfachere Beziehung folgt hieraus zwischen der elektromotorischen Kraft und dem Gefälle der Temperatur u. Denn wenn $\varkappa$ das Wärmeleitungsvermögen bezeichnet, so ist ja

$$W = -\varkappa f \frac{du}{ds},$$

also

$$dE = -\alpha \frac{\varkappa}{k} \frac{du}{ds} ds,$$

oder, wenn wir setzen

2. $$\alpha \frac{\varkappa}{k} = \vartheta,$$

3. $$\frac{dE}{ds} = -\vartheta \frac{du}{ds}.$$

Diese Beziehung erscheint um so einfacher, da $\frac{\varkappa}{k}$ sehr wahrscheinlich eine von der Substanz unabhängige Naturconstante bedeutet. Man kann ϑ *die thermoelektrische Constante der Substanz* nennen.

In einem homogenen unkrystallinischen Leiter von verschiedener Temperatur kann trotz dieser Kräfte ein dauernder elektrischer Strom nicht entstehen, weil sich alsbald eine Anhäufung freier Elektricität bildet, welche die elektromotorische Kraft des Wärmestromes compensirt. Man sieht sofort, dafs der elektrische Gleichgewichtszustand durch die Bedingung erfüllt ist

4. $$V - V' = \vartheta (u' - u),$$

wenn V, u und V', u' das elektrische Potential und die Temperatur an irgend einem Punktepaar bedeuten. Hieraus würde eine *Elektrisirung durch Temperaturverschiedenheit* folgen, deren elektroskopische Beobachtung indessen

mit grofsen Schwierigkeiten verknüpft seyn dürfte; weniger vielleicht durch die erforderte Empfindlichkeit der Elektroskope, als weil man bei der Ertheilung von Temperaturdifferenzen schwerlich störende Nebeneinflüsse vermeiden kann.

Die Möglichkeit solcher Erscheinungen darf man aber um so weniger leugnen, als, wie bereits erwähnt, im Turmalin ein Beispiel vorliegt, bei welchem ein Körper während der Bewegung der Wärme in seinem Innern, und zwar nur während einer solchen Bewegung, elektrische Eigenschaften aufweist.

Betrachten wir nun eine sogenannte *Thermokette* nach unsrer Hypothese. Zwei Drähte a und b aus verschiedener Substanz seyen zu einem Kreise verbunden; die thermoelektrischen Constanten der Drähte seyen ϑ und ϑ', die Temperaturen der durch I und II bezeichneten Löthstellen u_1 und u_2; die Richtung $u_1\, a\, u_2\, b\, u_1$ werde als positive gezählt. Die elektromotorische Kraft E dieser Combination wird erhalten

$$E = -\vartheta\int_{\mathrm{I}}^{\mathrm{II}}\frac{du}{dx}\,dx - \vartheta'\int_{\mathrm{II}}^{\mathrm{I}}\frac{du}{dx}\,dx = -\vartheta\int_{u_1}^{u_2} du - \vartheta'\int_{u_2}^{u_1} du,$$

da u als Function von x auszudrücken ist. Demnach ist

5. $$E = (\vartheta - \vartheta')\,(u_1 - u_2).$$

Die elektromotorische Kraft hängt also nur von der Temperatur der Contactstellen ab und ist der Temperaturdifferenz proportional. Die Differenz der thermoelektrischen Constanten bezeichnet die Eigenschaft, welche man schon jetzt mit dem Namen thermoelektrische Differenz der beiden Metalle zu benennen pflegt; die elektromotorische Kraft ist in der erwärmten Löthstelle nach dem Leiter gröfserer Constante gerichtet.

Temperaturdifferenzen im Inneren *eines* Körpers sind ohne Einfluſs auf die thermoelektromotorische Kraft; das Gesetz der Spannungsreihe liegt in dem Factor $\vartheta - \vartheta'$. Kurz, den bekannten Erscheinungen wird genügt.

Ein experimentelles Entscheidungsmittel zwischen dieser Hypothese und der Annahme einer elektromotorischen Kraft in den Contactstellen wird hiernach durch die Stromerscheinungen nicht dargeboten. Dagegen ist die Vertheilung der *freien* Elektricität oder des Potentiales über die Leiter nach beiden Annahmen eine wesentlich verschiedene. Die Thermoströme würden nicht durch einen Sprung des Potentials veranlafst werden, sondern letzteres ändert sich, einen continuirlichen Uebergang der Temperatur vorausgesetzt, stetig — abgesehen natürlich von etwa vorhandenen Volta'schen Contactkräften, welche hiernach mit der Thermoelektricität nicht zusammenhängen. Die Potentialvertheilung läfst sich leicht berechnen, denn wenn w den Widerstand der Längeneinheit eines Drahtes (etwa von a) bedeutet, so wird auf ihm das Potential V der freien Elektricität der Gleichung genügen müssen $wi = -\frac{dV}{dx} - \vartheta\frac{du}{dx}$, wenn i die Stromstärke ist. Für zwei Punkte, deren Lage durch den Abstand x und x' von irgend einem Nullpunkt an gerechnet, gegeben ist, wird also, wenn u und u' die beiden Temperaturen bedeuten,

6. $$V - V' = wi\,(x' - x) + \vartheta\,(u' - u).$$

Die Schwierigkeit der Prüfung dieses Zustandes ist schon auf Seite 607 hervorgehoben worden. Der Ausdruck (4) folgt aus (6) für $i = 0$.

2. Die Peltier'sche Wärmeentwicklung.

Um die an den Contactstellen durch einen elektrischen Strom ausgeschiedene Wärme zu erklären, legen wir diesem Strome der Wärme gegenüber dieselben Kräfte bei, welche wir im Vorigen dem Wärmestrom gegen die Elektricität zugeschrieben haben. ***Ein elektrischer Strom führe also Wärme mit sich.*** Und zwar werden wir die Vorgänge auch quantitativ einander reciprok annehmen, d. h. die vom Strome i in der Zeiteinheit bewegte Wärmemenge Q sey proportional mit i und mit der Constanten ϑ,

welche die Fortführung von Elektricität durch den Wärmestrom bedingte. Die Temperatur wird in dem Leiter als constant angenommen. Es sey also

$$Q = C\vartheta . i,$$

wo C von der Substanz unabhängig seyn soll[1]). Eine passende Wahl der Einheiten für Wärme und Elektricität würde $C = 1$ machen können. Es ist ohne Weiteres einleuchtend, dafs im Inneren *eines* Leiters diese Wärmefortführung keine beobachtbare Wirkung äufsert. Die von Thomson mit dem Namen elektrische Fortführung der Wärme bezeichnete Erscheinung betrifft einen wesentlich anderen Fall.

Wirksam mufs aber die mitgeführte Wärme an den Contactstellen zweier Leiter von verschiedenem ϑ werden. Betrachten wir z. B. wieder die obige einfache Thermokette (S. 607), deren Temperatur jetzt gleichmäfsig sey, und in welcher nach der Richtung *Ia IIb* der Strom i kreise, gleichgültig, wie er hervorgebracht werde. Dieser Strom entführt der Contactstelle *I* nach dem Drahte *a* hin die Wärmemenge $C\vartheta i$, liefert dagegen von dem Drahte *b* her die Menge $C\vartheta' i$ in der Zeiteinheit. Es wird also hier in der Zeiteinheit die Wärmemenge ausgeschieden

7 *a*. $$Q_1 = C\,(\vartheta' - \vartheta)\,i,$$

und gerade so an der Contactstelle *II*

7 *b*. $$Q_2 = C\,(\vartheta - \vartheta')\,i.$$

Die Summe ist gleich Null, die einzelne Menge ist proportional der thermoelektrischen Differenz der sich berührenden Metalle, und es findet Entwicklung resp. Absorption von Wärme statt, je nachdem der Strom zu einem Leiter von kleinerer resp. gröfserer thermoelektrischer Constante

1) Wegen der Proportionalität von Wärme- und elektrischem Leitungsvermögen ist dieſs, wie schon bemerkt, ganz dasselbe, als wenn man sagte: die elektromotorische Kraft des Wärmestromes Eins ist proportional der wärmebewegenden Kraft des elektrischen Stromes Eins in demselben Körper.

geht. Das Resultat stimmt mit der Erfahrung vollständig überein.

3. Rückwirkung des mit einem elektrischen Strome verbundenen Wärmestromes auf den ersteren.

Es scheint, dafs, falls unsere Hypothesen richtig sind, die durch eine bestimmte elektromotorische Kraft erzeugte Stromstärke durch dieselben beeinflufst werden mufs. Denn der elektrische Strom führt Wärme mit sich, und der dadurch veranlafste Wärmestrom bedingt ja wieder eine Fortführung von Elektricität. Indessen zeigt sich alsbald, dafs dieser Einfluſs äufserlich nicht bemerkbar ist, weil er nämlich blofs in den scheinbaren Widerstand des Körpers eingeht.

Es bezeichne nämlich w_0 den Widerstand eines Drahtes *ohne* die Rückwirkung der Wärme, und es wirke in diesem Drahte die elektromotorische Kraft E. Ist hierbei der Strom i vorhanden, so führt dieser den Wärmestrom $Q = C\vartheta i$ mit sich, welcher seinerseits einen elektrischen Strom $\alpha Q = \frac{k}{\varkappa}\vartheta Q$ veranlafst (Gl. 2). Die der obigen elektromotorischen Kraft E entsprechende Stromstärke i ist demnach einschliefslich der Rückwirkung des mitgeführten Wärmestromes gegeben durch

$$i = \frac{E}{w_0} + \frac{k}{\varkappa}\vartheta Q = \frac{E}{w_0} + C\frac{k}{\varkappa}\vartheta^2 i,$$

woraus

8. $$i = \frac{E}{w_0\left(1 - C\frac{k}{\varkappa}\vartheta^2\right)} = \frac{E}{w},$$

sobald man $w_0\left(1 - C\frac{k}{\varkappa}\vartheta^2\right)$ durch w bezeichnet. Bestimmen wir den Widerstand des Drahtes nach dem Ohm'schen Gesetze, so finden wir also die Gröfse w. Das Gesetz selbst wird nicht beeinflufst, und die Gröfse w_0 bleibt uns unbekannt.

4. Folgerung aus dem Princip von der Erhaltung der Energie. Ausnahme von dem Joule'schen Gesetz.

Stellen wir jetzt den allgemeineren Fall, dafs ein elektrischer Strom durch einen Leiter von ungleichmäfsiger Temperatur gehe, d. h. dafs elektrischer und Wärmestrom in beliebiger Stärke gleichzeitig vorhanden seyen. Um der Einfachheit willen nehmen wir den Leiter linear an. Die beiden Ströme werden nach derselben Richtung positiv gezählt. Nach unserer Auffassung leistet dann offenbar der Wärmestrom eine Arbeit, deren Gröfse in dem Längenelement dx und während der Zeiteinheit durch $-\vartheta i \frac{du}{dx} dx$ gegeben ist. Denn $-\vartheta \frac{du}{dx} dx$ ist nach Gl. 3. die thermoelektromotorische Kraft in dx.

Eine dieser Arbeit äquivalente Menge der bewegten Wärme wird also in dx verschwinden, d. h. wenn A das Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit bedeutet, wird die Menge $-A\vartheta i \frac{du}{dx} dx$ verschwinden.

Ist nun dw der Widerstand von dx, so wäre $Ai^2 dw$ die gewöhnliche Stromwärme in der Zeiteinheit. Beide Ursachen zusammengenommen liefern also die Wärmemenge

9. $$dq = A\left(i^2 dw + \vartheta i \frac{du}{dx} dx\right).$$

Durch Integration erhält man also *die durch einen Strom i in einem Drahte vom Widerstande w und mit der thermoelektrischen Constante ϑ in der Zeiteinheit entwickelte Wärme* q, wenn u_1 *und* u_2 *die Temperaturen der Eintritts- und Austrittsstelle bezeichnen*,

10. $$q = A\,(i^2 w + \vartheta i\,(u_2 - u_1)).$$

Hieraus folgt unter Anderem, dafs die Wärmeentwicklung durch den elektrischen Strom negativ wird, sobald $i^2 w < \vartheta i\,(u_1 - u_2)$, d. h. sobald der Strom schwächer ist, als derjenige, welchen die aus der Temperaturdifferenz $u_1 - u_2$ hervorgehende thermoelektromotorische Kraft des

Leiters bedingen würde. Wie man sieht, wird also die Wärmemenge, welche durch die Thermosäule in *äufsere Arbeit* verwandelt werden kann, nicht von den Contactstellen, sondern *aus dem Inneren der Leiter* entnommen. Dafs das Gesetz von der Erhaltung der Energie in allen Wirkungen der Thermosäule nach aufsen gewahrt bleibt, sieht man sofort.

Die obige Folgerung, dafs das Joule'sche Gesetz streng genommen eine constante Temperatur des Leiters voraussetzt, ist keineswegs bedenklich für die Hypothese, vielmehr haben Thomson und demnächst Le Roux die Ungültigkeit dieses Gesetzes für eine ungleichmäfsige Temperatur des durchströmten Leiters bereits nachgewiesen. Ein Draht, welcher an beiden Enden kühl gehalten, in der Mitte erhitzt war, zeigte im Allgemeinen bei dem Durchgange eines elektrischen Stromes eine verschiedene Erwärmung in beiden Hälften, d. h. je nachdem der geleitete Wärmestrom dem elektrischen Strom gleich oder entgegengerichtet war.

Auch sind die nach obigem vorhandenen Differenzen als sehr geringfügig zu vermuthen, wie aus der folgenden Betrachtung hervorgeht. Um nämlich eine, wenn auch ganz willkürliche Annahme zu machen, werde einmal vorausgesetzt, die thermoelektrische Constante ϑ sey für Wismuth gleich Null. Alsdann läfst die Constante für Antimon sich aus der Angabe Becquerel's (Wiedemann, Galvanismus, 2. Aufl. I. S. 812) entnehmen, dafs eine Thermokette Wismuth-Antimon bei 1° Temperaturdifferenz der Löthstellen die elektromotorische Kraft $= 0{,}000053$ Daniell, d. i. nahe $6 \cdot 10^6$ in absolutem Maafse besitzt. Unter obiger Voraussetzung würde also die thermoelektrische Constante für Antimon $\vartheta = 6 \cdot 10^6$ seyn. Das Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit, letztere ebenfalls in absolutem Maafse ausgedrückt und die Wärmeeinheit auf 1^{mgr} Wasser bezogen, ist aber $A = \frac{1}{4200 \cdot 10^6}$. Folglich wird $A\vartheta = \frac{1}{700}$. Wenn demnach ein Antimonstab an bei-

den Enden auf 0° und 100° gehalten und von dem starken Strome $i = 10$ durchflossen wird, so würde die Abweichung vom Joule'schen Gesetz in 1^{sec} eine Wärmemenge hervorbringen, welche 1^{mgr} Wasser um $\frac{1}{700} . 10 . 100 = \frac{10}{7}$ Grad erwärmt. Hat das Antimonstäbchen 1000 Cub.-Mm., so würde dieser Wärmemenge eine Temperaturänderung von nur etwa $\frac{1}{700}$ Grad entsprechen. $\left(\text{Spec. Gew.} = \frac{20}{3};\right.$ spec. Wärme $\left. = \frac{1}{20}\right)$. Unter den hier obwaltenden Umständen dürfte der Versuch, eine Messung dieser Gröfse vorzunehmen, illusorisch seyn. Selbst wenn aber auch quantitative Bestimmungen vorlägen, würden sie einen Prüfstein für die Hypothese nur abgeben können, indem man gleichzeitig eine Untersuchung der Abhängigkeit von ϑ von der Temperatur ausführt. (Vgl. §. 5.)

5. Verschiebung der thermoelektrischen Stellung der Metalle durch die Temperatur.

Bekanntlich gilt das Gesetz, dafs die elektromotorische Kraft der Temperaturdifferenz proportional sey, nur genähert; ja man beobachtet an manchen Combinationen ein Maximum und eine Umkehrung der Stromrichtung in hoher Temperatur.

Wir brauchen diesen Punkt nur kurz zu berühren, da er einerseits nicht von Belang ist für die Grundvorstellung der thermoelektrischen Erscheinungen, anderseits leicht in unsere Hypothese aufgenommmen werden kann.

Man braucht nur anzunehmen, dafs die unter der Bezeichnung ϑ eingeführte Gröfse eine Function der Temperatur u ist. Setzen wir anstatt ϑ z. B. als zweite Annäherung $\vartheta + \eta u$ in dem einen, und $\vartheta' + \eta' u$ in dem anderen Draht der Thermosäule (S. 607), wo η η' ebenfalls Constanten sind, so wird die elektromotorische Kraft dieser Combination

$$E = -\int_{u_1}^{u_2}(\vartheta + \eta u)\, du - \int_{u_2}^{u_1}(\vartheta' + \eta' u)\, du$$

$$= (\vartheta - \vartheta')(u_1 - u_2) + \frac{\eta - \eta'}{2}(u_1^2 - u_2^2)$$

oder auch, indem man die Mitteltemperatur $\frac{u_1 + u_2}{2}$ durch u_0 bezeichnet,

11. $$E = (\vartheta - \vartheta')(u_1 - u_2)\left(1 + \frac{\eta - \eta'}{\vartheta - \vartheta'} u_0\right).$$

Je nachdem $\frac{\eta - \eta'}{\vartheta - \vartheta'}$ positiv oder negativ ist, wird das Wachsthum der elektromotorischen Kraft in höheren Temperaturen beschleunigt oder verzögert erscheinen; E bekommt, bei constantem u_2, ein Maximum für $u_1 = \frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta' - \eta}$, es wird Null, wenn u_0 diesen Werth erreicht. Man sieht, dafs dieser Werth den sogenannten neutralen Punkt bezeichnet (für Kupfer-Eisen etwa 300°); d. h. wenn man eine der Löthstellen auf diese Temperatur bringt, so ist die Stromrichtung von der Temperatur der anderen Löthstelle unabhängig.

Es folgt ferner, wie Thomson zuerst ausgesprochen hat, dafs an einem Metalle, welches sich in der angegebenen Weise mit der Temperatur thermoelektrisch ändert, an Berührungsstellen ungleicher Temperatur die Peltier'sche Wärmeentwicklung auftreten mufs, welche sich demnach mit der im vorigen Abschnitt abgeleiteten Erscheinung complicirt.

6. Ueber Arbeit und Wärmeleitung.

Eine Consequenz der Wechsel-Mitführung von Wärme und Elektricität bedarf noch einer besonderen Erwähnung. Ein Wärmestrom kann nach dieser Hypothese eine Kraft entwickeln, also auch *Arbeit leisten*. Das bisherige Verfahren der mechanischen Wärmetheorie aber nimmt niemals Rücksicht auf die durch Leitung ausgeglichene Wärme.

Wer also dieses Verfahren unter allen Umständen als erlaubt ansieht, wird daraus einen bedenklichen Einwand gegen unsere Unterstellungen ableiten.

Nun liegt aber im Gebiete der Elektricität ein anderer Fall vor, der nach meiner Ansicht mit den Grundsätzen der mechanischen Wärmetheorie, oder mit andern Worten, mit dem Clausius'schen Satze, dafs die Wärme nicht von selbst aus niederer zu höherer Temperatur übergeht, nicht anders in Uebereinstimmung gebracht werden kann, als wenn man der Wärmeleitung eine *wesentliche* Rolle bei dem Vorgang zuschreibt. Tait hatte bekanntlich den genannten Grundsatz als unrichtig hingestellt, weil man mittels einer Thermosäule von geringer Temperatur einen Draht zum Glühen bringen könne. Clausius widerlegt diesen Einwand leicht, indem ja die Temperaturerhöhung der in dem Drahte entwickelten Wärme nach Peltier begleitet ist von dem Uebergang einer anderen Wärmemenge von der warmen zur kalten Löthstelle der Thermosäule. (Pogg. Ann. Bd. CXLVI, S. 310.) Bei dieser Widerlegung wird indessen offenbar vorausgesetzt, was ja auch in Wirklichkeit immer zutrifft, dafs die in dem erhitzten Drahte entwickelte Temperatur eine Gränze hat. Könnte man diese Temperatur beliebig steigern, so würde durch den Uebergang einer endlichen Wärmemenge in der Thermosäule zu einer um eine endliche Gröfse niedrigeren Temperatur eine andere endliche Wärmemenge zu beliebig hoher Temperatur erhoben werden können.

Nun aber glaube ich, dafs man sich klar machen mufs, auf welchem Wege dieser Widerspruch gehoben wird; die endliche Gränze der Temperatur im Drahte ist nur eine Folge des Wärme-Leitungsvermögens des Drahtes. Weil es keinen Leiter der Elektricität giebt, der nicht auch die Wärme leitete, kann man durch einen endlichen elektrischen Strom seine Temperatur nicht ins Unendliche steigern, sondern das Maximum ist erreicht, wenn durch Leitung ebensoviel Wärme abfliefst, wie durch den Strom entwickelt wird. Hier scheint also die mechanische Wärmetheorie

zur Aufrechthaltung ihrer Grundsätze der Wärmeleitung einen wesentlichen Einfluſs zuschreiben zu müssen.

Vielleicht kommen solche Fälle nur bei der Elektricität vor. Daraus folgt dann aber zum mindesten für die letztere, daſs die Wärmeleitung nicht bloſs eine auſserhalb der Umsetzung von Wärme und Arbeit stehende Rolle, sondern daſs sie noch in anderer Weise mitzuspielen scheint. Das Carnot'sche Princip darf dann nicht ohne Weiteres angewandt werden (was deſswegen im Vorausgehenden auch vermieden ist), und schlieſslich fällt damit auch der principielle Einwand, welcher zu diesen Bemerkungen veranlaſste, nämlich daſs ein Wärmestrom keine Arbeit leisten könne.

Ich will hier vorläufig einen Satz erwähnen, welcher die mögliche Temperatursteigerung eines von einem elektrischen Strom durchflossenen Leiters in einem wie mir scheint merkwürdigen Licht erscheinen läſst. Diese Maximaltemperatur ist, wenn man das Wiedemann-Franz'sche Gesetz als allgemein gültig ansieht, von der Gestalt und Substanz des durchflossenen Leiters ganz unabhängig und ist einfach dem Quadrat der elektromotorischen Kraft proportional, welche in diesem Leiter diesen Strom hervorbringt. Ja noch mehr; nicht nur die Maximaltemperatur, sondern die ganze stationäre Temperaturvertheilung ist eine blos von der elektromotorischen Kraft, durchaus aber nicht von Natur oder Gestalt des Leiters beeinfluſste, sobald man die Temperaturvertheilung nicht auf die geometrische Gestalt, sondern was hier maſsgebend ist auf Strecken gleicher Wärmeentwickelung bezieht. (Von Wärmeabgabe an die Umgebung, soweit die letztere elektrisch unwesentlich ist, wird abgesehen, und nur angenommen, daſs die Eintritts- und Austrittsstelle des Stromes eine constante Temperatur besitzt.) Man kann auch eine genäherte Bestimmung der Maximaltemperatur ausführen und findet z. B, daſs für eine schwache Glühhitze von 600° die elektromotorische Kraft von etwa $\frac{1}{5}$ Dan. nothwendig ist. Man kann so eine elektromotorische Kraft als die Quadratwurzel

einer Temperaturerhöhung definiren oder hätte auch umgekehrt die Möglichkeit, ein absolutes Temperaturmaafs aus dem Maafs der elektromotorischen Kraft abzuleiten.

Ich behalte mir vor, auf den erwähnten Satz, welchem vielleicht eine tiefere Bedeutung inne wohnt, zurückzukommen. An diesem Orte sollte er nur ein Beispiel geben, in welchem innigen Zusammenhange das Wärme-Leitungsvermögen mit den Arbeitsleistungen eines elektrischen Stromes zu stehen scheint.

7. Ueber Volta'sche Contactkräfte und die Peltier'sche Wärmeentwicklung.

Die Hypothesen, deren Consequenzen im Vorigen entwickelt worden sind, stehen in unmittelbarem Zusammenhang mit einer Behauptung, welche neuerdings betont worden ist, nämlich dafs die Peltier'sche Wärmeentwicklung die Contactkraft im Volta'schen Sinne messe. Neu ist freilich diese Behauptung nicht, aber doch noch niemals mit solcher Bestimmtheit ausgesprochen und durch eine Reihe feiner Messungen mit einem gewissen Nachdruck versehen worden, wie kürzlich von Hrn. Edlund. (Pogg. Ann. Bd. CXL, S. 435; Bd. CXLIII, S. 404.) Freilich wird in dessen Arbeiten der nächstliegende Einwand, dafs nach der Peltier'schen Erwärmung die elektromotorische Kraft Zink / Kupfer so gut wie gleich Null wäre, während anderseits elektroskopische oder galvanische Versuche mit Wismuth / Antimon durchaus keine hervorragende elektrische Differenz dieser Substanzen zu erkennen geben, nur flüchtig berührt. Den vielfachen nicht nur qualitativen sondern mit Sorgfalt messenden Versuchen gegenüber würde vielleicht eine etwas eingehendere Widerlegung angezeigt gewesen seyn. Einen anderen Einwand gegen die von Edlund als zweifellos hingestellte Annahme hat bereits früher Clausius ausgesprochen, als er den Zusammenhang der thermoelektromotorischen Kräfte mit der Peltier'schen Erwärmung entwickelte (Pogg. Ann. Bd. XC, S. 520); nämlich, dafs ein Potentialunterschied an der Berührungs-

stelle zweier Leiter, wenn er durch Kräfte bedingt ist, welche die *Substanzen* auf die Elektricität äufsern, nicht ohne Weiteres die Peltier'sche Erscheinung zur Folge hat.

In der Entwickelung unserer Hypothese ist nun noch gezeigt worden, dafs man Volta'sche Contactkraft und Thermoelektricität vollständig getrennt auffassen kann und hierdurch zu Resultaten gelangt, welche weder mit der directen Erfahrung noch mit dem Princip der Erhaltung der Energie in Widerstreit gerathen. In diesem Falle würde gar kein Grund vorliegen, die Volta'schen Contactkräfte mit der Peltier'schen Erscheinung in Zusammenhang zu bringen.

Das Verdienst, welches Herr Edlund durch das sorgfältige Studium der Peltier'schen Erwärmung und durch seine elegante Methode beanspruchen darf, soll natürlich durch diese Bemerkungen nicht beeinträchtigt werden, zu denen ich an diesem Orte nur deswegen veranlafst werde, weil Herrn Edlund's Arbeiten die unmittelbare Anregung zu dem vorliegenden Aufsatz gegeben haben.

Darmstadt, Februar 1874.

VIII. *Notiz über das Verhalten der Elektricität in Elektrolyten; von E. Budde.*

Vorgetragen in der Sitzung der naturforschenden Gesellschaft zu Bern am 15. August 1875.

Nach der von Clausius in die Theorie der Elektrolyse eingeführten Vorstellung sind die Molecüle eines Elektrolyten jederzeit zum Theil in Zersetzung begriffen. Die Atome oder Atomgruppen, aus denen sie bestehen, bewegen sich in einer Weise, die mit der planetarischen verglichen werden kann, umeinander, trennen sich gelegentlich und vereinigen sich wieder. Ein durchgehender Strom

richtet diese Bewegungen so, daſs die Bestandtheile einer Art sich mehr nach der einen, die der anderen Art sich mehr nach der andern Seite verschieben; so kommt die elektrolytische Zersetzung zu Stande. Die Versuche, in Körpern, welche durch den Strom zerlegt werden, neben der elektrolytischen Leitung noch eine andere der metallischen analoge nachzuweisen, sind bekanntlich vergeblich gewesen. Man wird daraus schlieſsen müssen, daſs von der in den untersuchten Elektrolyten enthaltenen strömungsfähigen Elektricität kein oder nur ein verschwindend kleiner Theil zwischen den Atomen frei beweglich, daſs die Gesammtmenge derselben fest mit den Ionen verknüpft und nur mit diesen zugleich verschiebbar ist. Sey KA ein Elektrolyt, der durch den Strom in ein Kation K und ein Anion A zerfällt; dann hat man sich zu denken, daſs merklich alle positive Elektricität im Innern desselben an den Atomen oder Atomgruppen K, alle negative an den A haftet.

Wendet man diese Bemerkung anf die Clausius'sche Hypothese an, so erhält man eine ziemlich vollständige construirbare Vorstellung von dem Zustand der Elektricitäten im Innern des Elektrolyten KA: Dieselben sind einerseits auf die Atome K, andrerseits auf die Atome A vertheilt, und sie machen dieselben Bewegungen um- und durcheinander, welche die Atome A und K selbst ausführen. Die Elementarmengen von Elektricität, welche den Atomen anhaften, drehen sich mit diesen in planetarischer Weise umeinander; von Zeit zu Zeit entfernt sich ein $+E$-Theilchen mit dem zugehörigen K aus dem unmittelbaren Anziehungsbezirke des bisher mit ihm näher verbundenen $-E$-Theilchens, um sich in den eines andern zu begeben etc.

Geht ein Strom durch den Elektrolyten, so wirken die elektromotorischen Kräfte direct anziehend und abstoſsend auf die $+$ und $-E$-Theilchen und treiben eben dadurch die einen vorwiegend nach der Richtung des positiven, die andern nach der des negativen Stromes. So kommt die Leitung und mit ihr zugleich, da die E-Theilchen von den

Atomen A und K untrennbar sind, die Strömung der Ionen zu Stande. Es liegt — namentlich nach den Speculationen, die W. Weber in seinen letzten Maafsbestimmungen gegeben hat — sehr nahe, anzunehmen, dafs gerade die Anziehungen der den Atomen anhaftenden E-Theilchen dasjenige sind, was die polare Vereinigung der Ionen zu Molecülen verursacht; diese Hypothese ist wohl schon ziemlich weit unter den Physikern verbreitet, sie wird durch das Vorstehende nur deutlicher.

Und unsere ganze Vorstellung ist nicht neu; sie stimmt, wie man sofort sieht, ganz überein mit derjenigen, welche W. Weber sich über die Bewegung der Elektricitäten im Innern beliebiger Körper gemacht hat. Nur das ist hervorzuheben, dafs sie sich hier, für die Elektrolyten, ganz von selbst aus der Clausius'schen Theorie ergiebt. Unsere Bemerkung, dafs die Elektricitäten den Ionen fest anhaften, ist das Bindeglied zwischen der Weber'schen Anschauung und der Theorie der molecularen Bewegung in Flüssigkeiten. Das kann ihrer Wahrscheinlichkeit nur zu Statten kommen, und wir wollen sie daher zu einigen weiteren Folgerungen benutzen.

Die elektrodynamischen Erscheinungen, die ein gegebener Strom darbietet, führen für eine gegebene Stelle der Leitung in letzter Instanz auf die Stromdichte i, d. h. auf das Quantum von Elektricität, welches in der Zeiteinheit durch die Einheit der Fläche gehen würde, wenn in dieser ganzen Flächeneinheit dieselbe Strömungsgeschwindigkeit vorhanden wäre, wie an der betrachteten Stelle. Setzen wir einen beliebigen homogenen Leiter voraus, so enthält die Volumeinheit desselben im durchströmten wie im neutralen Zustand ein gewisses Quantum von positiver und ein entsprechendes Quantum von negativer Elektricität; wir wollen das erstere mit $+\frac{\delta}{2}$, das letztere mit $-\frac{\delta}{2}$ bezeichnen und δ die „Dichtigkeit der Elektricität" in dem gegebenen Körper nennen. Heifst die absolute

Strömungsgeschwindigkeit an irgend einer Stelle u, so ist daselbst

$$i = u \,.\, \delta.$$

Dies Product $u \,.\, \delta$ hat bisher nicht in seine beiden Theile zerlegt werden können. Für die Elektrolyte gelangen wir aber zu einer solchen Zerlegung durch die Bemerkung: „Wenn die Elektricitäten sich nur mit den Ionen bewegen können, so muſs auch ihre Geschwindigkeit mit der der Ionen identisch seyn.“

Die Unregelmäſsigkeit der Einzelbewegungen, welche wir den *E*-Theilchen in jeder Flüssigkeit zuschreiben, bildet für die Verwendung dieses Satzes kein Hinderniſs. An jeder Stelle werden allerdings die Zersetzungen und Verschiebungen von Augenblick zu Augenblick variiren; betrachtet man aber eine Quantität des Elektrolyten, welche, obgleich für unsere Maaſse immer noch sehr klein, schon eine groſse Zahl von Molecülen enthält, so herrscht in dieser ein stationärer, mittlerer Zustand. Das Fortrücken der Ionen und Elektricitäten in ihr ist eine unveränderliche Function der Stromdichte i. Wäre dem anders, so würde in den Elektrolyten von regelmäſsigem Strom und vom Ohm'schen Gesetz überhaupt nicht die Rede seyn können. Jener mittlere Werth des Fortrückens ist aber derjenige, welcher uns beschäftigt; er ist der Werth der Geschwindigkeit, womit sich Ionen und *E*-Theilchen bewegen würden, wenn sie continuirlich und gleichmäſsig dem Strome folgten.

Dagegen liegt eine Schwierigkeit in dem practisch sehr häufigen Auftreten indifferenter Molecüle zwischen den Theilen des Elektrolyten. Die für den Durchgang des Stromes erforderliche Verflüssigung der zersetzbaren Leiter kann bekanntlich auf zweierlei Weise erreicht werden: 1) durch Schmelzung, 2) durch Auflösung in einem nicht leitenden Mittel. Ist der Elektrolyt geschmolzen, so haben wir es beim Proceſs der Elektrolyse nur mit seinen Molecülen zu thun; die vorhin gegebene Vorstellung findet unbedenkliche Anwendung auf alle diese, und sie

reicht aus, um über das Verhalten der sämmtlichen in ihm enthaltenen Elektricität Auskunft zu geben.

Ist er aber gelöst, so haben wir neben seinen Theilchen noch die des Lösungsmittels. Ob diese an der Leitung Antheil nehmen, ist bekanntlich noch nicht entschieden, doch ist die Wahrscheinlichkeit nicht gering, dafs z. B. das Wasser in wässrigen Lösungen sich merklich als Nichtleiter verhalte. Aber auch in diesem Fall bleibt die Frage offen, ob die Wassermolecüle gar keine Elektricität enthalten, oder ob sie blofs keine Trennung der in ihnen vorhandenen $+$ und $-E$ gestatten. Das letztere würde sich wohl ziemlich leicht wahrscheinlich machen lassen; wir würden aber in jedem Fall, um auch das Lösungsmittel in Betracht zu ziehen, einer besonderen Hypothese über den Zustand der Elektricitäten in demselben bedürfen. Da wir hier keine solche einführen wollen, beschränken wir uns darauf, die gesammte, in einer elektrolysirbaren Lösung möglicher Weise enthaltene Elektricität in zwei Theile zu theilen:

1) die strömungs*fähige* Elektricität, welche den vom Strom wirklich zersetzten Theilen des gelösten Elektrolyten anhaftet.
2) die strömungs*unfähige*, welche möglicher Weise in den Molecülen des Lösungsmittels enthalten ist, aber an der Leitung keinen Antheil nimmt.

Ziehen wir blofs die erstere in Betracht, so gelten für diese gerade so, wie für die E-Theilchen eines geschmolzenen Elektrolyten, die vorhin gemachte Bemerkung und die folgende Rechnung.

Der Elektrolyt KA sey in die Form eines linearen Leiters vom Querschnitt ω gebracht; ihn durchfliefse ein Strom von der mechanischen Intensität J.

Es ist

$$J = i\,\omega. \qquad (2)$$

Das Atomgewicht von K sey k, das von A sey a. Nach dem Faraday'sche Gesetze liefert dann den Strom J in der Zeiteinheit diejenigen Quantitäten von K und A,

welche der von ihm aus HCl abgeschiedenen Wasserstoffmenge äquivalent sind. Wir wollen μ die Quantität Wasserstoff nennen, welche ein Strom von der mechanischen Intensität 1 in 1 Secunde aus Salzsäure abscheidet; ferner sei x die Valenz von K (welche nothwendig mit der von A übereinstimmt), d. h. die Anzahl von Wasserstoffatomen, welche K in der Verbindung KA vertritt. Dann liefert der Strom J die Mengen

$$J\mu \frac{k}{x} \text{ von } K \text{ und } J\mu \frac{a}{x} \text{ von } A.$$

In diesen Ausdrücken ist μ eine Constante, x eine Zahl, welche in den gebräuchlichsten Fällen gleich 1 (HCl oder KJ), gleich 2 (SO_4Zn) oder gleich 3 (PO_4H_3) ist.

Setzt man das specifische Gewicht des geschmolzenen Leiters (bei Lösungen das Gewicht des Elektrolyten, welches in der Volumeneinheit der Lösung enthalten ist) $= s$, so enthält die Längeneinheit das Quantum ωs der Substanz, also von K die Menge $\omega s \frac{k}{a+k}$, von A die Menge $\omega s \frac{a}{a+k}$.

Die oben genannte Quantität $J\mu \frac{k}{x}$ von K und $J\mu \frac{a}{x}$ von A ist demnach enthalten in einer Säule von der Länge

$$\frac{J\mu k}{\omega s x k}(a+k) \text{ oder } \frac{J\mu a}{\omega s x a}(a+k)$$

und da jene Quantität in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters gehen muſs, stellen die vorstehenden identischen Ausdrücke unmittelbar die gesuchte Geschwindigkeit dar, womit die Ionen, also die Elektricitäten, sich im Mittel bewegen. Wir haben also, wenn wir noch $\frac{J}{\omega}$ durch i ersetzen

$$u = \frac{i\mu}{x.s}(a+k).$$

In dieser Form gilt die Gleichung für Leiter von beliebiger Gestalt; man vergesse aber nicht, daſs sie bei gelösten Elektrolyten nur die Geschwindigkeit derjenigen

(Ionen und) Elektricitäten liefert, welche wirklich an der Leitung des Stroms betheiligt sind.

Ist der Elektrolyt in lineare Form gebracht, und bedeutet m die Wasserstoffmenge, welche der gegebene Strom J in 1 Sec. aus Salzsäure abscheidet, so kann man sie, wie leicht zu ersehen, auch schreiben

$$u = \frac{m}{\omega} \cdot \frac{a + k}{x \cdot s} \qquad (4),$$

in welcher Form sie zur Anwendung auf Beispiele bequemer ist.

Denkt man sich z. B. durch eine Säule geschmolzenen Kochsalzes von $1\,\square^{mm}$ Querschnitt einen Strom von der elektromagnetischen Intensität 1 geführt, so ist für diesen

$$m = 0{,}00105$$

(Vergl. F. Kohlrausch in diesen Annalen Bd. CIL.)

$$\omega = 1,$$
$$a + k = 58{,}5$$
$$x = 1,$$
$$s = \text{nahe } 2$$

(genauere Angaben habe ich nicht ausmitteln können).

Sonach wird

$$u = 0{,}0306 \ \frac{\text{Mm.}}{\text{sec.}}$$

Roiti hat in diesen Annalen (Bd. CL, S. 164), einen Versuch beschrieben, aus dem er schliefst, dafs der Lichtäther in einer Lösung von schwefelsaurem Zink durch einen elektrischen Strom, dessen absolute Stärke freilich aus den Angaben des Verfassers nicht zu entnehmen ist, nicht mit einer Geschwindigkeit in Bewegung versetzt wird, welche 200 Meter oder mehr in der Secunde erreicht. Er folgert daraus weiter, dafs der Lichtäther mit der strömenden Elektricität nicht identisch sey. Die Kleinheit unserer obigen Zahl für u kann von den Anhängern der Faraday-Maxwell-Edlund'schen Theorie als Beweis gegen die Zuverlässigkeit dieser letzteren Folgerung angesehen werden. Wenn auch, wie gesagt, die Stärke und

Dichtigkeit der von Roiti benutzten Ströme sich nach seinem Bericht nicht bestimmen läfst, so kann man doch aus seiner Beschreibung mit ziemlicher Sicherheit entnehmen, dafs die Stromdichte bei seinen stärksten Strömen nicht sehr grofs gewesen ist; die Geschwindigkeit u dürfte kaum einige Millimeter erreicht haben; auch im Fall der Identität von Elektricität und Aether mufste also ihre Wirkung auf das Licht bei Roiti's Versuchen unmerklich bleiben.

Für die Dichtigkeit δ ergiebt sich aus den Gleichungen (1) und (3) der Werth

$$\delta = \frac{xs}{\mu(a+k)} \qquad (5),$$

$a + k$ Gewichtseinheiten (Ein Milligrammmolecül) des Elektrolyten KA nehmen den Raum $\frac{a+k}{s}$ ein. Bezeichnen wir also mit $\pm \frac{q}{2}$ die Mengen von positiver und negativer Elektricität, welche in einem Milligrammmolecül von AK enthalten sind, so folgt aus (5) die bequemere Gleichung

$$q = \frac{x}{\mu} \qquad (6).$$

Weber und Kohlrausch haben schon vor langer Zeit die Vermuthung ausgesprochen, dafs δ für die bekannten Körper sehr grofs sey. In der That ist μ eine sehr kleine Zahl. Nennen wir γ das Verhältnifs der elektromagnetischen zur mechanischen Stromeseinheit, so ergiebt sich als Mittel aus den neueren Bestimmungen von W. Thomson und Maxwell (*Report of Brit. Assoc.* 1869).

$$\gamma = 28{,}8 \,.\, 10^{10}$$

und daraus

$$\mu = \frac{0{,}00105}{28{,}8 \,.\, 10^{10}} = 0{,}366 \;.\; 10^{-14}$$

$$\frac{1}{\mu} = 274 \,.\, 10^{12}$$

welche Zahlen freilich wegen der Unsicherheit von γ nur

als rohe Näherungswerthe zu betrachten sind. Sonach ist z. B. für Kochsalz, wo $x = 1$

$$q = 274 \cdot 10^{10}$$

d. h. denkt man sich sämmtliche $+E$, welche in 58,5 Milligrammen Kochsalz enthalten ist, einerseits, sämmtliche negative andererseits in je einen Punkt vereinigt und diese beiden Punkte in 1^{mm} Entfernung von einander angebracht, so ist die Anziehung, welche sie aufeinander üben, gleich

$$\left(\frac{274}{2} \cdot 10^{12}\right)^2 \frac{\text{Millim. Milligr.}}{\text{Secunde}^2}.$$

Die Massenanziehung der Salzmolecüle verschwindet vollständig gegen diese Gröfse. Dies giebt der Ansicht, dafs die Atome ihre Bewegungen umeinander wesentlich unter dem Einfluſs ihrer elektrischen Anziehungen ausführen, einen neuen Anhalt.

Die Gleichung (6) liefert auch die Antwort auf die Frage: „Wie viel statische Elektricität muſs man durch einen gegebenen Elektrolyten führen, um ein Milligrammmolecül desselben zu ersetzen?“ Das Quantum von $+E$, welches man ansammeln und durch den Elektrolyten KA ableiten muſs, um $a + k$ Milligramm desselben zu zerlegen, ist offenbar $\frac{q}{2}$. Faraday und Buff haben bekanntlich versucht, jenes Quantum experimentell zu bestimmen; sie haben gemessen, wie viel $+E$ in Bewegung gesetzt werden muſs, „um 1 Gr. Wasser zu zersetzen“, und haben ungeheure Zahlen gefunden. Leider haben sie diese Werthe nicht in absolutem Maafs bestimmt; ihre Einheiten sind Ladungen von willkürlichen Leydner Flaschen. So lassen sich ihre Resultate nur in dem Satze „q ist enorm grofs“ ausdrücken, aber auch so sind dieselben eine entfernte Bestätigung unserer Rechnung. Eine neue directe Bestimmung von q in absolutem Maafs würde viel Interesse haben, weil sich aus den Werthen von q und μ die Gröfse γ ableiten läfst; ich werde versuchen, eine solche vorzunehmen.

Paris, 28. September 1875.

IX. *Einige weitere Versuche zur Verbesserung der einfachen Influenzmaschine; von W. Holtz.*

Seit der letzten kurzen Notiz vom Jahre 1869, welche zu einer Zeit, als ich plötzlich von einer langwierigen Krankheit befallen wurde, Hr. Prof. Poggendorff die Güte hatte in meinem Namen zu veröffentlichen, ist von mir keine Mittheilung über diesen Gegenstand erfolgt. Der Grund ist einerseits, weil ich Jahre lang gezwungen war, mich von jeder geistigen Arbeit fern zu halten, weil ich glaubte, daſs die Maschine in ihrer letzten Gestalt, wie sie von Hrn. Mechaniker Borchardt inzwischen in mehr als Tausend Exemplaren versandt ist, einen gewissen Grad von Vollkommenheit besaſs, der, wenn nicht etwa durch Vermehrung der Scheiben, eine Veränderung, welche später bekanntlich von Poggendorff mit Glück zur Ausführung gebracht, nur wenig Hoffnung auf Verbesserungen versprach. Gleichwohl habe ich in den letzten Jahren, seit ich meine Gesundheit wieder erlangt, über denselben Gegenstand zu verschiedenen Zeiten Versuche angestellt, welche namentlich auf Vergröſserung der Schlagweite und Vermeidung der lästigen Stromumkehrungen gerichtet waren [1]). Blieben diese Versuche nun auch der Hauptsache nach ohne günstiges Resultat, so glaube ich doch, daſs eine kurze Besprechung derselben schon deſswegen am Orte ist, um anderen die Mühe ähnlicher Versuche zu sparen.

Die Schlagweite der Maschine hängt in erster Linie von der Spannung d. h. der Dichtigkeit der freien Elektricität auf den Conductoren ab, diese wieder einerseits von den hier stattfindenden Verlusten, andrerseits von der Span-

1) Die Schlagweite einer guten Maschine war bereits im Jahre 1869 bei gleich groſsen Kugeln und trockner Luft gleich dem Halbmesser der rotirenden Scheibe und konnte durch eine gröſsere Kugel noch vergröſsert werden.

nung auf den Papierbelegungen. Da nun die letztere wieder vorzugsweise durch die hier stattfindenden Verluste bedingt ist, da ohne solche nach dem Princip des Apparates eine fortwährende Steigerung eintreten müfste, so folgt, dafs die Mittel zur Vergröfserung der Schlagweite zugleich diejenigen zur Vermeidung der elektrischen Verluste sind.

Betrachten wir zunächst die Verluste auf den Conductoren, wohin ich alle hier stattfindenden unbeabsichtigten elektrischen Ausgleichungen rechne, so liegt der Gedanke nahe, dieselben zunächst durch Verkürzung der Einsauger zu vermindern, ein Mittel, welches Winter bei der Reibungs-Elektrisirmaschine mit Erfolg benutzt hat. Gleichwohl sah ich hiervon ab, weil damit zugleich die quantitative Wirkung geschwächt würde, die aber in meinen Augen einen höheren Werth hat, als die intensive. Aehnlich verhält es sich mit der Verkürzung und Abstumpfung der Spitzen, die nebenbei noch den Nachtheil hat, dafs sich die Maschine nur schwer erregen läfst, und ganz in demselben Sinne wirken theilweise Umkleidungen der Einsauger aus Holz oder Hartgummi, mögen sie von den Spitzenreihen einen gröfseren oder geringeren Abstand haben. Ich habe früher einmal vorgeschlagen, die innern Enden der Einsauger mit halbausgehöhlten Kugeln aus Holz zu versehen. Aber auch dies hat sich nicht bewährt, weil sie, wenn rissig geworden oder doch einmal vom Funken durchbrochen, die Ausströmung eher begünstigen, als verhindern. Ich versuchte ferner die Conductoren mit Ausnahme der Spitzen und der Endladungsstangen ganz aus Holz bestehn zu lassen, nachdem ich mich überzeugt, dafs bei festem Holz die quantitative Wirkung keine merkliche Abnahme erlitt. Sehr schön war bei dieser Anordnung die bogenförmige Lichterscheinung zwischen den Elektroden, weil sich die Anzahl der Endladungen in demselben Verhältnifs vergröfsert, als sich die leitende Fläche verkleinert hatte. Da indessen die Funkenlänge keine wesentliche Zunahme erfuhr und, abgesehen von der Veränderlichkeit des Holzes, die Befestigung der Spitzen

grofse Schwierigkeiten bot, Halbleiter daneben, zumal sie polirt sind, die unangenehme Eigenschaft besitzen, dafs sich Staub und andere in der Luft schwebende Partikelchen im elektrischen Zustande an dieselben festheften und alsdann nach Art von Spitzen wirken, so mufste auch diese projectirte Verbesserung als unpractisch wieder verworfen werden. So blieb dann für den hintern Theil der Conductoren zur Vermeidung elektrischer Verluste kein anderes Mittel übrig, als den Metallröhren, entprechend der Gröfse der Maschine, jedesmal die nöthige Weite zu geben. Am leichtesten von allen findet aber eine Ausströmung an den Entladungsstangen statt und zwar an derjenigen Stelle, wo das Metall aus den Hartgummiheften hervortritt. Schon bei älteren Maschinen wurde daher der Versuch gemacht, die Hefte an dieser Stelle mit einer Höhlung zu versehn, deren Fläche, nachdem sie sich mit der ausströmenden Elektricität geladen, durch ihre rückwirkende Kraft nun eine fernere Ausströmung verhinderte. Dies Mittel ist in neuerer Zeit von Hrn. Borchardt noch vervollkommnet, indem er durch Anfertigung besonderer Eisenformen, in welche die betreffenden Stücke gepreſst werden, der halbkugelförmigen Höhlung eine viel bedeutendere Ausdehnung gegeben, so dafs bei hinreichender Dicke der Entladungsstangen eine elektrische Ausströmung nicht mehr zu befürchten ist. An den Hülfsconductoren kann bekanntlich so lange kein Verlust erfolgen, als nicht einer der Hauptconductoren abgeleitet ist; denn erst in diesem Falle tritt an jenen freie Elektricität auf, die im Interesse des nicht abgeleiteten Pols nicht verloren gehen darf. Daher ist es nöthig, dafs die Axe, welche mit den Hülfsconductoren in leitender Verbindung steht, durch ein eigen gestaltetes Hartgummistück isolirt wird, von dem der cylindrische Theil in der Holzsäule befestigt ist, während die scheibenförmige Erweiterung dicht hinter dem Schnurrade sitzt. Die Dimensionen dieser Isolirung richten sich nach der Gröfse der Maschine; in keinem Falle aber dürfen die Stücke zusammengesetzt seyn, weshalb es zu

ihrer Anfertigung auch besonderer Eisenformen bedarf. In allen Fällen, wo man die Maschine nach Art der Reibungs-Elektrisirmaschine gebrauchen will, ist diese Isolirung nothwendig, wenn nicht ein grofser Theil an intensiver Kraft verloren gehen soll, und ich möchte das um so mehr hervorheben, je leichter es übersehen werden kann. Im Uebrigen hat man an den Hülfsconductoren Ausströmungen weniger zu befürchten, als an den Hauptconductoren, weil die Spannung dort niemals dieselbe Höhe erreicht. Das drehbare Messingrohr, welches jene bildet, braucht daher auch nicht dieselbe Weite zu haben, wie bei diesen.

Zu den unbeabsichtigten Ausgleichungen zwischen den Elektroden rechne ich das Glimmlicht und den Büschel selbstverständlich nur soweit, als diese Erscheinungen für das Maximum der Schlagweite hinderlich sind. Eine specielle Betrachtung aller hierhergehörigen Verhältnisse, wohin unter Anderem auch die Bildung der sogenannten elektrischen Pausen gehört, würde die *Gränzen* dieser Mittheilung überschreiten. Es sey daher kurz bemerkt, dafs dergleichen störende Erscheinungen meistens die Folge einer unrichtig gewählten Gröfse der Elektroden sind, dafs die richtige Gröfse aber nicht nur für jede Maschine, sondern auch für jede Oberfläche der Condensatoren eine verschiedene, so wie auch bei verschiedenem Feuchtigkeitsgehalt der Luft eine andere ist. Von den beiden letzteren Factoren abgesehen läfst sich wohl ziemlich allgemein behaupten, dafs für das Maximum der Schlagweite die Elektroden um so kleiner zu wählen, je gröfser die intensive Wirksamkeit der Maschine ist; weshalb man ja auch bei der Reibungs-Elektrisirmaschine für den gedachten Zweck gröfsere Kugeln in Anwendung bringt. Noch complicirter aber gestalten sich die Verhältnisse, wenn die Gröfse beider Kugeln eine ungleiche ist, eine Anordnung, welche bekanntlich bei richtiger Wahl der Pole die Funkenlänge bedeutend vergröfsern kann, sich aber bei der Influenzmaschine wegen der unwillkührlichen Stromwendungen für

den gewöhnlichen Gebrauch als unpraktisch bewährt hat. Sehr häufig treten übrigens jene störenden Ausgleichungen in Folge von Unreinheit oder Rauhheit der Metallfläche auf, und lassen sich dann durch Abreiben mit feinem Smirgelpapier oder Zeug beseitigen. In feuchter Luft kann auch wohl condensirter Wasserdampf namentlich zur Entstehung des Glimmlichts Veranlassung geben, und thut man gut die Kugeln dann ebenfalls durch Reiben oder auf andere Weise zu erwärmen. Von der Glimmlicht erzeugenden Wirkung eines feuchten Ueberzuges kann sich Jeder leicht durch den Versuch überzeugen.

Von den Verlusten, welche die Conductoren durch Leitung erfahren, sind nur diejenigen von Bedeutung, welche durch Veränderung der Hartgummimasse entstehen. Denn, wenn es auch Mechaniker geben soll, welche den Muth haben, anstatt Hartgummi gedörntes Holz zu verwenden, so glaube ich doch solche Abänderungen nicht in Betracht ziehen zu müssen. Hartgummi ist im unlackirten Zustande nicht weniger hygroskopisch als gutes Glas [1]). Gleichwohl wäre es unpraktisch, dasselbe zu lackiren, weil der Ueberzug bald ein unsauberes Aussehen annimmt und Feuchtigkeit leicht durch Reiben entfernt werden kann. Bedeutungsvoller ist die Veränderung, welche manche Hartgummisorten im Laufe der Zeit in ihrer äufsersten Schicht aus soviel ich weifs, noch nicht festgestellten Ursachen erfahren, indem sich die schwarze Farbe gleichzeitig in eine braune oder grünliche verwandelt. Ich erinnere mich nicht, wer zuerst die Vermuthung ausgesprochen, dafs dies eine Folge der Ozonbildung sey, halte auch eine Mitwirkung des Ozons für wahrscheinlich, weil die gedachte Veränderung namentlich an den Trägern der Conductoren bemerkt wird, auch die Rückschicht der rotirenden Scheibe, wo ohne Zweifel eine heftige Ozonbil-

1) Es mag beiläufig erwähnt seyn, dafs ein Hartgummiplättchen in feuchter Luft mit der Hand gerieben häufig positiv elektrisch wird, was, soviel ich weifs, bisher nicht bekannt ist. Auch mit einer glatten Stanniolfläche gerieben wird Hartgummi meistens positiv elektrisch.

dung statt hat, vermuthlich einer ähnlichen Veränderung unterworfen ist; glaube aber anderseits nicht zu irren, wenn ich an Hartgummistücken, welche niemals einer elektrischen Wirkung ausgesetzt waren, wohl aber lange Zeit an einem feuchten Orte gelegen hatten, eine ähnliche Farbenwandlung beobachtet habe. Die so veränderte Schicht ist alsdann leitend, läfst sich aber nicht allzuschwer mit grobem Smirgelpapier, wobei freilich die Politur verloren geht, entfernen. Ich möchte bei dieser Gelegenheit gleichzeitig die Anfertiger von Influenzmaschinen darauf aufmerksam machen, dafs das Hartgummi verschiedener Fabriken in Hinsicht seiner Brauchbarkeit für den vorliegenden Zweck eine grofse Verschiedenheit zeigt. Manche Platten werden leichter elektrisch mit polirter, manche leichter mit unpolirter Oberfläche. Runde Stangen werden bei der Anfertigung meistens gewickelt, wodurch sie leicht in axialer Richtung undicht werden. Dagegen aus Platten geschnitten sind sie oft undicht in radialer Richtung, weil dicke Platten aus dünnen zusammengesetzt sind. Auch solche Stücke, welche in Formen gepreſst werden, können durch die sich entwickelnden Gase undicht werden. Die rohe, glanzlose Oberfläche ist meistens, namentlich im Innern von Röhren, ein Leiter.

Ich komme nun zu den Verlusten auf den Papierbelegungen und werde mich hierbei um so kürzer fassen, als durch keinen meiner bisherigen Versuche die Maschine nach dieser Richtung verbessert ist. Wer das Spiel derselben im Dunkeln beobachtet, wird ein fortwährendes Ueberströmen der Elektricität entweder von einer Belegung zur andern oder von jeder Belegung nach dem im Sinne der Rotation folgenden Glasausschnitt bemerken. Die Schwierigkeit liegt nun darin, diesen elektrischen Ausgleich möglichst zu verhüten, ohne doch zugleich jedes Ausströmen von der Belegung nach der die Fortsetzung bildenden Glaswand zu verhindern. Denn nur dadurch, dafs auch diese die Elektricität der Belegung annimmt, kann die Ladung der rotirenden Scheibe dauernd bis an den näch-

sten Glasausschnitt gebunden bleiben. Um das gedachte Ziel mit den einfachsten Mitteln zu erreichen, lag wohl der Gedanke nahe, eine andere Scheibe aus Glas oder Hartgummi ohne Belegungen, aber in gleicher Weise mit Ausschnitten versehen, hinter die feste Scheibe der Maschine zu stellen und zwar so, dafs die Ausschnitte der einen mit den Ausschnitten der andern congruirten. Die elektrische Erregung wurde aber hierdurch sichtlich geschwächt und zwar deshalb, wie mir sehr bald einleuchtete, weil die Aufsenseite der Versuchsscheibe, indem sie aus der Luft die entgegengesetzte Elektricität anzog, die Elektricität der Belegung binden und ihre Wirkung theilweise paralisiren mufste. Ich kam nun auf die Idee, jede Belegung sammt der ihr folgenden Glasfläche bis an den nächsten Ausschnitt mit einer zollhohen Mauer von Wachs zu umgeben, für welchen Zweck die Scheibe natürlich bis nahe zum Schmelzpunkt dieser Masse erwärmt werden mufste. Obwohl nun im Dunkeln auch keine merkliche Abnahme der elektrischen Ausgleichungen wahrzunehmen war, so bewies doch die kräftigere Wirkung der Maschine, dafs die Spannung auf den Belegungen eine höhere geworden. Dies ermuthigte mich, das veränderliche und nur provisorisch gewählte Wachs durch Hartgummi zu ersetzen; da sich indessen eine ähnlich geformte Wand aus Hartgummi nicht elektrisch dicht auf Glas befestigen läfst, so liefs ich mir aus dieser Masse Schalen formen, welche mit hochstehendem Rande und in kreisförmiger Biegung von einem Ausschnitt zum andern reichten und an demjenigen Ende, wo im Innern die Belegung geklebt war, eine Oeffnung für die hindurchgehende Papierspitzen hatten. Hiermit war aber die feste Glasscheibe überflüssig geworden, da es sich nur darum handelte, diese Stücke in entsprechender Weise zu stützen. Die Wirkung blieb indessen weit hinter meinen Erwartungen zurück, und da neben der Anfertigung der Schalen auch ihre Befestigung manche Schwierigkeiten bot und aufserdem ihre Undurchsichtigkeit die Uebersichtlichkeit der Maschine erschwerte, so glaubte ich von

weiteren Versuchen mit diesem Material Abstand nehmen zu müssen. Nun erst ging ich an die Realisirung einer Idee, welche mir zwar schon seit Jahren im Sinne gelegen, deren schwierige Ausführung mich aber immer zuzückgeschreckt hatte. Sicher jedoch mufste das Mittel, so schien es mir, wenn überhaupt irgend eine Vervollkommnung nach dieser Richtung möglich war, von Erfolg begleitet seyn. Es handelte sich nämlich um die Anfertigung hohler Glasgefäfse, nach Analogie jener Schalen, welche mit ihrer einen geraden Fläche die Fläche der festen Scheibe von einem Ausschnitt bis zum andern ersetzten, im Uebrigen aber rings geschlossen und nur mit einer einzigen Oeffnung für die hineintretende Papierspitze versehen waren. Die Belegung selbst glaubte ich am besten durch eine dünne Leimschicht ersetzen zu können. Die hierzu nöthigen Vorarbeiten haben fast ein halbes Jahr in Anspruch genommen, da zunächst ein Modell aus Holz, hiernach eine aus zwei Theilen bestehende Eisenform, und nachdem diese in ihrem Innern glatt geschliffen und polirt, für den sichern Verschlufs und das Oeffnen der beiden Theile eine charnierartige Vorrichtung, wie sie auf Glashütten gebräuchlich ist, anzufertigen war. Dann aber stellte es sich heraus, dafs Glasgefäfse in der gewünschten Form von hinreichender Dünne und Gleichmäfsigkeit nicht anzufertigen waren. Endlich erhielt ich von der dritten Hütte, an die ich mich gewendet, von vielen mifslungenen Exemplaren zwei, mit denen ich wenigstens einen vorläufigen Versuch anstellen konnte. Ob nun die Glassorte keine gute war, ob die der rotirenden Scheibe zugekehrten Flächen verschiedener Unebenheiten halber dieser nicht hinreichend genähert werden konnten, genug — die Maschine gab mit der neuen Vorrichtung eher eine schwächere als stärkere Wirkung, auch dann noch, als die Leimschicht entfernt und durch hineingeschobene Stanniolstreifen ersetzt war. Nur ein einziges günstiges Resultat stellte sich heraus, dafs nämlich durchaus keine Stromumkehrungen stattfanden, was aber leider, da die Maschine schwerlich zum zweiten

Mal in solcher Gestalt angefertigt wird, höchstens von theoretischem Interesse ist.

Die Ursache der unwillkührlichen Stromwendungen, mit denen die Influenzmaschinen leider behaftet sind, eine der galvanischen Polarisation mehr oder weniger analoge Erscheinung, glaube ich bereits in meiner ersten Arbeit über diesen Gegenstand richtig dargestellt zu haben. Es ist die Elektricität, welche sich allmählig an der innern Fläche der festen Scheibe durch die Influenzwirkung der äufsern nothwendig ansammeln mufs. Dieselbe bleibt vorläufig gebunden und unschädlich, so lange sich freie Elektricität auf den Belegungen befindet. Verschwindet diese aber aus irgend einem Grunde, so tritt sie in Kraft, und da sie die entgegengesetzte von denjenigen auf den Belegungen ist, mufs ihre Wirkung auf den gegenüberstehenden Conductor auch die entgegengesetzte seyn, wodurch die rotirende Scheibe im andern Sinne geladen und die folgende Belegung auch im andern Sinne elektrisirt wird. Daher treten Stromumkehrungen leicht ein, wenn man eine der Belegungen, noch leichter aber, wenn man gleichzeitig beide ableitend berührt, häufig aber auch dann, wenn man die Elektroden nach längerer Wirkung in grofser Schlagweite plötzlich zur Berührung bringt, zuweilen auch schon, wenn bei Anwendung von Leydner Flaschen auf gröfsere Entfernung eine Entladung erfolgt. In den beiden letzten Fällen werden nämlich die Hauptconductoren durch den momentanen Ausgleich ihrer Ladung plötzlich unelektrisch, und hierdurch wird nicht nur der rotirenden Scheibe, sondern durch Influenz auch den Belegungen selbst ein Theil ihrer freien Elektricität entzogen. Am häufigsten aber finden Stromumkehrungen in feuchter Luft statt, weil nun als wesentlicher Factor noch die Leistungsfähigkeit der hintern Glasfläche hinzutritt. Dafs Stromumkehrungen auch dann eintreten, wenn man die Thätigkeit der Maschine auf kurze Zeit unterbricht, ist daraus erklärlich, dafs die freie Elektricität, wenn sie nicht fortwährend ersetzt wird, bald gänzlich verschwindet und sey es auch nur in Folge

der Leitungsfähigkeit der Luft. Seltener dagegen hat ein Polwechsel bei der plötzlichen Ableitung nur eines der Conductoren, aber bei derjenigen des linken leichter statt, als des rechten. Dies letztere hat seinen Grund in der ungleichmäfsigen Isolirung der Belegungen, von denen die rechte mit ihrem unteren Theile der Holzplatte ein wenig zu nahe steht. Durch das Unterlegen einer gröfseren Hartgummiplatte läfst sich dieser Fehler theilweise beseitigen.

Um die Stromumkehrungen möglichst zu vermeiden, schlug ich bereits in jener ersten Mittheilung über diesen Gegenstand vor, die Belegungen über den Rand der Ausschnitte, an welchen sie liegen, auf die innere Fläche der festen Scheibe hinüberzuführen. Hierdurch wird eine Anhäufung der entgegengesetzten Elektricität, soweit wenigstens, als die innere Belegung reicht, unmöglich; und reicht dieselbe soweit, dafs die Stellung der Conductoren noch innerhalb ihrer Gränzen liegt, so wird auch ein Stromwechsel nicht statt haben können. Allein hierbei entstehen durch den Ausgleich zwischen der innern Belegung und der rotirenden Scheibe so grofse elektrische Verluste, dafs ich dies Mittel schon seit Jahren als unpraktisch wieder verworfen habe. Da an denjenigen Stellen der festen Scheibe, welche sich den Conductoren gegenüber befinden, weil hier die Influenzwirkung am stärksten, auch die Polarisation, um mich der Kürze wegen so ausdrücken, eine stärkere ist, so schien es mir, dafs es von Erfolg seyn müsse, die Hülfsconductoren innerhalb eines Winkels von etwa 39° zugleich mit der rotirenden Scheibe beweglich zu machen, so dafs sie in langsam vor- und rückschreitender Wanderung immer wieder neuen, weniger polarisirten Stellen gegenüber treten könnten. Obwohl ich mich leicht durch langsame Fortführung mit der Hand von der Richtigkeit meiner Vermuthung überzeugen konnte, so stellte sich doch die nöthige mechanische Vorrichtung für den Nutzen, welchen sie schaffen sollte, als zu complicirt und für den Erfolg als nicht absolut sicher heraus.

Ebenso verhielt es sich mit einer andern Maschinerie, welche die langsame Hindurchführung eines Bandes ohne Ende von dünnem vulkanisirtem Gummi oder Guttapercha zwischen den Scheiben an denjenigen Stellen, wo sich die Hülfsconductoren befinden, bewirken sollte. Obwohl ich daher zur Vermeidung der lästigen Stromwendungen noch immer kein sicheres Mittel vorschlagen kann, so möchte ich doch Denjenigen, welche noch nicht damit vertraut seyn sollten, einige Andeutungen geben, wie man dieselben wenigstens theilweise umgeht.

Bekanntlich kann die Maschine nicht erregt werden, wenn die Hülfsconductoren der hintern unbelegten Glasfläche gegenüberstehen; ist sie aber erregt, so thut man gut, dieselben ein wenig über die Gränzen der Belegung hinaus zu drehen, wie dies von Poggendorff bereits vor Jahren bei einer Maschine älterer Construction in Vorschlag gebracht ist. Die quantitative Leistung wird hierdurch freilich ein wenig geschwächt, aber der unwillkürliche Polwechsel wird mehr oder weniger vermieden, weil von der unbelegten Glasfläche die freie Elektricität nicht so schnell, als von der belegten verschwinden kann und die Polarisation daher weniger zur Geltung kommt. Sollte die Kraft der Maschine nach einiger Zeit abnehmen, so läfst sie sich leicht durch Rückbewegung der Conductoren wieder auffrischen. Auch bei Unterbrechung der Rotation sind in der angedeuteten Stellung die Stromwendungen seltener, und können ganz vermieden werden, wenn man vor Wiederaufnahme der Bewegung die Conductoren auf kurze Zeit noch einwenig weiter im selben Sinne verschiebt, so dafs sie etwa eine senkrechte Stellung erreichen. Bei einer derartigen, je nach den Umständen erforderlichen Vor- und Rückbewegung wird die Maschine sich in den seltensten Fällen widerspenstig zeigen, und dies dürfte einer der wesentlichsten Vorzüge der centralen Befestigung der Conductoren seyn. Braucht man nur eine kleine Schlagweite, so thut man am besten, die Hülfsconductoren ganz zu entfernen, weil die quantitative Leistung dann eine

ungleich gröfsere ist, darf aber nicht vergessen, dafs sich die Maschine in dieser Gestalt nur bei geschlossenen Elektroden erregen läfst, dafs diese, um jene in Thätigkeit zu erhalten, nicht über eine gewisse Gränze entfernt werden dürfen und dafs man die Rotation auch nur bei geschlossenen Elektroden einstellen und wieder aufnehmen darf. Unter dieser Voraussetzung werden gleichfalls nur selten Stromumkehrungen erfolgen. Wenn jene Vorsichtsmaafsregeln aber lästig sind, und wer durchaus innerhalb kleiner Schlagweiten z. B. beim Laden einer grofsen Batterie, oder beim Gebrauch Geifsler'scher Röhren mit Hülfsconductoren experimentiren will, dem rathe ich wenigstens dieselben, soweit es die Umstände gestatten, möglichst den Hauptconductoren zu nähern, weil bei gröfserer Entfernung, innerhalb kleiner Schlagweiten die quantitative Wirkung eine viel geringere ist, ein Umstand, der beim Gebrauch der Maschine von Wichtigkeit, und der, wie ich glaube, noch wenig beachtet wird.

Ich möchte diese Mittheilung mit der Erwähnung eines kleineren Versuchs schliefsen, der Manchem, welcher gezwungen ist, den Apparat häufiger in feuchter Luft zu gebrauchen, willkommen seyn dürfte. Es ist längst festgestellt, dafs Influenzmaschinen mit Metallbelegungen viel leichter erregbar sind, als andere, aber auch, dafs wegen allzugrofser elektrischer Verluste ihre Wirkung, namentlich die intensive, ungleich schwächer ist. Für den vorliegenden Apparat sind irgend welche Metallbelegungen auf der festen Scheibe von so entschiedenem Nachtheil, dafs ich solche niemals in Vorschlag bringen würde. Metallbelegungen auf der rotirenden Scheibe dürften höchstens die Gröfse der Glasausschnitte haben, wenn der Theorie entsprechend überhaupt eine namhafte Wirkung erfolgen soll. Dagegen hat sich ergeben, dafs wenige runde Stanniolplättchen von der Gröfse etwa eines Markstücks in demjenigen Kreise auf die vordere Glasfläche geklebt, welcher der Stellung der Papierspitzen entspricht, die Erregbarkeit verstärken ohne die Wirksamkeit wesent-

lich zu schwächen; und wenn ich dies Mittel, weil es gewissermaafsen die Durchsichtigkeit der Maschine beeinträchtigt und die Reinigung der Scheiben ein wenig erschwert, auch nicht allgemein empfehlen möchte, so dürfte es doch unter Umständen zweckentsprechend seyn. Der Versuch ist nebenbei so einfach, dafs sich Jeder leicht von der Anwendbarkeit desselben überzeugen kann.

X. *Bemerkungen über die Aenderung der Lichtgeschwindigkeit im Quarz durch Druck; von Prof. E. Mach und Stud. J. Merten.*

(Aus Bd. LXXII. der Berichte der Wien. Akad. von den HH. Verf. mitgetheilt.)

1.

Pfaff[1]) hat schon Versuche über die Aenderung der Doppelbrechung des Quarzes durch Druck angestellt. Seine Angaben bedürfen aber in mehrfacher Hinsicht der Erweiterung und Richtigstellung. Auch unsere Versuche können aus Gründen, die bei Beschreibung derselben hervortreten werden, nicht als quantitativ genau angesehen werden. Doch geben diese Versuche schon in ihrer gegenwärtigen Form eine wesentlich vollständigere und exactere Vorstellung von dem optischen Verhalten des Quarzes bei Druck als diejenige, welche sich aus den älteren Versuchen schöpfen liefs.

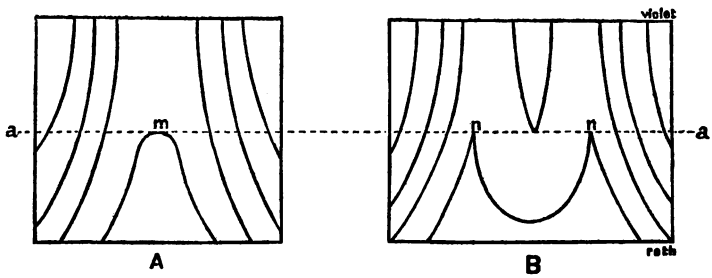
2.

Pfaff giebt richtig an, dafs ein senkrecht auf die Axe gedrückter Quarz optisch zweiaxig wird. Man sieht in dem Axenbilde einer senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatte den Mittelpunkt des Ringsystems sich in die

1) Diese Annal. Bd. 117 (1859), S. 333 und Bd. 118 (1859), S. 598.

beiden Pole des zweiaxigen Bildes trennen und nach der Richtung des Druckes auseinandertreten[1]). Die Angabe von Pfaff aber, dafs die Pole bei Steigerung des Druckes ihre Farbe ändern, und zwar bei rechtsdrehendem Quarz entsprechend einer Linksdrehung des Ocularnicols, können wir nicht bestätigen. Wir finden vielmehr, dafs die beiden Pole des zweiaxigen Ringsystems immer dieselbe Farbe haben wie der Mittelpunkt des einaxigen. Pfaff's Beobachtung würde auf eine vermehrte Drehung der Polarisationsebene nach der Richtung der optischen Axen bei Vergröfserung des Axenwinkels deuten. Wir finden die Drehung vom Axenwinkel unabhängig. Um die Unsicherheit der Farbenbeurtheilung durch das bloſse Auge zu eliminiren, verfahren wir so: Der Quarz wird in der Presse auf den Tisch des Nörremberg-Steeg'schen Polarisationsapparates gelegt. Unter dem Tisch bringen wir einen Schirm mit einer schmalen Spalte an, welche der Druckrichtung parallel ist und welche für das Auge des Beobachters, dessen Stellung durch einen Schirm mit einer kleinen Oeffnung fixirt ist, durch den Mittelpunkt des Ringsystems hindurchgeht. Zwischen das Auge und das Ocularnicol bringen wir ein Prisma mit gerader Durchsicht mit zur Spalte senkrechter Dispersionsrichtung. Dadurch wird so zu sagen ein Radius des einaxigen oder die Verbindungslinie der Pole des zweiaxigen Bildes spectral aufgelöst (Fig. 1). Man erkennt an dem Vorrücken der

Fig. 1.

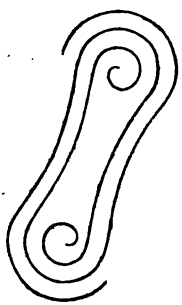


1) Man erhält die inneren Ringe weifs, wenn man die Dispersion derselben durch einen gleich dicken entgegengesetzt drehenden Quarz unter dem Ocularnicol aufhebt.

Spectralstreifen gegen das Roth den wachsenden Gangunterschied bei Entfernung vom Centrum und kann den Streifen *m*, welcher dem Mittelpunkt entspricht, bei Einfügen einer Didymglasplatte durch Drehung des Nicols auf einen Absorptionsstreifen *aa* stellen. Bei Anwendung von Druck theilt sich der mittlere Streifenhöcker in zwei *nn*, die sich trennen, aber immer auf dem Absorptionsstreifen bleiben. Dieselben entsprechen den Polen des zweiaxigen Bildes, welche demnach denselben Gangunterschied darbieten, wie zuvor der Mittelpunkt. Im früheren Mittelpunkte hat hingegen der Gangunterschied zugenommen.

Läfst man circulares Licht auf den Quarz fallen, so wird das einaxige Bild im Mittelpunkte weifs (weil dort nur ein circularer Strahl durchgeht und die Interferenz aufhört) und es entsteht die bekannte Spiralfigur. Dieselbe löst sich bei Druck in die Fig. 2 auf, die an den Polen ebenfalls weifs ist. Der gedrückte Quarz verhält sich also nach den Richtungen der beiden optischen Axen analog wie der ungedrückte nach der Richtung der einen optischen Axe.

Fig. 2.



Pfaff hat eine Presse angewandt, in welcher er den Quarz nach zwei zu einander senkrechten Richtungen zugleich drücken konnte. Zog er die eine Schraube an, so wurde der Quarz zweiaxig. Durch Anziehen der zweiten Schraube gelang es nun nicht, wie Pfaff erwartete, den Quarz wieder einaxig zu machen, sondern es drehte sich die Verbindungslinie der Pole bei dem angewandten rechten Quarz nach rechts. Es ist klar, dafs diese Erscheinung nicht der Ausdruck eines Gesetzes seyn kann, sondern nur von zufälligen Versuchsumständen herrühren mufs. Denken wir uns senkrecht zur Axe des rechten Quarzes ein Coordinaten-

system XY. Die Richtungen nach oben (X) und rechts (Y) bezeichnen wir positiv. Drücken wir zuerst nach X und dann nach Y, so müfste sich die Pollinie, falls ein Gesetz bestände, aus der X-Richtung in den Quadranten $+X$, $+Y$ hinüberdrehen. Drücken wir aber zuerst nach Y und dann nach X, so käme sie in den Quadranten $+Y$, $-X$ zu liegen. Also bei demselben zu Ende angewandten Druck wäre die Lage der Pollinie eine ganz verschiedene. Und wohin sollte sie zu liegen kommen, wenn nach X und Y gleichzeitig gedrückt wird?

Dafs Pfaff nicht zum Ziele kam, läfst sich einfach erklären. Legt man einen Quarzwürfel in die Doppelpresse und verschiebt denselben nach Anwendung der *einen* Schraube auf dem Tisch des Polarisationsapparates ohne Drehung, so bemerkt man, dafs die Verbindungslinie der Pole ihre Länge und Lage wechselt. Die Compression ist also keine homogene (im Neumann'schen Sinne). Bei Anwendung beider Schrauben werden also die beiden Druckrichtungen nur zufällig zu einander senkrecht und die Druckgröfsen nur zufällig gleich werden. Nur in diesem Falle kann aber der eine Druck den andern compensiren. Dies erreicht man auch, wenn man eine Stelle aufsucht, an welcher die beiden Schrauben, nach einander angewandt, zu einander senkrechte Pollinien erzeugen. Dann kann der eine Druck durch den andern vollständig compensirt werden. Der Quarz wird wieder einaxig und zeigt keinen Unterschied gegen ungedrückten Quarz. Der Gangunterschied ist im Mittelpunkt unverändert. Ohne Vorsicht erreicht man dieses Resultat freilich nicht. Auch beobachtet man leicht, dafs der Drehungssinn der Pollinie von der Ordnung abhängt, in welcher man die Schrauben anwendet, so dafs bei demselben endlich angewandten Drucksystem die Lage der Pollinie auch die gleiche ist.

3.

Wir untersuchen nun etwas genauer die Veränderungen, welche an dem *senkrecht* durch die Quarzplatte hindurchgehenden Licht bei Anwendung von Druck eintreten. Zu dem Versuche verwenden wir eine 7^{mm} dicke, genau senkrecht zur Axe geschnittene Platte von linkem Quarz. Legen wir diese Platte in der Presse auf den Tisch des Nörremberg'schen Apparates und betrachten sie (ohne Anwendung von Linsen) in parallelem Licht. Sobald wir drücken, treten Farben auf, welche einer Rechtsdrehung des Ocularnicols entsprechen. Dies läfst sich eigentlich schon aus dem Anblicke des Axenbildes des gedrückten Quarzes folgern. Um die Farbenfolge nicht in der Erinnerung vergleichen zu müssen, haben wir einen von Mach angegebenen Apparat angewandt, der die ganze Erscheinung auf einmal zu überblicken erlaubt.

Wir denken uns einen Nicol N_1, durch welchen Lampenlicht auf die gepreſste Quarzplatte Q fällt. Dieselbe ist mit einem Schirm bedeckt, der durch ein kleines rundes Loch eine Stelle des Quarzes zu sehen erlaubt. Das Licht fällt dann auf einen Nicol N_2, auf dem ein Stückchen P vom Rande eines Brillenglases so angebracht ist, dafs die hindurch gesehenen Gegenstände in der Polarisationsebene von N_2 abgelenkt erscheinen. Die Dispersion von P ist unbedeutend, es wirkt als achromatisches Prisma. Die Stücke N_2 und P befinden sich in einer Hülse und können durch eine Rolle mit Schnurlauf in rasche Rotation versetzt werden. Dadurch wird das Bild des Quarzes, während das Polarisationsazimut des Ocularnicols wechselt, zugleich im Kreise herumgeführt. Es entsteht ein leuchtender Ring, in dem sich alle Farben des Quarzes in ihrer natürlichen Ordnung nebeneinander befinden, welche man bei der gewöhnlichen Beobachtungsmethode nacheinander wahrnimmt. Drückt man nun den linken Quarz, so dreht sich der ganze farbige Ring wie ein fester Körper, von der Seite des Beobachters aus gesehen, verkehrt wie der Uhrzeiger. Der Quarz wird also

durch den Druck noch mehr linksdrehend. Der linkscirculare Strahl eilt also dem rechtscircularen noch mehr voraus. Bei Anwendung stärkerer Druckkräfte kann man eine allmälige Veränderung der Farben des Ringes und schliefslich ein Verblassen desselben wahrnehmen. Am lebhaftesten bleiben die Farben, wenn die Druckrichtung 45° mit der Polarisationsebene von N_1 einschliefst.

Senkrecht auf die Hauptaxe gedrückter Quarz zeigt also eine Vergröfserung seines Drehungsvermögens für das nach der Hauptaxe durchgehende Licht. Aber eine reine Drehung der Polarisationsebene findet hier nicht mehr statt. Der Farbenring des ungedrückten Quarzes wird in dem erwähnten Apparate weifs bei Anwendung von circularem Licht. Der Ring wird aber sofort wieder farbig, wenn man den Quarz drückt. Es findet also bei gedrücktem Quarz die Zerlegung des senkrecht durchgehenden Lichtes in zwei entgegengesetzt circulare Strahlen nicht mehr statt. Vielmehr gehen jetzt zwei entgegengesetzt elliptisch polarisirte Strahlen durch, wie bei einer schief gegen die Axe geschnittenen Platte. Hiervon kann man sich auf folgende Art überzeugen.

Man stellt zwischen den Nicol N_1 und die Platte Q eine Viertelundulationsplatte L so, dafs die der gröfseren Fortpflanzungsgeschwindigkeit entsprechende Polarisationsebene E derselben parallel der Druckrichtung ist. Dreht man (von der Seite des Beobachters gesehen) die Polarisationsebene von N_1 im Sinne des Uhrzeigers um 45° aus E heraus, so hat man rechts circulares, bei der symmetrischen Stellung von N_1 zu E links circulares Licht. Drückt man den linken Quarz parallel zu E etwa vertical, so mufs man den Winkel von N_1 und E verkleinern, damit der Farbenring wieder farblos werde. Hiernach liegt (bei Annahme der Fresnel'schen Vorstellung) für den rechtselliptischen Strahl die grofse Axe der Sahwingungsbahn horizontal. Ebenso zeigt sich, dafs die grofse Axe für den links elliptischen Strahl vertical ist.

Man könnte glauben, dafs die Art der elliptischen Po-

larisation für das senkrecht durchtretende Licht dieselbe sey bei verticalem Drucke, wie bei Neigung der Quarzplatte um eine horizontale Axe. Allein man überzeugt sich theoretisch und durch das Experiment, dafs sie in letzterem Falle gerade umgekehrt ist. In beiden Fällen sind jedoch beide Strahlen entgegengesetzt elliptisch polarisirt, d. h. ihre Schwingungsbahnen sind ähnlich; die entsprechenden Axen stehen aufeinander senkrecht und der Bewegungssinn ist entgegengesetzt. Bildet die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes einen Winkel von 45° mit der Druckrichtung oder Neigungsaxe, so werden beide elliptische Componenten gleich intensiv und die Farbenerscheinungen am meisten lebhaft.

Wir setzen den Quarz sammt der Presse auf ein Wollaston'sches Goniometer, so dafs wir ihn um die Goniometeraxe und um eine zweite zu ersterer senkrechte Axe drehen können. Dann können wir Folgendes bemerken: Der Farbenring des linken ungedrückten Quarzes dreht sich dem Uhrzeiger entgegen, sobald die Richtung der durchgehenden Strahlen von der senkrechten abweicht. Drücken wir den Quarz vertical (während die Goniometeraxe horizontal ist), so dreht sieh der Farbenring ebenso. Er dreht sich aber im Sinne des Uhrzeigers, wenn wir jetzt den Quarz um die horizontale Axe neigen, und dieser Bewegungssinn kehrt sich plötzlich um, wenn nämlich die Strahlen nach der Richtung der durch Druck erzeugten optischen Axe durchgehen. Drehung des Quarzes um eine der Druckrichtung parallele Axe dreht den Farbenring dem Uhrzeiger entgegen.

Durch Anwendung der Viertelundulationsplatte bei den erwähnten Stellungen des Quarzes sind wir im Stande die Lage und Form der Schwingungsbahnen für verschiedene Strahlenrichtungen in leicht verständlicher Weise aufzusuchen, indem wir immer die Farblosigkeit des Farbenringes herstellen. Zu bemerken ist aber, dafs dieses Mittel für quantitative Bestimmungen doch zu unempfindlich ist.

Da nun im Allgemeinen zwei entgegengesetzt elliptische Strahlen sich durch den Quarz fortpflanzen, so kann das Resultat ihrer Interferenz keine einfache Drehung der Polarisationsebene mehr seyn. Es entsteht im Allgemeinen elliptisches Licht, dessen grofse Bahnaxe sich im Sinne des Strahles von gröfserer Fortpflanzungsgeschwindigkeit dreht, während die kleine Bahnaxe zwischen 0 und einem Maximalwerth schwankt. Gleichzeitig wechselt auch der Drehungssinn, in welchem die resultirende Bahn durchlaufen wird. Dies Verhältnifs ist einfach begreiflich, wenn man sich die beiden entgegengesetzt elliptischen Strahlen in zwei entgegengesetzt circulare und zwei zu einander senkrechte lineare zerlegt. Die beiden circularen geben Drehung der Polarisationsebene, die beiden linearen fügen aber eine Componente hinzu, welche abwechselnd linear, circular und elliptisch ist.

Wenn wir das Licht, welches durch einen zwischen zwei Nicols eingeschalteten gedrückten oder schief gestellten Quarz gegangen ist, spectral auflösen, so erhalten wir dunkle Streifen im Spectrum, die bei Veränderung des Druckes, der Neigung oder der Stellung des Ocularnicols sich verschieben, dabei aber abwechselnd scharf und unscharf werden. Beim Zusammenwirken blofser circularer Strahlen bleiben bekanntlich diese Streifen durchaus scharf. Der Unterschied beider Fälle wird hiedurch deutlich.

4.

Wir wollen hier bemerken, dafs der von uns verwendete Apparat durch eine kleine Modification für die Objectivdemonstration vieler Polarisationserscheinungen brauchbar wird. Wir nehmen eine Röhre von 50 Ctm. Länge und 3 Ctm. Weite im Lichten. An beiden Enden befinden sich ringförmige Ränder, welche zwischen Frictionsrollen laufen und auf der Mitte eine Rolle mit einem Schnurlauf. In das eine Ende der Röhre kommt ein Nicol mit einer quadratischen oder spaltförmigen Blendung, in

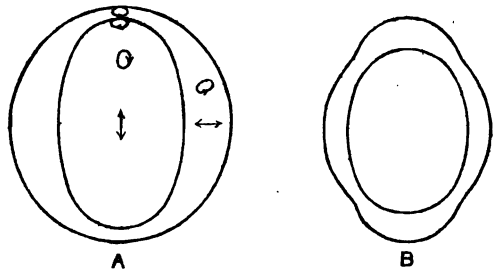
das andere das Ablenkungsprisma (Crownglas mit etwa 10° brechendem Winkel). Unmittelbar vor das Ablenkungsprisma stellen wir eine Linse von circa 37 Ctm. Brennweite, welche von der Blendung auf einen Schirm ein Bild entwirft. Fällt linear polarisirtes Licht auf den rotirenden Apparat, so giebt er einen hellen Ring, der an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen (der Schwingungsebene entsprechend) unterbrochen ist. Die Unterbrechung wird matt bei Umwandlung des Lichtes in elliptisches durch Einfügen einer Viertelundulationsplatte und sie verschwindet, der Kreis wird gleichmäfsig hell bei Umwandlung des Lichtes in circulares. Gypsblättchen zwischen einem Nicol und dem Apparat geben complementar gefärbte, durch weifse Strecken getrennte Ringfelder. Fügt man vor das Ablenkungsprisma noch ein Prisma mit gerader Durchsicht ein, welches in der Polarisationsebene des rotirenden Nicols zerstreut, so erhält man eine übersichtliche spectrale Auflösung der Polarisationserscheinungen. In diesem Falle wird die spaltförmige Blendung eingesetzt, die Spaltenrichtung senkrecht zur Dispersion. Man erhält dann einen breiten Ring, der z. B. innen spectral violett, aussen roth ist, und dazwischen alle Farben zeigt. Rechtsdrehender Quarz zeigt nun bei dieser Anordnung dunkle spiralige Streifen in dem Ringe, welche von aussen nach rechts innen laufen, wenn der Beobachter sich dem Lichte entgegenstellt, also auf einem durchscheinenden Schirm beobachtet. Eine dünne axenparallele Quarzplatte giebt in dem spectralen Ringfelde dunkle ringförmige Streifen, welche an zwei zu einander senkrechten Diametern verschwinden. Weitere Anwendungen lassen sich noch sehr viele machen. So z. B. läfst sich der Apparat zu v. Lang's Nachahmung des Kreuzes der Krystalllinse, zur Nachahmung der Axenbilder usw. anwenden[1]).

1) Dove hat bekanntlich einen rotirenden Nicol zur Nachahmung des natürlichen Lichtes durch polarisirtes Licht angewandt. Eine Nebeneinanderstellung der Farben senkrecht zur Axe geschnittener Quarze

5.

Nach den Untersuchungen von Airy, Jamin und v. Lang unterscheidet sich die Wellenfläche des Quarzes wesentlich von jener der nichtdrehenden einaxigen positiven Krystalle. Die Wellenfläche dieser Krystalle besteht aus einer Kugel und einem verlängerten der Kugel eingeschriebenen Rotationsellipsoid. Die Rotationsaxe stellt die optische Axe vor. Beim Quarz können sich nun diese beiden Blätter der Wellenfläche nicht berühren, weil selbst in der Richtung der optischen Axe zwei, wenn auch wenig verschiedene, Lichtgeschwindigkeiten der beiden circularen Strahlen bestehen. Aufserdem sind beim Quarz die Schwingungen eigentlich nur für senkrecht zur Axe verlaufende Strahlen streng linear, sonst aber elliptisch und nach der Axenrichtung circular. Die Fig. 3 *A* giebt

Fig. 3.



hat Stefan versucht durch Anwendung eines Kegelspiegels, der also alle Polarisationsazimute des Zerlegers gleichzeitig darbietet. Derselbe Physiker hat auch das schwarze Kreuz im Axenbilde des Doppelspathes durch Einlegen eines Quarzes unter dem Ocularnicol in einen Farbenfächer aufgelöst.

Mach wendet aufser dem hier angeführten bequemsten Mittel noch andere Methoden zur Demonstration der Drehung der Polarisationsebene an. Betrachtet man das Axenbild eines Doppelspathes und schiebt unter dem Ocularnicol einen Quarzkeil aus dem Soleil'schen Saccharimeter durch, so sieht man deutlich, wie sich das Axenkreuz nach *links* dreht, wenn man einen rechtsdrehenden Keil (mit der Schärfe voraus) einschiebt. — Betrachtet man den durch innere conische Refraction erzeugten Lichtring durch einen Quarz

ein schematisches Bild der Wellenfläche des Quarzes. Ist derselbe ein linksdrehender, so muſs der links circulare Strahl durch den elliptischen in den linearen ordinären Strahl übergehen, während der rechts elliptische Strahl den extraordinären vorstellt, wie dies die Schwingungsfiguren andeuten, welche wir uns auf die uns zugekehrte Seite der Wellenfläche aufgetragen denken. Der Schnitt der Wellenfläche mit der Ebene des Papiers muſs nun bei Druck in der Richtung des Pfeiles etwa in die Form Fig. 3*B* übergehen, bei welcher die beiden Blätter wieder nicht zusammenhängen können, indem nach den Richtungen der neuen optischen Axen Drehung der Polarisationsebene eintritt, also zwei Lichtgeschwindigkeiten stattfinden[1]).

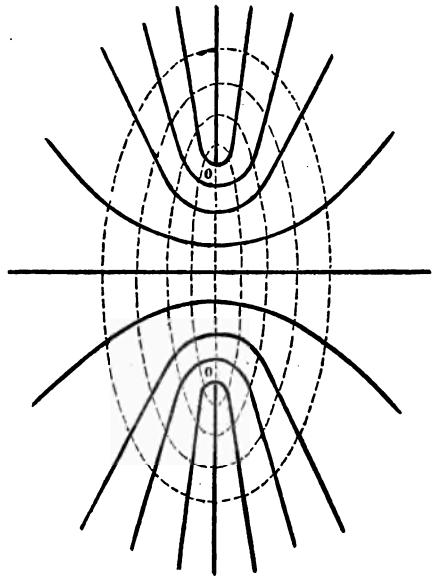
Von den Polarisationsarten, welche verschiedenen Punkten des Axenbildes entsprechen, können wir uns mit Hülfe der sub 3 erwähnten Versuche eine Vorstellung machen. Bedeuten *o o* (Fig. 4) die Pole des Axenbildes des linksdrehenden Quarzes, so stellen die Tangenten des ausgezogenen Curvensystems die groſsen Axen des rechts elliptischen Strahles an der betreffenden Stelle, die Tangenten des punktirten das erstere senkrecht durchschneidenden Systems aber die groſsen Axen des links elliptischen Strahles vor. Die groſsen Axen der Schwingungsbahnen verhalten sich also hier analog, wie die Schwingungsrichtungen in einem nicht drehenden zweiaxigen Krystall. Wahrscheinlich wird Beer's[2]) Darstellung auch quantitativ hier passen.

und einen Nicol, so erhält man eine Nebeneinanderstellung der Quarzfarben. Allein weil in diesem Ringe die Polarisationsebene nur eine halbe Drehung macht, so erscheint jede Farbe des Quarzes nur einmal, nicht wie bei der mechanischen Darstellung zweimal. Ein Ocular mit conischer Refraction wird noch manche Anwendungen zulassen.

1) Die Beobachtung der conischen Refraction am Quarz, welche demnach ein besonderes Interesse hätte, ist mit bedeutenden Schwierigkeiten verbunden. Sie ist noch nicht gelungen.

2) Beer, höhere Optik. S. 401.

Fig 4.



6.

Durch Druck, welchen wir senkrecht auf die Quarzaxe wirken lassen, wird der Gangunterschied der beiden circularen, nach der Axe fortgehenden Strahlen vermehrt. Man kann die Vermehrung der Drehung mit Hülfe der Doppelplatte beobachten und mit dem Soleil'schen Quarzcompensator compensiren. Dem Druck von 1 Kilogramm senkrecht zur Axe auf 1 □Ctm. entspricht ein Zuwachs von 0,001 der Dicke des gedrückten Quarzes. Wir legen auf diese Zahl keinen Werth, weil wir den Versuch nur nebenher ausgeführt haben, und erst der Nachweis geliefert werden müſste, daſs die Dispersionsverhältnisse durch den Druck unverändert bleiben.

Wir erfahren durch den erwähnten Versuch überhaupt nur die Veränderung des Gangunterschiedes der beiden Strahlen. Welche Veränderung jede der beiden Lichtgeschwindigkeiten für sich erfährt, muſs durch einen beson-

deren Versuch ermittelt werden. Wir visiren mit einem Fernrohr F durch ein Prisma P auf eine erleuchtete Spalte S und bringen vor das Objectiv von F eine Beugungsspalte Σ an, deren rechte Hälfte durch einen rechtsdrehenden, deren linke durch einen linksdrehenden Quarz von gleicher Dicke gedeckt ist. Vor den Quarzen steht der Jamin'sche Compensator C, so dafs jedes der Gläser einen der Quarze deckt und die Verzögerung auf der Seite der brechenden Kante von P, etwa links, eingeschaltet ist. Der rechte Quarz befindet sich in einer möglichst unbeweglich befestigten Presse. Vor S steht noch ein Nicol N_1 und die Viertelundulationsplatte L. Bei Anwendung von rechts circularem oder links circularem Licht erhalten wir nach passender Einstellung schöne Talbot'sche Streifen. Die Streifen verschieben sich in beiden Fällen bei Druck des rechten Quarzes nach dem violetten Ende. Druck des rechten Quarzes verzögert also sowohl den linkscircularen wie den rechtscircularen Strahl. Die Verzögerungen des linken und rechten Strahles verhalten sich etwa wie 3 : 2. Druck des linksdrehenden Quarzes verzögert umgekehrt den rechtscircularen Strahl mehr wie den linkscircularen (im Verhältnifs 3 : 2).

Wir können dieses Resultat nur als ein qualitatives ansehen. Der gedrückte Quarz wird nämlich auch dicker und dadurch wird schon eine Verzögerung eingeführt. Dieser Theil der Verzögerung verschwindet grofsen Theils und läfst sich durch die Rechnung ganz eliminiren, wenn man einen zweiten Druckversuch ausführt, bei welchem die Quarze in Wasser eingetaucht sind. Allein schon bei geringem Druck und geringer Streifenverschiebung werden die Talbot'schen Streifen undeutlich, weil das circulare Licht im gedrückten Quarz in elliptische Componenten gespalten wird. Eine grofse Sicherheit in der Ablesung des Verschiebungsverhältnisses der Streifen konnte deshalb nicht erzielt werden. Wir haben jedoch bemerkt, dafs Eintauchen in Wasser den Charakter der Erscheinung nicht ändert. Die Ablesung wurde so ausgeführt,

dafs z. B. bei rechtscircularem Licht die Druckschraube angezogen und die Verschiebung beobachtet, dann das Licht in linkscirculares umgewandelt, die Schraube nachgelassen und der Rückgang der Streifen abgelesen wurde. Diese Versuche müssen also nach verbesserter Methode wiederholt werden.

Wir halten also fest, *dafs im linksdrehenden Quarz der rechtscirculare Strahl durch Druck senkrecht auf die Axe mehr verzögert wird, wie der linkscirculare und dafs dadurch die Vergröfserung des Gangunterschiedes zu Stande kommt.* Wie wir gesehen haben, wandelt sich der linkscirculare Strahl in einen linkselliptischen um, dessen grofse Axe der Schwingungsbahn der Druckrichtung parallel ist und geht schliefslich bei gesteigertem Druck in einen linearen parallel der Druckrichtung schwingenden Strahl über. Er ist aber der weniger verzögerte. *Demnach wird zwar in der Druckrichtung die optische Elasticität verkleinert, aber in der zum Druck senkrechten Richtung ist dies in noch höherem Maafse der Fall.*

Aus dieser stärkeren Elasticitätsverkleinerung senkrecht zur Druckrichtung erklärt sich auch das Auseinandertreten der Pole des Axenbildes in der Druckrichtung. Die Elasticität des Quarzes ist nach der Axenrichtung die kleinste, senkrecht zur Axe die gröfste. Drückt man senkrecht zur Axe, so werden alle Elasticitäten verkleinert. Die Axenrichtung bleibt die Richtung der kleinsten Elasticität, weil der Druck die Verhältnisse nur unmerklich ändert; die zur Axe und zum Druck senkrechte Richtung erhält die mittlere Elasticität. Letztere Richtung steht aber auf der Ebene der optischen Axen senkrecht, welche also die Druckrichtung enthält[1]).

7.

Drückt man den Quarz nach einer beliebigen Richtung, so lassen sich die auftretenden Erscheinungen immer

1) Was also Pfaff hierüber sagt, trifft nicht ganz zu. Diese Annal. Bd. 117, S. 334.

erklären, indem man annimmt, dafs die Elasticitäten senkrecht zur Druckrichtung mehr verkleinert werden als in der Druckrichtung. Wir nehmen einen Würfel aus Quarz, dessen eine Kante parallel der Axe ist und drücken denselben parallel der Axe, während wir senkrecht zur Axe hindurchsehen. Der Gangunterschied der senkrecht zur Axe durchgehenden Strahlen wird verkleinert, wie man sich mit Hülfe eines Quarzcompensators (aus axenparallelen Keilen) überzeugen kann. Dafs beide Strahlencomponenten verzögert werden, lehrt ein Versuch, welcher dem bereits erwähnten mit den Talbot'schen Streifen analog ist. Da nun die senkrecht zur Axe schwingende Componente die gröfsere Geschwindigkeit hat, so mufs eben diese mehr verzögert werden, damit eine Verkleinerung des Gangunterschiedes zu Stande kommt. Die andere Componente schwingt aber in der Druckrichtung.

Wir drücken nun den Quarz senkrecht zur Axe, während wir senkrecht zur Druckrichtung und zur Axe durchsehen. Der Gangunterschied der Strahlen wird, wie der Quarzcompensator zeigt, vergröfsert. Beide Componenten aber werden, wie die Talbot'schen Streifen lehren, wieder verzögert. Es mufs also die langsamere der Axe parallel schwingende Componente mehr verzögert werden. Dieselbe schwingt aber senkrecht zur Druckrichtung.

Es steht hiernach nichts im Wege, sich den Quarz als einen an sich isotropen Stoff vorzustellen, welcher durch einen bei der Krystallisation entwickelten enormen Druck senkrecht zur Axe doppeltbrechend geworden ist. Es lassen sich dann die mechanisch zugefügten Druckkräfte als von einerlei Art mit dem schon vorhandenen molecularen Druck betrachten. Man könnte einen isotropen Stoff, welcher die beschriebene Eigenschaft des Quarz-*materiales* hat, optisch positiv nennen. In diesem Sinne könnte z. B. Glas als optisch positiv und müfste (syrupartige) Metaphosphorsäure als optisch negativ bezeichnet werden.

Nachtrag.

Die erste kurze Beschreibung des Polarisationsapparates mit rotirendem Ocular hat Mach im Anzeiger der Wiener Akademie 1875, Nr. 4, (Sitzung vom 4. Februar) gegeben[1]). Es mufs hier erwähnt werden, dafs einige Monate später Spottiswoode[2]) im *Philosophical Magazine* (1875 *June P.* 472) einen ähnlichen Apparat beschrieben hat, wie wir aus dem während des Druckes dieser Abhandlung uns zugekommenen Heft ersehen. Der Mach'sche *Apparat* wird gegenwärtig vom Hrn. Mechanikus Wilh. Albert in Frankfurt a. M. (Neue Mainzerstrafse 34) angefertigt.

XI. *Eine Bunsen'sche Lampe ohne Rückschlag;* *von Heinrich Morton, Ph. Dr.,*

Präsident der *Stevens Institute of Technology, Hoboken, N. J.*

In Folge des niedrigen Drucks des hiesigen Gases zur Tageszeit, erfahren unsere Untersuchungen schon seit lange häufige Störungen durch das Rückschlagen der Flamme in den gewöhnlichen Bunsen'schen Lampen.

Da dieser Mifsstand häufig von Unannehmlichkeit und Verlust begleitet war, entschlofs ich mich zu einer Reihe von Versuchen, um demselben womöglich durch eine Formveränderung der Lampe abzuhelfen.

Nach verschiedenen Versuchen mit Röhren, deren Höhen und Durchmesser in verschiedenem Verhältnifs standen, mit Gasflammen von verschiedener Gröfse u. s. w., kam ich auf folgende Betrachtungen.

1) Mach, optisch akustische Versuche. S. 25. Prag. Calve 1872.
2) Alsdann auch in den Annal. S. 169 dieses Bandes (P).

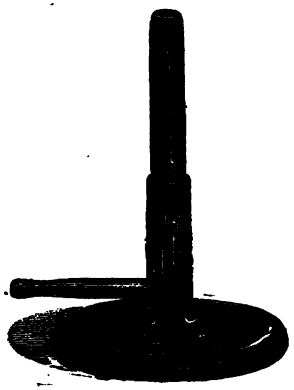
Es ist augenscheinlich, dafs ein Rückschlag in der Lampe jedesmal stattfindet, wenn irgend ein Theil der aufsteigenden Luft- und Gasmischung der Oeffnung mit einer Geschwindigkeit entweicht, welche schwächer ist als die Verbrennungsgeschwindigkeit.

In einer gewöhnlichen Lampe mit cylindrischem Hauptrohr ist es klar, dafs die Reibung der äufseren Fläche der aufsteigenden Gassäule gerade diesem Theil eine schwächere Geschwindigkeit ertheilt als dem mittleren Theil und dafs also Gegenströmungen entstehen müssen.

Es kommt daher vor, dafs der mittlere Theil der aufsteigenden Glassäule mit einer Geschwindigkeit entweicht, welche gröfser ist als diejenige, mit welcher das Gas abwärts brennen kann, und dafs bei diesem Theil kein Rückschlag befürchtet zu werden braucht, während die äufseren Theile sich mit einer so viel geringeren Geschwindigkeit bewegen, dafs die Verbrennung schneller abwärts vor sich geht als die Bewegung der Gasmischung aufwärts, und ein Rückschlag der Flamme erfolgt.

Bekanntlich erhält man einen Strahl von Wasser oder von irgend einer anderen Flüssigkeit, dessen Theilchen sich alle mit derselben Geschwindigkeit bewegen sollen, also ohne Gegenströmungen, wenn man aus der Mündung eine Oeffnung in einer dünnen Wand macht.

Diesem Gedanken zufolge machte ich eine Lampe mit einer Röhre, deren Durchmesser etwas grofs im Verhältnifs zu ihrer Höhe war, und verengte die obere Oeffnung, so dafs sie die Form eines an beiden Enden offenen Fingerhuts annahm. Der Flächenraum der Oeffnung betrug etwa zwei Drittel des Durchschnitts der Röhre und die Mündung war also praktisch dasselbe wie eine Oeffnung in einer dünnen Wand.



Das Resultat dieser Formveränderung übertraf weit meine Erwartungen. Die neue Lampe gab eine vollkommen nicht leuchtende Flamme bei einem Gasdruck von 1,5 bis 1 Zoll Wasser. Selbst bei dem schwächsten Druck und bei der heftigsten Bewegung schlug die Flamme nicht zurück; ja man konnte sie so stark hin und her bewegen, daſs sie ausging, ohne jene Wirkung hervorzurufen. Unter denselben Umständen würde die Flamme einer gewöhnlichen Bunsen'schen Lampe bei dem geringsten Luftzug und der mäſsigsten Bewegung zurückgeschlagen seyn.

XII. *Einige Versuche über konische Refraction; von Hrn. Nodot,*

Preparateur *de physiques* an der Facultät zu Dijon.

(*Journ. de physiques, T. IV, p.* 166.)

Bisher waren es besonders Aragonitkrystalle, an denen man die Erscheinungen der konischen Refraction studirte. Die Seltenheit hinreichend dicker Krystalle dieser Substanz hat mehrere Physiker veranlaſst, das optische System zu verbessern, durch welches man den Winkel des äuſseren Kegels bei diesen Phänomen vergröſsert; allein es bleibt ein anderer Weg offen, nämlich natürliche oder künstliche Krystalle aufzusuchen, die durch specifische Energie, Dicke und Klarheit mit dem Aragonit wetteifern könnten. Nach den Werthen der drei den meisten doppelt brechenden Krystallen eigenen Indices zu schlieſsen, würde der Aragonit das vortheilhafteste Mineral seyn; allein der chemischen Produkte sind so viele, daſs man hoffen durfte, darunter Krystalle zu finden, die in dieser Beziehung vorzüglicher wären.

Dies ist mir gelungen. Mit Vortheil habe ich in den Apparaten zur konischen Refraction den Aragonit ersetzt durch eine der drei folgenden Substanzen, von denen man dicke und klare Krystalle leicht im Handel antrifft: Zucker, doppeltchromsaures Kali und Weinsäure. Das Schneiden der beiden erst hat keine Schwierigkeit, denn beim Zucker ist eine natürliche Fläche und beim Bichromat eine Spaltungsfläche winkelrecht gegen eine der optischen

Axen. Bei der Weinsäure verhält es sich anders: erst muſs man durch Probiren die Richtung der Flächen aufsuchen, durch welche hin man eine der Axen sieht. Durch Anwendung des Amici'schen Mikroskops gelangt man leicht dahin, und man wird für seine Mühe belohnt, durch die Energie der Krystalle, die, bei gleicher Dicke, in demselben Instrument einen doppelt so offenen Kegel geben wie der Aragonit.

XIII. *Menschlicher Körper leuchtend durch Phosphorwasserstoffgas.*

Unter diesem Titel veröffentlichen die Herausgeber des *American Journ. of Science* im Octoberheft 1875, *p.* 298 ihrer Zeitschrift folgende, ihnen vom Dr. G. Maclean in Princeton mündlich gemachte Mittheilung:

Vor einigen Jahren, als ich einen Theil des Tages mit Phosphorwasserstoff (PH_3), bereitet aus Phosphor und Kalilauge, experimentirt hatte, sah ich meinen Körper beim zu Bette gehen ganz leuchtend, von einem Glimmen wie dem des Phosphors an der Luft. Entweder war etwas von dem Gase der Verbrennung entgangen, oder das Product der Verbrennung war vom Körper absorbirt worden und der Phosphor hatte später an der Oberfläche desselben eine „*eremecausis*“ erlitten. Ich war mir bewuſst, nichts zu fühlen, was dem zugeschrieben werden konnte, auch hatte meine Gesundheit anscheinend in keiner Weise dadurch gelitten.

XIV. *Ueber ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik; von R. Clausius.*

(Vorgetragen in d. Niederrhein. Gesellschaft f. Natur- und Heilkunde am 6. December 1875 und mitgetheilt vom Hrn. Verfasser.)

Um die elektrodynamischen Erscheinungen zu erklären, hat bekanntlich W. Weber über die Kraft, welche zwei in Bewegung befindliche Elektricitätstheilchen auf einan-

der ausüben, ein Gesetz aufgestellt. Seyen e und e' die beiden Elektricitätstheilchen, deren jedes sowohl positiv, als auch negativ seyn kann, und sey r ihre Entfernung von einander, welche als Function der Zeit t zu betrachten ist, so üben diese Theilchen nach Weber eine Abstofsung auf einander aus, welche durch die Formel

$$\frac{e\,e'}{r^2}\left[1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+\frac{2}{c^2}\,r\,\frac{d^2r}{dt^2}\right]$$

dargestellt wird, worin c eine Constante ist.

Gegen diese Formel sind von Helmholtz Einwendungen erhoben, und auch mir hat sich aus Gründen, welche von den Helmholtz'schen ganz unabhängig sind, die Ueberzeugung aufgedrängt, dafs sie der Wirklichkeit nicht entspricht. Dagegen haben meine Betrachtungen mich zu einem anderen Kraftgesetze geführt, welches ich mir erlauben will, vorlänfig mitzutheilen, indem ich mir die vollständige Entwickelung der Gründe, welche mich zur Aufstellung desselben veranlafst haben, für später vorbehalte. Nur ein Paar zur Erläuterung dienende Bemerkungen mufs ich der Anführung der Formeln vorausschicken.

Wenn man von der Vorstellung ausgeht, dafs die elektrodynamische Einwirkung zweier bewegter Elektricitätstheilchen auf einander durch einen zwischen ihnen befindlichen Stoff vermittelt werde, so braucht man von ihr nicht anzunehmen, dafs sie nur von der *relativen* Bewegung der Theilchen abhänge, sondern kann auch den *absoluten* Bewegungen der beiden einzelnen Theilchen einen Einfluſs auf sie zuschreiben. Wenn z. B. zwei Elektricitätstheilchen sich in paralleler Richtung mit gleicher Geschwindigkeit bewegen, und somit unter sich in relativer Ruhe sind, so können sie doch eine elektrodynamische Wirkung auf einander ausüben, denn zu dem zwischen ihnen befindlichen Medium verhalten sie sich anders, als wirklich ruhende Theilchen. Ferner braucht man bei dieser Vorstellung auch nicht anzunehmen, dafs die Richtung der elektrodynamischen Kraft mit der Verbindungslinie der beiden Theilchen zusammenfalle, sondern kann auch Kräfte von anderen Richtungen als möglich zugeben.

Es mögen nun x, y, z und x', y', z' die rechtwinkligen Coordinaten der beiden in Punkten concentrirt gedachten Elektricitätstheilchen e und e' zur Zeit t seyn, und für

die relativen Coordinaten des Theilchens e zum Theilchen e' folgende Zeichen eingeführt werden:

$$\xi = x - x', \quad \eta = y - y', \quad \zeta = z - z'.$$

Der Abstand der beiden Theilchen von einander heifse r. Ferner seyen ds und ds' zwei von den Theilchen gleichzeitig durchlaufene Bahnelemente, ε der Winkel zwischen denselben, und v und v' die Geschwindigkeiten. Wenn dann die in die Coordinatenrichtungen fallenden Componenten der ganzen (elektrostatischen und elektrodynamischen) Kraft, welche das Theilchen e von dem Theilchen e' erleidet, durch Xee', Yee' und Zee' dargestellt werden, so gelten folgende, zunächst in allgemeinster Form geschriebene Gleichungen, worin k eine positive, auf das Gröfsenverhältnifs zwischen dem elektrodynamischen und dem elektrostatischen Theile der Kraft bezügliche Constante ist, und n eine andere Constante bedeutet, von der weiter unten noch die Rede seyn soll:

$$X = \frac{\xi}{r^3} - k\left(\frac{\xi}{r^3}\cos\varepsilon + n\frac{d^2\frac{\xi}{r}}{ds\,ds'}\right)vv' + k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{d\xi}{dt}\right)$$

$$Y = \frac{\eta}{r^3} - k\left(\frac{\eta}{r^3}\cos\varepsilon + n\frac{d^2\frac{\eta}{r}}{ds\,ds'}\right)vv' + k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{d\eta}{dt}\right)$$

$$Z = \frac{\zeta}{r^3} - k\left(\frac{\zeta}{r^3}\cos\varepsilon + n\frac{d^2\frac{\zeta}{r}}{ds\,ds'}\right)vv' + k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\frac{d\zeta}{dt}\right).$$

Aus diesen Gleichungen kann man alle von galvanischen Strömen auf einander ausgeübten Kräfte und Inductionswirkungen ableiten.

Die drei Componenten der Kraft, welche ein Stromelement ds von einem Stromelement ds' erleidet, werden allgemein durch folgende Ausdrücke dargestellt:

$$cii'\,ds\,ds'\left(-\frac{\xi}{r^3}\cos\varepsilon + \frac{d\frac{1}{r}}{ds'}\frac{d\xi}{ds} + \frac{d\frac{1}{r}}{ds}\frac{d\xi}{ds'} - n\frac{d^2\frac{\xi}{r}}{ds\,ds'}\right)$$

$$cii'\,ds\,ds'\left(-\frac{\eta}{r^3}\cos\varepsilon + \frac{d\frac{1}{r}}{ds'}\frac{d\eta}{ds} + \frac{d\frac{1}{r}}{ds}\frac{d\eta}{ds'} - n\frac{d^2\frac{\eta}{r}}{ds\,ds'}\right)$$

$$cii'\,ds\,ds'\left(-\frac{\zeta}{r^3}\cos\varepsilon + \frac{d\frac{1}{r}}{ds'}\frac{d\zeta}{ds} + \frac{d\frac{1}{r}}{ds}\frac{d\xi}{ds'} - n\frac{d^2\frac{\zeta}{r}}{ds\,ds'}\right),$$

worin i und i' die Stromintensitäten bedeuten, und c eine positive Constante ist, welche von der Constanten k und aufserdem von der für die Stromintensität gewählten Maafseinheit abhängt.

Es fragt sich nun noch, welchen Werth man der Constanten n zu geben habe. Wählt man den Werth 1, so stellen die vorstehenden Ausdrücke die Componenten derselben Kraft dar, welche Ampère abgeleitet hat, nämlich einer Anziehung von der Stärke

$$cii'\,ds\,ds'\left(\frac{\cos\varepsilon}{r^2}+r\,\frac{d^2\frac{1}{r}}{ds\,ds'}\right).$$

Diese Ampère'sche Formel kann aber für zwei einzelne Stromelemente nicht experimentell geprüft werden, sondern die experimentelle Prüfung bezieht sich immer auf solche Fälle, wo wenigstens der eine Strom geschlossen ist. Man kann daher auch andere Kräfte zwischen zwei Stromelementen als zulässig betrachten, wenn sie nur für den Fall, wo der eine Strom geschlossen ist, dasselbe Resultat geben, welches Ampère berechnet hat. Solche Kräfte erhält man, wenn man in den obigen Ausdrücken der Constante n verschiedene Werthe giebt, denn das in jedem der drei Ausdrücke vorkommende mit dem Factor n behaftete Glied, welches ein Differentialcoëfficient zweiter Ordnung nach s und s' ist, wird bei der Integration über einen geschlossenen Strom Null, und kann somit auf die Kraft, welche ein geschlossener Strom auf ein Stromelement ausübt, keinen Einfluſs haben.

Man kann daher, wenn man nur das experimentell Bestätigte als sicher zugestehen will, vorläufig n als eine noch zu bestimmende Constante betrachten. Theoretisch am wahrscheinlichsten ist aber derjenige Werth, welcher die Grundgleichungen am einfachsten macht, nämlich der Werth Null, durch welchen jene Gleichungen übergehen in:

$$X=\frac{\xi}{r^3}(1-kvv'\cos\varepsilon)+k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\,\frac{d\xi}{dt}\right)$$

$$Y=\frac{\eta}{r^3}(1-kvv'\cos\varepsilon)+k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\,\frac{d\eta}{dt}\right)$$

$$Z=\frac{\zeta}{r^3}(1-kvv'\cos\varepsilon)+k\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{r}\,\frac{d\zeta}{dt}\right).$$

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47

Namenregister

zum

Jahrgang 1875

und dem

Ergänzungsband VII, Heft 1 — 3.

(Die Bände 154, 155, 156 sind bezeichnet durch IV, V, VI, der Ergänzungsband VII ist es durch E.)

A.

Achard, A., Differential-Manometer mit zwei Flüssigkeiten VI, 417.

Aymond, siehe Desains.

Antolik, K., Das Gleiten elektr. Funken IV, 14.

B.

Bauer, K. L., Ueber d. scheinbaren Ort eines in einem dichteren Mittel befindl. Lichtpunkt IV, 461. — Allgem. Sätze über d. Bilder sphärischer Spiegel u. Linsen IV, 464.

Baumgartner, G., Bemerk. zum Aufs. von Edlund über d. Wesen d. Elektricität IV, 305.

Baumhauer, E. H. v., Ueber e. Universal-Meteorographen für Solitär-Observatorien IV, 37.

Becquerel, H, Ueber d. magnetische Polarisationsdrehung E. 171.

Beetz, W., Ueber d. Elektricitätsleitung in Elektrolyten IV, 450. — Ueber d. magnet. Eigenschaften des elektrolytisch dargestellten Eisens V, 472. — Ueber d. Volta'sche Polarisat. d. Aluminiums VI, 456.

Benkovich, E. v., Zur Theorie d. Assimilisationsprozesses in d. Pflanzenwelt IV, 468.

Bernstein, J., Ueber d. zeitl. Verlauf des Polarisationsstromes V, 177.

Bleekrode, L., Experimentelle Untersuchung über Elektromaschinen mit Ebonitscheiben VI, 278.

Börnstein, E., Ueber d. Verhältn. d. temporären Magnetism. zur magnetisirend. Kraft u. seine Bezieh. zur Wechselwirk. der Metalltheilchen IV, 336.

Boltzmann, L., Experimentelle Bestimm. der Dielektricitätsconstante einiger Gase V, 403.

Braun, C., Ueber die unipolare Elektricitätsleitung durch Gasschichten v. verschied. Leitungsfähigkeit IV, 481.

Braun, F., Ueber d. galvan. Leitungsfähigkeit geschmolzener Salze IV, 161.

Bresina, Einfache Methode zur Vergleich. zweier tönenden Luftsäulen durch schwingende Flammen V, 465.

Budde, E., Ueber d. Verhalten d. Elektricität in Elektrolyten VI., 618.

Buff, H., Ueber d. Temperaturveränderungen beim Uebergang d. elektr. Stroms von einem Metall zum anderen V, 96.

Bunsen, R., Spectral-analytische Untersuchungen V, 230 u. 366.

C.

Chwolson, O., Ueber d. Mechanismus d. magnet. Induction E. 53.

Clausius, R., Ueber den Satz vom mittleren Ergal u. seine Anwend. auf die Molecularbewegungen d. Gase E. 215. — Ueber e. neues Grundgesetz der Elektrodynamik VI, 657.

Colley, siehe Schiller.
Cornu, A., Bestimm der Geschwindigk. d. Lichts u. d. Parallaxe d. Sonne IV, 476. — Ueber die Diffraction, namentlich über Brennpunktseigenschaften d. Gitter VI, 114.
Cour, siehe La Cour.
Crookes, W. — Sein Radiometer VI, 488.

D.

Daug, Th., Ueber die Gestalt der isodynam. Flächen um einen loth rechten Magnetstab V, 132.
Decharme, C., Neue tönende Flammen E. 168. — Neue Methode, Schallschwingungen nnd Interferenzen auf Quecksilber hervor zu bringen E. 176.
Delachanal, B. u. Mermet, A., Spectro-elektr. Röhre oder Futgurator zur Beob. d. Spectren metallisch. Lösungen V, 474.
Desains u. Aymonet, Studium kalter Streifen dunkler Spectren VI, 174.
Devic, Ein optisches Phänomen VI, 336.
Dibbits, H. C., Ueber d. Zersetz. einiger Ammoniumsalze in wässriger Lösung durch Kalium- u. Natriumsalze E. 462.
Dvořák, V., Ueb. Schallgeschwindigk. d. Wassers in Röhren IV, 156. — Neue Art von Variationstönen IV, 611.

E.

Edlund, E., Experiment. Beweis, dafs der galvan. Leitungswiderstand von d. Bewegung d. Leiters abhängt VI, 251. — Erwiderung auf zwei gegen die unitarische Theorie d. Elektr. gemachte Einwürfe VI, 590. — Siehe Baumgartner.
Emsmann, H., Zum binocularen Sehen VI, 397.
Eötvös, R. v., siehe Ketteler.
Ettinghausen, A., Studien über d. elektroskop. Stimmgabelapparat VI, 337.
Exner, F., Ueber d. Durchgang d. Gase durch Flüssigkeitslamellen V, 321 u. 443. — Ueber d. galvanische Ausdehnung der Metalldrähte E. 431.

F.

Fabian, W. H., Erwiderung auf d. Abhandl. von Fritsch: Läfst sich d. Anwend. d. lebend. Kraft in d. mechanischen Wärmetheorie rechtfertigen? VI, 326.
Frenzel, A. u. Rath, G. vom., Merkwürdige Verwachsung von Quarzkrystallen auf Kalkspath v. Schneeberg V, 17.
Fritsch, siehe Fabian.
Fromme, G., Untersuch. über d. Magnetismus von Stahlstäben V, 305 u. E. 390.
Fuchs, F., Verfahren zur Nachweisung d. Extraströme auf elektroskop. Wege V, 69. — Nachweisungen von Alternationen d. Elektricität mittelst d. Flamme V, 252. — Ueber d. Gebrauch d. Elektrometers z. Bestimmung d. Stromstärke, u, Polarisation u. d. Widerstandes VI. 156.

G.

Gibbs, W., Neue optische Constante VI, 120. — Neue Methode die Refractionsindices ohne getheilte Instrumente zu messen VI, 139.
Glan, P., Ueber die Phasenveränderung d. Lichts bei der Reflexion V, 1 u. 258. — Ueber d. Phasenveränderung d. parallel zur Einfallsebene polarisirten Lichts VI, 235.
Goldstein, E., Beobachtungen an Gasspectris IV, 128.
Gripon, E., Physikalische Eigenschaften der Collodiumblättchen E. 176.
Grotrian, O., siehe Kohlrausch.

Grüel, C. A., Elektr. Versuche u. Beobachtungen VI, 482.

H.

Hagenbach, E., Plötzlich. Springen von Gläsern V, 479.
Helmholtz, H., Zur Theorie d. anomalen Disperstion IV, 582. — Siehe C. Neumann, E. v. Qvanten, W. Weber u. F. Zöllner.
Herrmann, E., Ueber die specifische Wärme u. wahre Wärmecapacität d. Körper E. 134.
Hertwig, A, Ueber die Magnetisirbarkeit cylindr. Eisenröhren in verschiedenen Richtungen VI, 430.
Heumann, K., Entgegnung auf R. Schneider V, 477.
Hillebrand u. Norton. Elektrolyt. Abscheidung d. Cers, Lanthans u. Didyms V, 633. — Ueber metallisches Cer, Lanthan und Didym VI, 466.
Holmgren, K. A., Einige Bemerkungen zum Thomson'schen Elektrometer IV, 630.
Holtz, W., Umwandlung elektr. Ströme niederer Spannung in disruptive Entladungen höherer Spannung V, 639 — Nachträgl Notiz über eine neue elektr. Röhre V, 643. — Ueber einige neue elektr. Lichterscheinungen VI, 493. — Einige weitere Versuche zur Verbesserung d. einfach. Influenzmaschinen VI, 627. — Ueber d. Maximum d. Rotationsgeschwinder Influenzmaschinen E. 332.
Holz, L., Fortsetzung d. Untersuchung über Stahlmagnete IV, 67.
Hoorweg, J. L., Ueber d. Gang d. Lichtstrahlen durch ein Spectroskop IV, 423. — Ueber die Diathermansie d. feuchten Luft V, 385.
Horner, Ch., Verhalt. gewisser fluorescirender Körper zum Ricinusöl V, 174.

J.

Jamin, J., Ein sonderbarer Fall von Magnetisirung V, 469.

K.

Ketteler, E., Erwiderung auf einige Bemerkungen des Barons R. v. Eötvös IV, 260.
Kleiner, A., siehe Müller, J. J.
Kohlrausch, F., Bemerkungen zu Neesen's Beobachtungen über d. elast. Nachwirkung V, 579. — Ueber Thermoelektricität, Wärme- u. Elektricitätsleitung VI, 601.
Kohlrausch, F. u. Grotrian, O., Das elektrische Leitungsvermögen d. Chloride von d. Alkalien u. alkalisch. Erden, sowie d. Salpetersäure in wässrigen Lösungen IV, 1 u. 215.
Külp, L., Ueber d. permanent magnetischen Momente d. Magnetstäbe u. d. Haecker'sche Formel V, 314. — Einfluſs d. Textur d. Eisens auf dessen Magnetismus V, 320.
Kundt, A. und Warburg, E, Ueber Reibung u. Wärmeleitung verdünnter Gase V, 337 u. 525, VI, 177.
Kurz, A., Ueber d. Verhältniſs d. beiden specif. Wärmen, besonders der festen Körper E. 334.

L.

La Cour, P., Anwend. d. Stimmgabel in d. elektr. Telegraphie V, 628.
Lang, V. v., Ueber d. Abhängigkeit d. Circularpolarisation d. Quarzes von d. Temperatur VI, 422.
Lippmann, G., Ueber eine Eigenschaft einer elektrisirt. Wasserfläche E. 330.
Lockyer, J. N., Spectroskopische Notizen V, 136.
Lommel, A., Elementare Behandl. einiger opt. Probleme VI, 578.
Lundquist, G., Ueber d. Wärmevertheilung im Normalspectrum V, 146.

M.

Mach, E, Polarisations-Apparat mit rotirendem Zerleger VI, 169.

Mach, E. u. Merten, J., Bemerkungen über d. Aenderung der Lichtgeschwindigkeit im Quarz durch Druck VI, 639.
Mach, E. u. Wosyka, J., Ueber einige mechan. Wirkungen des elektr. Funkens VI, 407.
Maclean, G., Menschlicher Körper erleuchtet durch Phosphorwasserstoffgas VI, 657.
Matern, Ueber Winkelmessung mittelst des Ocularmikrometers astronom. Fernröhre IV, 91.
Mermet, siehe Delachanal.
Merten, siehe Mach.
Meyer, O. E., Bemerkungen üb. d. Abhandl. von Streintz, über d. Dämpfung d. Torsionsschwingungen von Drähten IV, 354.
Morton, H., Fluorescenzverhältnisse gewisser Kohlenwasserstoffverbindungen in den Steinkohlen- u. Petroleumdestillaten V, 551. — Eine Bunsen'sche Lampe ohne Rückschlag VI, 656.
Müller, C., Ueber d. Tonhöhen transversalschwingender poröser Gypsstäbe, wenn dieselben mit verschied. Flüssigkeiten getränkt sind V, 481.
Müller, F. C. G. Ueber d. Uebergangswiderstand a. d. Berührungsstellen metallisch. Leiter IV, 361. — Einfach. Verfahren z. Auffind. der Pole eines Stahlmagnets IV, 474.
Müller, J. J., Ueber d. Verhältnifs d. speeif. Wärme bei constantem Druck und bei constantem Volum IV, 113. — Ueber den Einfluſs von Isolatoren auf elektrodynamische Fernwirkungen VI, 564.
Müller, W., Zusammenstell. von Thatsachen, welche d. Verringerung d. Volums in Folge chem. Umsetzungen bei festen Körpern erweisen IV, 196.

N.

Neesen, F., Ueber Anziehung u. Abstoſsung durch Licht u. Wärmestrahlen VI, 144. — Siehe Kohlrausch.
Neumann, C. Ueber d. gegen d. Weber'sche Gesetz erhobenen Einwände V, 211.
Nippoldt, W. A., Ueber d. Wahl d. Querschnitts von Blitzableitern IV, 299.
Nodot, Einige Versuche über konische Refraction VI, 656.
Norton, siehe Hillebrand.

O.

Obach, E., Ueber d. Verhalten d. Amalgame u. geschmolzener Legirungen gegen d. galvanischen Strom u. über d. Natur d. bei d. Amalgamation d. Metalle auftretenden elektr. Ströme E. 280.
Oberbeck, A., Ueber d. unipolarisirbaren Elektroden IV, 445. — Ueber d. elektr. Leitungswiderstand u. Luft V, 80. — Methode zur Bestimmung d. elektr. Leitungsfähigkeiten V, 595.
Oettingen, A. v., Ueber Temperatur und Adiabate E. 83.

P.

Peters, A., Neue Beobachtungen an den gleitenden elektr. Funken VI, 397. — Ueber d. Erzeugung von Bildern d. Funken grofser Inductoren u. deren Unterschiede von d. Funkenbildern d. Holtz'schen Maschine VI, 403.
Pfaff, F., Versuche über d. Plasticität d. Eises V, 169.
Planté, G, Nachbildung spiralförmiger Nebelflecke VI, 492.
Poggendorff, J. C. Elektroskopische Notiz IV, 643. — Fernere Thatsachen zur Begründung einer endgültigen Theorie der Elektromaschine zweit. Art VI, 78.

Q.

Qvanten, E., Einige Bemerkungen zur Helmholtz'schen Vokallehre IV, 272 u. 522.

R.

Rath, G. vom. — Mineralogische Mittheilungen. Vierzehnte Folge, Pseudomorphe Monticellite von Pesmeda V, 24. — Zwillinge d. rhombisch. Schwefels V, 41. — Kalkspath aus dem Ahrenthal V, 48. — Quarzzwilling aus Japan V, 58. — Siehe Frenzel.

Riefs, P., Beiträge z. Kenntnifs d. schwachen elektrischen Funken VI, 378.

Rood, O. N., Optische Methode, die Schwingungen starrer Körper zu studiren IV, 604.

Rossetti, F., Neue Studien üb. d. Ströme d. Elektrisirmaschinen IV, 507.

S.

Sadebeck, H. S., Studien aus d. mineral. Museum der Universität Kiel VI, 554.

Sauer, L., Experimente über d. Sichtbarkeit der ultra-violetten Strahlen VI, 602.

Schaak, F., Mathem. Bestimmungen d. Ableitungsstellen in telegraph. Leitungen V, 164. — Die Construction von Blitzableitern f. Telegraphenleitungen V, 624.

Schiller, N. u. Colley, R. Ein Versuch über die elektrodynam. Wirkung d. Polarisationsstroms V, 467.

Schlösser, J. C., Elektromaschinen m. Ebonitscheiben VI, 496.

Schneebeli, H., Ueber d. Anziehungs- und Abstofsungszeit d. Elektromagnete V, 156 u. 615.

Schneider, R., Eine Erwiderung IV, 295. — Siehe Heumann.

Schott, O., Ueber d. Krystallisationsproducte d. gewöhnlichen Glases V, 422.

Sedlaczek, J., Neue Stofsmaschine VI, 476.

Sekulic, M., Ueber d. auf bestäubten und unreinen Spiegeln sichtbare Interferenz-Erscheinung IV, 308.

Siemens, W., Beitr. z. Theorie d. Legung u. Untersuchung submariner Telegraphenleitungen V, 272. — Ueber d. Einfluss d. Beleuchtung auf d. Leitungsfähigkeit d. krystallinischen Selens VI, 334.

Silow, P., Ueber die Dielektricitätsconstanten der Flüssigkeiten VI, 388.

Sohncke, L., Die unbegränzten regelmäfsigen Punktsysteme als Grundlage einer Theorie d. Krystallstructur E. 337.

Soret. J. L,, Ueber die durch Kreisgitter erzeugten Diffusionsphänomen VI, 99.

Stefan, J., Versuche über die scheinbare Adhäsion IV, 316.

Stern, C., Beiträge zur Theorie d. Schallbildung VI, 61 u. 211.

Streintz, H., Erwiderung auf d. Bemerkungen von O. E. Meyer über d. Dämpfung der Torsionsschwingungen von Drähten V, 588.

Szily, C., Der zweite Hauptsatz d. mechanischen Wärmetheorie abgeleitet aus dem ersten E. 154.

T.

Thalén, R., Ueber die isodynamischen Flächen um einen lothrechten Magnetstab u. Anwendung derselben bei einer auf magnetische Messungen begründeten Untersuchung von Eisenerzlagern V, 117.

Töpler, A., Zur experimentellen Bestimmung d. Diamagnetismus durch seine Inductionswirkung IV, 600.

Tommasi, D., Ueber eine neue Quelle von Magnetismus V, 176.

V.

Veltmann W., Zur Theorie d. Influenzmaschine VI, 172.

Vogel, H. W., Beschreibung eines höchst einfachen Apparats zum Photographiren d. Spectrums IV, 306. — Photograph. Spectral-

beobachtungen im rothen u. indischen Meere VI, 319. — Spectroskop. Untersuchungen d. Lichts der blauen Grotte auf Capri VI, 325.
Voigt, W., Bestimm. d. Elasticitätsconstanten des Steinsalzes E. 1 u. 177.

W.

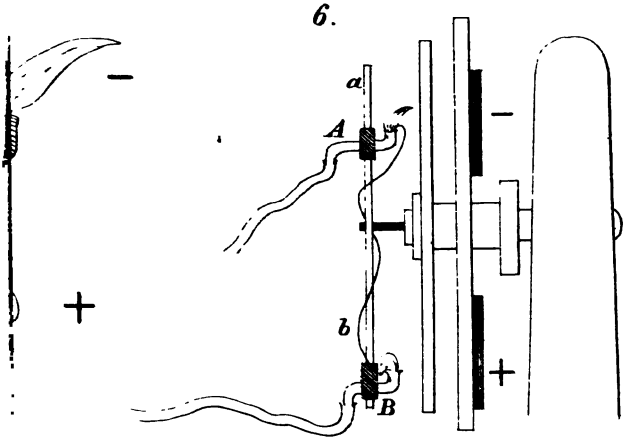
Waldner, H., Elektrische Fallmaschine IV, 597.
Warburg, E., siehe Kundt, A.
Watts, W., Neues Mikrometer z. Positionsbestimm. von Linien d. Spectralanalyse VI, 313.
Weber, H, Zur Theorie d. Galvanometer IV, 239.
Weber, H. F., Die spec. Wärmen d. Elemente Kohlenstoff, Bor u. Silicium IV, 367 u. 553.
Weber, R., Ueb. e. neue Sauerstoffverbindung d. Schwefels u ein derselben analoges Selensubstitutionsproduct VI, 531.
Weber, W., Ueber d. Bewegung d. Elektr. in Körpern von molecularer Constitution VI, 1.
Weinberg, J., Anwend. d. mechan. Wärmeäquivalents anf Molecularkräfte u. Moleculardistanz E. 312.
Wernicke, Ueber d. Absorption u. Brechung d. Lichts in metallisch undurchsichtigen Körpern V, 87,
Wiedemann, E., Ueber d. Leitungsfähigkeit d. Haloidverbind. d. Bleies IV, 318.
Winkelmann, A., Ueber die Wärmeleitung der Gase (Erster Theil) VI, 497.
Wosyka, J., siehe Mach.
Wright, A. W., Ueber d. Spectrum d. Zodiakallichts IV, 619. — Untersuchung d. Gase aus dem in Jowa County niedergefallenen Meteoriten E. 336.
Wüllner, W., Ueber d. Spectra d. Gase IV, 149.

Z.

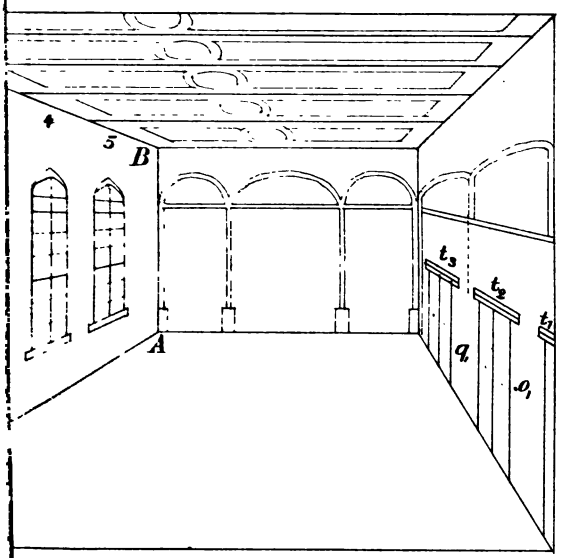
Zöllner, F., Beiträge z. Elektrodynamik IV, 321.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

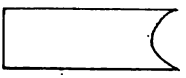
6.

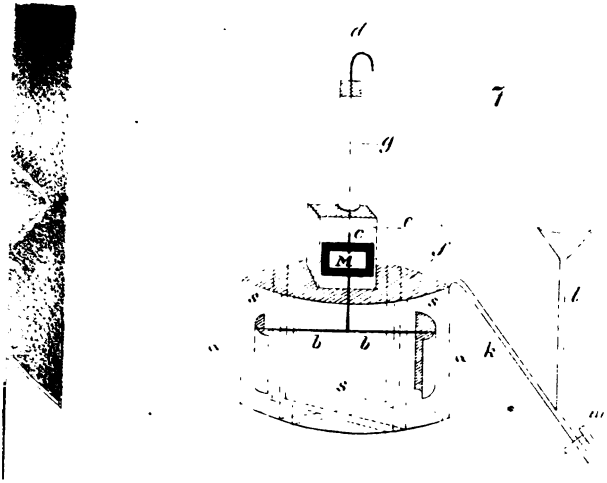


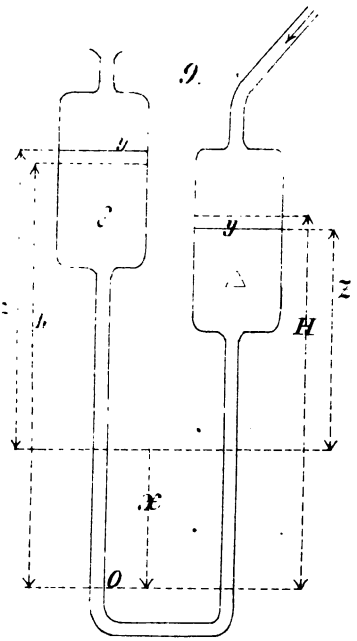
8.

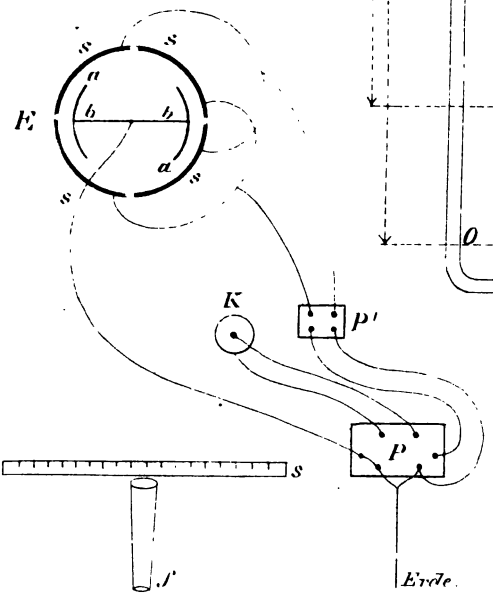


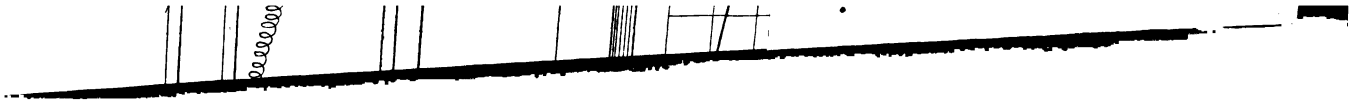
9.




d
7
g
c
M
f
l
b
b
k
s
s
s
s
a
a
m

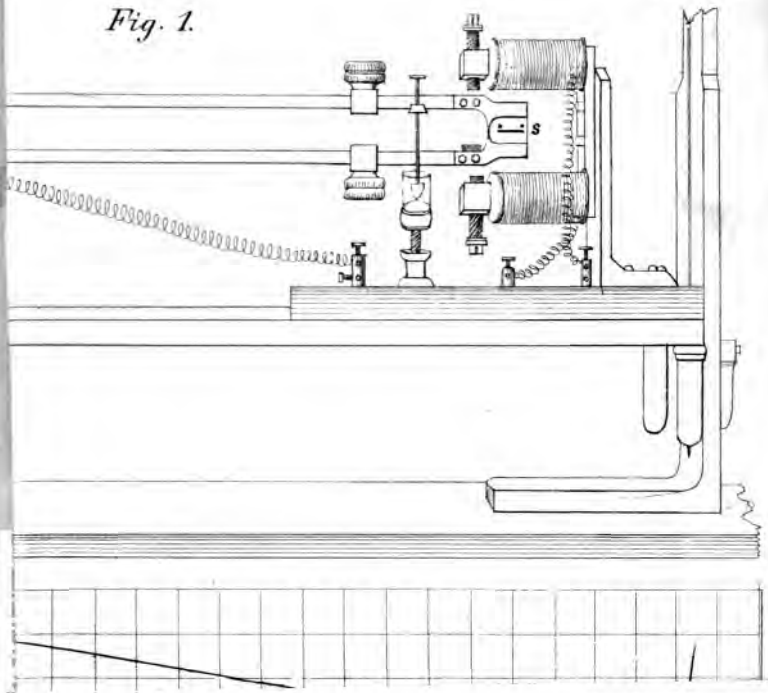

9.
y
y
z
H
x
0


8.
E
n
b
b
a
s
s
s
s
K
P'
P
s
s
f
Erde



Taf. III.

Fig. 1.



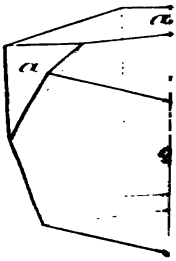


Fig. 8.

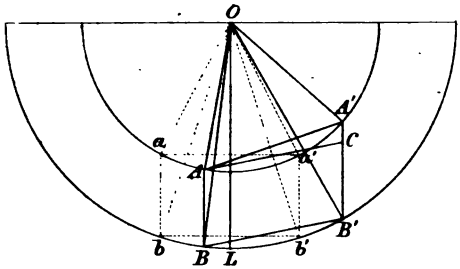


Fig. 2

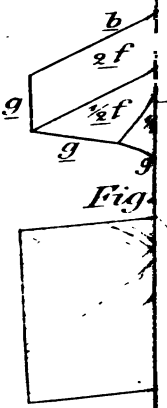


Fig.

Fig. 9.

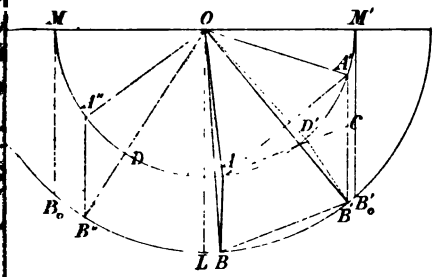


Fig. 10.

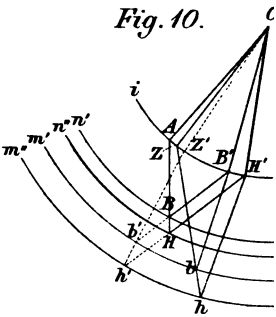


Fig. 12.

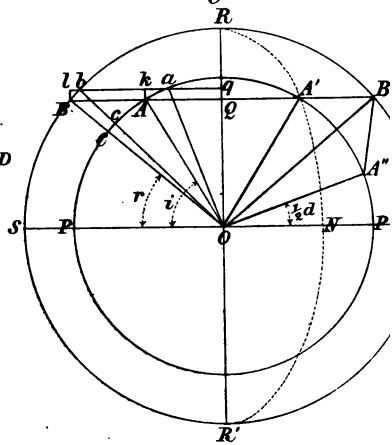
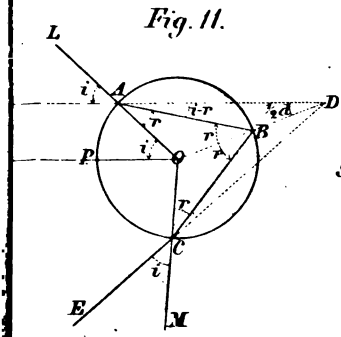



Fig. 11.